【75】

氏名・(本籍)	北(きた) 広(ひろ) 男(お)
学位の種類	工学博士
学位記番号	第 7996 号
学位授与の日付	昭和63年2月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**フーリエ級数の概収束のコントロール関数について**
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 稲垣 宣生 教授 永井 治

論文内容の要旨

本論文は，Fourier級数の収束問題の一層の発展に寄与するために，種々の収束の中でもきわめて重要な概収束を米田薫氏によって導入された“control function”のclassによって更にくわしく分類し，Fourier級数の概収束の深淵な現象を明確にし，関連して得られた新しい研究結果をまとめたものである。

“$L^2[0, 2\pi]$の関数のFourier級数が概収束するか”という問題は，1913年にLusinが問題を提出してから50年以上たった1966年にCarlesonによってその証明が与えられた。その後Huntによって$L^P[0, 2\pi]$ $(1<P<+\infty)$の場合に拡張された。しかし，その証明はきわめて複雑難解であり，連続関数のFourier級数の概収束の簡単な証明すら知られていないのが現状である。

本研究においてcontrol functionの特性とその属する関数空間を考究し，上記問題に関連して，次の結果を得た。

〔1〕 fを周期2πの関連関数とする。fのFourier級数の概収束のcontrol function $\delta(x)$として次の性質を持つように選ぶことができる。

fに対して，ある$\phi(t)\uparrow+\infty$なる関数が存在して，

(1) $\text{meas}\,\{\chi\in[0, 2\pi]: \delta(x)>t\}\leqq ce^{-\phi(t)t}$ for all $t>0$。

この結果は有界関数に関するHuntの不等式より良い性質である。

〔2〕 $\phi(t)\uparrow+\infty$を任意に与える。この時周期2πの連続関数が存在して，fのFourier級数の概収束のcontrol function $\delta(x)$として，けっして(1)が成立するようにできない事を具体的にfを構成することにより実証した。

〔3〕　fをBMO（T）の関数とする（$L^{\infty}(T) \subsetneq BMO(T) \subsetneq \bigcap_{1<p<\infty} L^{p}(T)$）。
この時 f のFourier級数の概収束のcontrol functionが（$\exp L^{\beta})^{*}$（$0<\beta<1/2$）で取れる事を証明した。この事からBMO（T）関数と$L^{p}(T)$関数との間の概収束の本質的差異が明らかになった。

〔4〕　有界関数 f のFourier級数の概収束のcontrol functionが（$\exp L)^{*}$でとれるための必要十分条件を，Huntの不等式の定数C_{p}を用いて証明した。

〔5〕　Wienerのbounded p－variationの概念を拡張した空間BV（P（n）↑∞）（これは米田氏によって導入された）の種々の性質を明らかにして，連続関数や有界関数の更にくわしい性質を発見できた。そして一様収束と擬一様収束に応用する事に成功した。

最後に一般の直交級数にcontrol functionを応用する事により，洲之内氏の定理の拡張に成功した。以上によりcontrol functionの概念がFourier級数の概収束の分類と解明に大きな役割をはたす事が示された。

論文の審査結果の要旨

フーリエ級数の収束問題は，古くからのテーマであるにもかかわらず，いろいろ困難な問題を含んでいる。連続関数のフーリエ級数が殆ど至るところ収束（概収束）することも，近年に至って証明されたが，この概収束の概念に関連して案出された米田のコントロール関数が本論文の主題である。

すなわち，まず原関数がL^{p}（$p>1$）のときは，コントロール関数はL^{p}関数にとれるが，L^{1}ではそのようなわけにはゆかず，$L(\log^{+}L)^{2}$ぐらいでないとコントロール関数がL^{1}になることは主張できない。

原関数が連続関数のときに，コントロール関数がどのようにとれるかが，関心をもたれるが，本論文では，それが（$\exp L)^{*}$の関数ととれることを述べている。そして更にL^{∞}の関数のコントロール関数が（$\exp L)^{*}$の関数となるための必要十分条件として，上限関数$S^{*}(f)$に関するHuntの不等式と関連して，$\| S^{*}(f) \|_{p} \leqq p\,\eta(p) \| f \|_{p}$（$p \geqq 2$）を満たす単調減少して0に収束する関数$\eta(p)$が存在すること，を与えている。この結果はこの種の収束問題にある明確な概念を与えるものとして評価できる。

有界ではないが，すべてのL^{p}に属するような関数についても種々考察し，興味ある結果を提出している。特にBMO関数について，コントロール関数が（$\exp L^{\beta})^{*}$（$0<\beta<1$）の関数となることを示している。

以上のように，本論文はフーリエ級数の概収束問題に関する精密な解析をする手段となるコントロール関数について多くの興味深い結果を与えており，学位論文として価値あるものと認める。