

Title	円板上の同相写像の定める絡み目と位相的エントロピー
Author(s)	小林, 毅
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/35197">http://hdl.handle.net/11094/35197</a>
DOI	
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名・(本籍)	こ 小	ばやし 林	つよし 毅
学位の種類	理	学	博 士
学位記番号	第	7 1 7 5	号
学位授与の日付	昭和 61 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	理学研究科 数学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当		
学位論文題目	円板上の同相写像の定める絡み目と位相的エントロピー		
論文審査委員	(主査) 教授	中岡	稔
	(副査) 教授	村上 信吾	教授 尾関 英樹 助教授 落合 豊行

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、円板  $D^2$  上の、内部に有限個の周期軌道  $\Sigma$  をもつ様な、保向自己同相写像  $f$  が与えられた時、組  $(f, \Sigma)$  と  $f$  の位相的エントロピー  $h(f)$  との関係を示すことを目的としている。

いま  $\Sigma$  は、 $n$  個の点からなるとすると  $\text{Diff}(D^2, \Sigma, \text{rel } \partial)$  は  $n$  次の組み糸群  $B_n$  に同型になることが知られている。そこで  $f$  を  $\Sigma$  を止めたイソトピーで  $\text{Diff}(D^2, \Sigma, \text{rel } \partial)$  の元になるまで変形することにより、それに対応する  $n$  次の組み糸  $\sigma$  が定まる。いま  $\sigma$  の上下を閉じて得られる絡み目  $\hat{\sigma}$  における特別な成分  $m$  をつけ加えて得られる絡み目を  $L$  と書き  $(f, \Sigma)$  の (または、 $f$  の) 絡み目と呼ぶ事にする。この時、本論文の主定理は、次の通りである。

定理 1. いま  $h(f) = 0$  とすると、 $L$  はグラフリンクである。逆に、 $L$  がグラフリンクだとすると、 $f$  を  $\Sigma$  を止めたイソトピーで  $h(g) = 0$  となるような  $g$  まで変形できる。

定理 2. いま  $L$  はグラフリンクであったとする。この時、 $L$  は Hopf の絡み目  $m \cup \ell$  から出発して  $m$  以外の成分に

- 1) 一つの成分のケーブルリンクをつけ加える、または、
- 2) 一つの成分をそのケーブルリンクに置き換える

という操作を有限回施す事によって得られる。

尚、特に  $f$  は、 $\Sigma$  の各点で可微分で、かつ  $L$  はグラフリンクでないとすると、 $f$  は無限個の互いに相異なる周期の周期点を持つ事がわかる。また定理 1 及びこの主張は、コンパクトな向き付可能曲面上の埋め込み写像にまで一般化される。

以上の定理の証明は、Thurston による双曲的曲面上の自己同相写像のイソトピー分類定理, Sullivan,

Thurstonによる擬Anosov写像の写像トーラス上の双曲構造の存在定理, 及びJaco-Shalen, Johansonによる境界既約なHaken多様体内の特性部分多様体の存在定理等を使ってなされる。

### 論文の審査結果の要旨

本論文は, 円板上の向きを保つ自己同相写像  $f : D^2 \rightarrow D^2$  の位相的エントロピー  $h(f)$  に関するもので,  $h(f) = 0$  という条件の幾何学的意味を究明したものである。円板上の向きを変える自己同相写像については, 同様の条件に関し, 結果が知られているが, 向きを保つものについての結果は皆無であった。著者は,  $f$  の周期軌道から定まる絡み目に着目して,  $h(f) = 0$  という条件が, その絡み目にどのように反映するかをみることにより, 主定理を得る。主定理の証明は, 低次元トポロジーに関して, 最近得られた広い範囲の重要な結果をうまく活用している。なお, 参考論文において, 主定理は, コンパクトな向きのつく曲面上の向きを保つ埋め込みの場合へ拡張され, また, 微分方程式の周期解への応用も与えられている。

本論文は, 曲面上の自己同相写像の位相的エントロピーに関し, 最後に残された問題に決定的な結果を与えたものであり, 理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。