

Title	因子分析における一致推定と予測
Author(s)	狩野, 裕
Citation	大阪大学, 1986, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/35545">https://hdl.handle.net/11094/35545</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	狩 野 裕
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	第 7 3 8 1 号
学位授与の日付	昭 和 61 年 6 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	因子分析における一致推定と予測
論文審査委員	(主査) 教 授 丘 本 正
	(副査) 教 授 竹之内 脩 教 授 坂口 実 教 授 稲垣 宣生

### 論 文 内 容 の 要 旨

因子分析は、多変量解析の中で最もよく用いられている統計的手法の1つであり、適当な因子分析モデルを選び、そのパラメータと共通因子の推測が出発点となる。本論文では、これらを推測するときの諸問題を理論的に扱う。第1章では、モデルの定義をするが、特に共通因子の性格によって、ランダム因子分析モデルと母数因子分析モデルを区別する。さらに、共通因子の推測時のある困難を避けるために考案された理想的なモデルの定義を行った。

第2章では、因子分析モデルのパラメータである因子負荷行列と特殊分散行列の推定量の一致性について議論した。まず、因子分析モデルを含む分散構造モデルにおいて、標本分散行列 $S$ とモデルの分散 $\Sigma(\theta)$ とのくいちがいを測る尺度である不一致度関数 $F(S, \Sigma(\theta))$ を最小にする解として定義される一般的な推定量が一致性を有するための正則条件を与えた。これは、Shapiroが与えた条件と同等であるが、よりチェックしやすくなっている。得られた条件は、モデル・パラメータ空間・不一致度関数による3つの部分から成っており、多くの場合、モデルに関する条件——強い意味の識別可能性——だけのチェックでよいことも示した。得られた結果を因子分析モデルに適用し、推定量が一致性を有するための正則条件を得た。Anderson & Rubinが与えた弱い意味の識別可能性のための十分条件が強い意味の識別可能性のための十分条件にもなることを示した。一方、正則条件が満たされないとき、一致性を有する推定量を構成できないことがあるということを示した。このことは、従来の一致性のための数学的証明が不十分であることを示している。

第3・4章では、因子数が1の因子分析モデルのみを扱った。第3章では、第2章でのように観測変量の次元 $p$ を固定せずに一致性について議論した。即ち、推定量が真値を十分近似するために必要な標

本数  $n$  が次元  $p$  によってどのような影響を受けるかを理論的に考察した。主要な結果の1つは“最小2乗推定量が真値に確率収束するための必要十分条件が  $n^{-1} p \rightarrow 0$  である”ことである。この結果について、ある特殊なモデルでの模擬実験を行った。また、概収束のための条件をも与えた。

第4章では、共通因子の推測問題を扱った。共通因子の推測においては、ランダムモデルに対しては因子不確定性、母数モデルに対しては、一致推定量が存在しないという困難がある。ランダムモデルに対して、Williamsは次元  $p$  を増大させれば不確定性が減少する性質を利用して、 $p$  が無限大のときの極限のモデルを定義し、このモデルにおいて、不確定性が除去されるための条件を与えた。さらに、彼は回帰予測量が一意の共通因子へ  $p \rightarrow \infty$  のとき平均2乗収束することも示した。この章では、まず、この接近法を母数モデルへ適用した。即ち、パラメータが既知のとき、適当な条件の下で  $p \rightarrow \infty$  のとき回帰推定量が共通因子へ平均2乗収束することを示した。 $p$  を増大させるとき、もとの変数に付加しても因子数が同じ因子分析モデルに従うような変数が必要になる。ここでは、そのような変数の1つの構成法を与え、また、この方法によって、もとのモデルを任意に小さい不確定性を持つモデルへ改良できることを示した。Williamsの議論はパラメータを既知としたが、ここではそれが未知のとき、パラメータを最小2乗推定量で置き換えられた回帰予測量（推定量）が条件“ $n^{-1} p^2 \rightarrow 0$ ,  $p \rightarrow \infty$ ”を満たせば真の共通因子へ平均2乗収束することを示した。

## 論文の審査結果の要旨

本論文は因子分析法における推定量の一致性に関する著者の一連の研究をまとめたものである。

第1章の序論のあと、第2章はまず一般の分散構造モデルにおいてShapiroが与えた一致性のための条件とモデルの識別可能性、不一致度関数の性質、母数空間の位相的性質に関する3つの条件との同源性を示して、問題を明確にした点に意義がある。次に因子分析についてはAnderson-Rubinの十分条件に関する新しい結果をも得ている。

第3章は1因子のランダムモデルに限定してはいるが、変数の次元と標本の大きさの2つの量のバランスに関する理論的な結果を得たのは本研究をもって初めてとする。著者はこの両者がともに無限大になるとき、その比が0に近づくならば最小2乗推定量が確率収束の意味で一致性を持つことを示した。さらに概収束の意味での一致性についても1つの結果を得て、モンテカルロ実験によって検証している。

第4章は共通因子の推測を扱い、著者は付加変数を適当に構成することにより共通因子に伴う不確定性を任意に小さくすることができることを示した。また適当な条件の下で、共通因子の回帰推定量が真値に平均2乗収束することを証明した。

これらの結果は因子分析法の数学理論への著しい貢献であって、博士論文として価値あるものと認める。