



Title	Classifications and Basis Enumerations in Many-Valued Logic Algebras
Author(s)	Miyakawa, Masahiro
Citation	大阪大学, 1988, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/35794
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

【78】

氏名・(本籍)	宮 川 正 弘
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	第 8040 号
学位授与の日付	昭和63年3月17日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	多値論理代数における論理関数の分類と基底に関する研究
論文審査委員	(主査)
	教授 北橋 忠宏
	(副査)
	教授 嵩 忠雄 教授 鳥居 宏次 教授 谷口 健一 教授 豊田 順一

論 文 内 容 の 要 旨

多値論理関数の完全性に関する諸問題の中で、基底を数え上げておくことは、実際の回路実現に際し適当な基本素子を選ぶ必要があるときなどに有用である。本論文では2値 (P_2)、3値 (P_3) および一般の k 値論理関数 (P_k) の一般的なある部分集合について、その関数を分類し、その類を用いて効率的なアルゴリズムによりその集合のなす代数系の全ての基底類を求めた。

まずBoole代数系 P_2 における7種の関数構成法の各々について以下の3つの観点に立つ考察を行った。1) Boole関数を類別しその全ての基底類を数え上げた、2) n 変数対称関数のみから構成される基底の個数を与える式を求めた、3) Sheffer関数、対称Sheffer関数、定数Sheffer関数および定数対称Sheffer関数の個数を与える式(変数の個数に依存する)を求めた。

3値論理関数集合 P_3 を406の類に分類し、その基底類の個数が6,239,721であること、また基底の最大位数(基底をなす関数の個数の最大値)が6であることを示した。これは1950年代からの未解決問題を最終的に解決するとともに、基底の最大位数は7以上であろうという予想を覆すものである。同様に P_3 の5種の極大集合について分類を行い、その類と基底類を決定した。

k 値 $\{0, 1, \dots, k-1\}$ を2値 $\{0, 1\}$ に写像する関数の集合 P_{k_2} が $13A_k - 11A_{k-1}$ の類に分類されることを示した、ここに A_k は k 個の要素を持った集合のうえの同値類の個数を表す。また P_{k_2} の基底の最大位数が $k+2$ であることを示した。同様に P_{k_2} の極大集合4族を分類し、その基底の最大位数がいずれも $O(k)$ であることを示した。

論文の審査結果の要旨

論理関数の基本的性質を明らかにする上でも、最近実用化の兆しが見える多値論理の基本回路を選定する上でも、完全性に関する考察は重要である。本論文は2値、3値論理関数および多値論理関数における完全性に関する研究の一環として、冗長でない完全系（基底）の数え上げに関する研究結果をまとめたものである。

基底の数え上げに先立ち、関数の類別を行い、本来無限個ある考察対象を有限個に帰着させている。すなわち、2値および3値論理関数集合および多値論理関数の一般性のある部分集合である k 値入力2値出力関数集合について、完全系判定基準と密接な関係にある極大集合の族に基づく同値類別によって有限個に類別でき、ひいては本来無限個存在する基底を有限個の基底類として数え上げうることを示している。

この類別結果に基づき、基底の数え上げを行い、つぎのような結果を得ている。2値関数については7つの関数合成法に関する基底類を数え上げている。また対称関数のみより構成される基底の個数、各種のSheffer関数の個数を与える式を明らかにしている。3値関数について基底類の数を確定し、基底をなす関数の最大個数が6であることを示した。この結果は長年の懸案の問題への解答であると同時に、この値が7であろうという予想を覆すものである。 k 値入力2値出力関数については基底をなす関数の最大個数を与える式を示している。

以上のように関数の合成に関する性質を保存する極めて効果的な類別手法を提案し、これを利用することによって、基底の数え上げという課題に対し数多くの顕著な結果を導き、未開拓の分野の基盤を確立した功績は高く評価できる。よって、本論文は博士論文に値するものと判断する。