Title	一次元の遅れ時間を含む微分方程式の一様安定性について
Author(s)	米山, 俊昭
Citation	大阪大学, 1987, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/35673
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

【24】

氏名・(本籍)	米(よね) 山(やま) 俊(とし) 昭(あき)
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	第 7832 号
学位授与の日付	昭和62年7月22日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**一次元の遅れ時間を含む微分方程式の一様安定性について**
論文審査委員	(主査) 教 授 竹之内 脩 (副査) 教 授 有本 卓 教 授 永井 治 教 授 山本 稔

論 文 内 容 の 要 旨

遅れ時間を含む微分方程式（あるいは関数微分方程式）は通常の微分方程式より精密な物理現象の数学的モデルとして，近来になって盛んに研究されて来ている。しかしながら，まだまだ基礎理論的な部分においても，解明されていない点が多く残されている。本論文では，一次元の遅れを含む微分方程式の零解の一様安定性及び一様漸近安定性を考察している。論文中では，もっと一般的な微分方程式を考察しているが，次の一次元の遅れ時間を含む微分方程式

（1）　$\chi'(t) = -a(t) f(\chi(t-r(t)))$

に即して，研究結果を要約する。ここで $a:[0,\infty] \to [0,\infty]$, $f: R \to R$, $r:[0,\infty] \to [0, q]$ は連続関数であり，q は負でない定数，さらに

（2）　$\chi \neq 0$ のとき $\chi f(x) > 0$

を満足しているものとする。

遅れ時間の関数 r（t）が恒等的に0に等しいとき，すなわち（1）が常微分方程式であるときには，無条件に零解は一様安定であるが，遅れ時間を含むときは，いくつかの条件が必要となる。本論文の主要な結果の一つを上げると，次の定理である（第3節）

定理，次の条件

（i）　$|f(x)| \leqq |x|$　（すべての $x \in R$ に対して）

（ii）　$\int_t^{t+q} a(s)\,ds \leqq \frac{3}{2}$（すべての $t \geqq 0$ に対して）

の下で，（1）の零解は一様安定である。さらに

（iii）　$\sup_{t\geqq 0} \int_t^{t+q} a(s)\,ds < \frac{3}{2}$ かつ $\inf_{t\geqq 0} \int_t^{t+q} a(s)\,ds > 0$

のとき，（１）の零解は一様漸近安定である。

上の定理におけるどの条件を外しても一様安定性及び一様漸近安定性は結論できない。（ii）（iii）における３／２も限界の値であって，論文中でも，３／２以上では零解が不安定となる方程式の例を上げている（第４節)。この定理の証明のためにRazumikhinの定理を拡張した定理を準備し（第２節），それによって証明している。

さらに，上の定理の条件（ｉ）を外した場合は，

$$\int_{t-r(t)}^{t} a(s)\,ds \to 0 \quad (t \to \infty)$$

が成り立つことさえ仮定すれば，方程式（１）は常微分方程式に近い状況となり，零解が一様安定であることが示されている（第５節）。また，上の定理の証明の手法を

$$\chi'(t) = -a(t)\,x(t-r(t)) + b(t)\,x(t)$$

の様な摂動項を持つ方程式に応用して，零解の一様安定性及び一様漸近安定性に関する結果を得ている（第６節）。

論文の審査結果の要旨

現象を記述するために微分方程式が用いられるが，実際的には過去の履歴を考慮した遅れのある微分方程式を用いるのが適当であろう。本論文では，まず$\dot{x}(t) = F(t_1, x_t)$という形の方程式をとりあげて，その解の安定性を論じている。ここで，$x_t(s) = x(t+s)$ $(s \in [-q, 0])$であり，ｑ単位時間までの遅れを考えている，Ｆは

$$F : [0, \infty] \times C^2(\beta) \to R^n \quad \text{ただし} \quad C^2(\beta) = \{\phi \in C[-\beta, 0] : \|\phi\| \leqq \beta\}$$

である。このＦに対して，$M(\phi) = \max\{0, \sup \phi(s)\}$ とおくとき，

$$-a(t)M(\phi) \leqq F(t, \phi) \leqq a(t)M(-\phi) \quad (t \geqq 0,\ \phi \in C^2(\beta)$$

$$\int_{t}^{t+q} a(s)\,ds \leqq 3/2 \quad (t \geqq 0)$$

であるような連続関数ａ（ｔ）があれば，上の遅れのある微分方程式のゼロ解は一様安定となる，というのが，第一の主定理となっている。これは，この種の方程式の特別のものに対して得られている定理を拡張し，適用範囲の広い条件を与えたものとなっている。

さらに著者は，$\dot{x}(t) = f(t, x_t) + g(t, x(t))$の形の方程式をとりあげ，$f(t, \phi)$には上記の条件（ａ（ｔ）にはもう少し強い条件をつける)，$g(t, x)$には$|g(t, x)| \leqq b(t)|x|$，$\int_0^\infty b(t)\,\mathrm{I}t < \infty$が成立すれば，この方程式のゼロ解は一様安定となることを示した。

著者の得たこれらの結果は，広い適用可能性をもつもので，本論文は学位論文として価値あるものと認める。