【4】

| | |
|---|---|
| 氏名・(本籍) | 金(きん)　宰(じえ)　熙(ひ) |
| 学位の種類 | 理 学 博 士 |
| 学位記番号 | 第 7371 号 |
| 学位授与の日付 | 昭和61年6月21日 |
| 学位授与の要件 | 理学研究科数学専攻<br>学位規則第5条第1項該当 |
| 学位論文題目 | **非対称ディリクレ形式に関連する確率解析** |
| 論文審査委員 | (主査)<br>教 授 渡辺 毅<br>(副査)<br>教 授 池田 信行　教 授 田邊 廣城　教 授 福島 正俊<br>助教授 中尾慎太郎 |

## 論 文 内 容 の 要 旨

対称Dirichlet空間論の多くの結果は非対称の場合に拡張されることがY. LeJan, M. L. Silverstein, S. Carrillo Menendez 等によって知られている。本論文においては，M. Fukushima, S. Nakao, M. Takeda等による対称Dirichlet空間に関連する確率解析の方法を非対称の場合に系統的に拡張することにより，Y. LeJan達よりも深い結果を得た。さらに非対称Dirichlet形式から構成される興味ある拡散過程のクラスを見つけることに成功した。

$(a, \mathbb{H})$を$L^2(X, m)$上の正則な非対称Dirichlet空間とする。まず，形式aがBeurling-Deny分解をもつことを示し，aのjumping measure, killing measureおよびco-killing measureがaと$\hat{a}$ ($\hat{a}(u, v) = a(v, u)$, $u, v \in \mathbb{H}$)に対応するHunt過程$X_t$と$\hat{X}_t$のLévy systemを用いて表現されることを示した。次に$X_t$の加法的汎関数Aに関するenergy $e(A)$を

$$e(A) = \operatorname*{lin}_{\alpha \to \infty} \frac{\alpha^2}{2} E_m\left[\int_0^\infty e^{-\alpha t} A_t^2\, dt\right]$$

で定義する。対称の場合と同様に加法的汎関数$A_t^{[u]} \equiv \tilde{u}(X_t) - \tilde{u}(X_0)$ ($\tilde{u}$はu∈ Hのq. c. version)はfinite energyをもつmartingale加法的汎関数$M^{[u]}$とenergy 0をもつ連続な加法的汎関数$N^{[u]}$の和で書けることを証明した。P. A. Meyerの結果から$M^{[u]}$は次のように分解される。

$$M^{[u]} = \overset{c}{M}{}^{[u]} + \overset{j}{M}{}^{[u]} + \overset{k}{M}{}^{[u]} \quad (u \in \mathbb{H})$$

ここで$\overset{c}{M}{}^{[u]}$, $\overset{j}{M}{}^{[u]}$, $\overset{k}{M}{}^{[u]}$はおのおの$M^{[u]}$のcontinuous, jumping, killing partである。任意のu, v∈$\mathbb{H}$に対して2次変分過程$\langle \overset{c}{M}{}^{[u]}, \overset{c}{M}{}^{[v]} \rangle$に対応するsmooth measureを$\overset{c}{\mu}_{\langle u,v \rangle}$とする。同様に$\overset{j}{\mu}_{\langle u,v \rangle}$, $\overset{k}{\mu}_{\langle u,v \rangle}$を定義する。さらに$\hat{X}_t$に対して同じ方法で導かれるsmooth measureを$\overset{c}{\hat{\mu}}_{\langle u,v \rangle}$, $\overset{j}{\hat{\mu}}_{\langle u,v \rangle}$, $\overset{k}{\hat{\mu}}_{\langle u,v \rangle}$とする。

このとき, $\overset{c}{\mu}_{<u,v>}(X)=\overset{c}{\hat{\mu}}_{<u,v>}(X)$, $\overset{j}{\mu}_{<u,v>}(X)=\overset{j}{\hat{\mu}}_{<u,v>}(X)$であり, $\frac{1}{2}[a_{<u,v>}+\hat{a}_{<u,v>}]$ $=\frac{1}{2}[\overset{c}{\mu}_{<u,v>}(X)+\overset{j}{\mu}_{<u,v>}(X)+\overset{k}{\mu}_{<u,v>}(X)+\overset{k}{\hat{\mu}}_{<u,v>}(X)]$が成り立つ。これはBeurling-Deny分解の確率論的表現を与えている。

Dを$\mathbb{R}^d$の開集合, $H^1(D)$をSobolev空間とする。$H^1(R^d)$において, 次の形式的な微分作用素

$$L^{\circ}u=\sum_{i,j=1}^{d}\frac{\partial}{\partial x_j}(a_{ij}\frac{\partial u}{\partial x_i})+\sum_{i=1}^{d}b_i\frac{\partial u}{\partial x_i}-cu,$$

$$L=L^{\circ}+\sum_{i,j=1}^{d}(\frac{\partial}{\partial x_j}d_{ij})\frac{\partial}{\partial x_i}$$

に対応する2次形式は, 係数の抵当な条件の下で正則なDirichlet形式になることを示した。このLに対応する拡散過程は全く異なる方法でH. Osadaによっても構成された。また, Dがd次元半空間であるとき, $\partial D$上のある関数$\beta_i$に対して境界条件

$$\sum_{i=1}^{d}a_{id}\frac{\partial u}{\partial x_i}+\sum_{i=1}^{d-1}\beta_i\frac{\partial u}{\partial x_i}=0 \quad \text{on } \partial D$$

をもつ$L^{\circ}$に対応する$H^1(D)$上の2次形式は$\overline{D}$上の正則なDirichlet形式で, したがって$\overline{D}$上の拡散過程が対応する。斜め反射壁Brown運動は$L^{\circ}=\triangle$とした特別な場合である。

## 論文の審査結果の要旨

正則なDirichlet形式に付随する対称Hunt過程に関する確率解析の理論は, Markov過程論における最もすぐれた成果の1つのであって, 1970年代後半に福島正俊によって確立された。その後, この理論の発展および応用が数多くの研究者によって扱われ, 今日に至っている。本論文における金宰熙君の研究もその1つであって, 彼は福島の理論の基本的諸結果を正則な非対称Dirichlet形式（以下D形式と略記する）の場合に拡張し, それによりD形式に基づく確率解析の適用範囲が著しく拡大されることを示した。その具体例として生成作用素が不連続な係数を持つ, $\mathbb{R}^d$の領域上の非対称拡散過程について詳しい研究を行った。

aを$L^2(X,m)$上の正則な非対称D形式とし, $\mathbb{H}$をその定義域とする。金君は, 形式aに付随する非対称Hunt過程$X_t$の加法的汎関数（AFと略記する）のエネルギーを定義し, 福島の分解$A_t^{[u]}\equiv\tilde{u}(X_t)-\tilde{u}(X_0)=M_t^{[u]}+N_t^{[u]}$をこの場合に証明した。ここで$\tilde{u}$は$u\in\mathbb{H}$の準連続修正, $M^{[u]}$はマルチンゲールAF, $N^{[u]}$はエネルギー0の連続AFである。その際, 対称な場合の福島によるエネルギーの定義をそのまま採用すると, 非対称D形式に対しては$A^{[u]}$のエネルギー$e(A^{[u]})$が有限確定であるかどうか不明である。金君は$e(A^{[u]})$が有限確定となるようにエネルギーの定義を修正し, 上記の結果を導いた。$A^{[u]}$のマルチンゲール部分$M^{[u]}$の2次変分過程$\langle M^{[u]}\rangle$に対応するsmooth測度を$\mu_{<u>}$で表すとき, $M^{[u]}$のMeyer分解$M^{[u]}=\overset{c}{M}{}^{[u]}+\overset{j}{M}{}^{[u]}+\overset{k}{M}{}^{[u]}$に対応して$\mu_{<u>}=\overset{c}{\mu}_{<u>}+\overset{j}{\mu}_{<u>}+\overset{k}{\mu}_{<u>}$なる分解が得られる。$X_t$の双対過程$\hat{X}_t$に対しても同様の結果が得られる。金君はD形式aに対して次の分解公式

$$a(a, u)=\frac{1}{2}\left(\overset{c}{\mu}_{<u>}(X)+\overset{j}{\mu}_{<u>}(X)+\overset{k}{\mu}_{<u>}(X)+\overset{\hat{k}}{\mu}(X)\right)$$

を証明し，これがaの解析的理論で知られているBeurling-Denyの公式と完全に一致するものであることを示した。またaに対するjump測度$\sigma$，killing測度k，co-killing測度$\hat{k}$についても$X_t$と$\hat{X}_t$ tのLevy systemを用いて確率論的表示を与えた。

金君の結果は福島の理論の単なる形式的一般化ではない。特に，obliqueな反射境界条件をもつBrown運動を含む十分広いクラスの拡散過程に対して統一的な確率解析の方法が示されたことは重要な意義である。

以上本論文における金君の研究は，確率過程論および関数解析学の発展に寄与する所が大きく，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。