OUKA
Osaka University Knowledge Archive

Title	無限回路上の極値問題
Author(s)	榧野, 尚
Citation	大阪大学, 1987, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/35804
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

【52】

氏名・（本籍）	榧野　尚（かやの　たかし）
学位の種類	工学博士
学位記番号	第　7929　号
学位授与の日付	昭和 62 年 12 月 16 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**無限回路上の極値問題**
論文審査委員	（主査）教授 竹之内 脩 （副査）教授 稲垣 宣生　教授 永井 治　教授 山本 稔

論文内容の要旨

Xは点の集合，Yは辺の集合，Kは点x∈Xと辺y∈Yの結び付きを表す値を｛±1，0｝にとる函数，rはY上の抵抗を表す正値函数とし，N＝｛X，Y，K，r｝がネットワークであるとは，Nが連結でセルフループをもたないことである。

ネットワークに関する研究は輸送問題等の応用方面のみならず，数学の理論構成上の点からも見直されている。しかし，有限ネットワークについては応用面でも，理論面でも詳しく調べられているが，無限ネットワークについての研究は最近始まったばかりである。ネットワークの研究についても，有限の場合と無限の場合ではかなりの相違点がある。本論文では，無限ネットワークの極値問題について述べる。

有限ネットワークの極値問題については，Ford & Fulkerson〔Flows in networks〕によりまとめられている。無限ネットワークについては，二つの有限集合間，または，有限集合と理想境界∞の間の極値問題が山崎氏等により研究されている。本論文では，第1章で，無限ネットワークの無限パスの同値類として到達可能点を定義し，その到達可能点に関する極値問題を調べる。まず，その到達可能点と点の有限集合の間に2種類のフローを定義し，それぞれに関する最大フロー量が一致することを示す。

つづいて，第2章で，ポテンシャル論で用いられているp次極値的長さとq次のある極値的量を無限ネットワークの到達可能点と任意の点の有限集合の間に定義し，ある条件のもとで，その2つの量の間に一般化された逆数関係があることをしめす。

更に，第3章で，点の集合X上の函数uにディリクレ積分D（u）とラプラシアン△uを定義し，ディリクレ積分有限な有界函数全体の族BD（N）がsup－normとディリクレ積分の平方根の和で作られ

るノルムによりバナッハ環をなすことを示し，点の集合XにＢＤ（Ｎ）によりロイデン コンパクト化X^*とロイデン境界$\Gamma = X^* - X$を導入する。バナッハ環ＢＤ（Ｎ）にノルムより弱い位相であるＢＤ－位相を考え，サポート有限な函数全体のつくる族L_0（X）のＢＤ－閉包をBD_0（Ｎ）で表す。さらに，BD_0（Ｎ）の全ての函数の値を０にするX^*の点を調和ロイデン境界Γ_hとすると，リーマン面と同様に，ネットワークＮの部分ネットワークＮ’について，有界な調和函数とディリクレ積分有限な調和函数がＮ’の点の集合Ｘ’の従来の意味の境界に対応するＸの部分集合$\partial_x(X')$と$\overline{X'} \cap \Gamma_h$に関して最大値，最小値の原理を満たすことを示す。

第４章では，リーマン面と無限ネットワークの決定的な相違点を指摘する。リーマン面おいては$\chi \in X^*$がΓに含まれるための必要十分な条件は１点集合$\{\chi\}$が非G_δ集合であることである，一方無限ネットワークの場合でも，$\chi \in \Gamma - \Gamma_h$ならば$\{\chi\}$は非$G_\delta$集合であるが，無限ネットワークの場合には，$\{\chi\}$が$G_\delta$集合である$\chi \in \Gamma_h \subset \Gamma$が存在することを示す。

最後に，Γの点に近ずくパスを定義するために，新しいパスの概念を導入する。そのパスにより極値的長さを定義すると，Γ_hと分離される$\Gamma - \Gamma_h$の部分集合Γ'と分離されるX^*の部分集合の間の極値的長さは無限大であることを示す。

論文の審査結果の要旨

本論文は，無限network上の解析学を扱ったものである。この種の理論はまだ揺籃期にあり，これからの発展が待たれるところであるが，著者は本論文において，関数論におけるリーマン面上の解析学との類比を考え，種々の結果を示している。

Networkの頂点上に値を与えた関数の境界点に近付いたときの値の挙動が問題であるが，ここで境界としては，networkの辺をたどっていく到達可能な境界と，network上の関数空間を介して作られる理想境界とある。本論文第１章，第２章では，到達可能な境界を論じ，第３章，第４章では，理想境界として，ロイデン境界を扱っている。

第１章では，二，三の極値問題を扱い，これをうけて第２章では，到達可能な境界点に対する極値的長さを論じている。

第３章では，まずロイデン境界の定義をしている。ポテンシャル論の方法を用い，有界かつディリクレ積分有限な関数のつくる関数環のスペクトルとしてnetworkのコンパクト化を考えその際に付加される点の集合としてロイデン境界が定まる。これについて，第４章とともに，いままでポテンシャル論で知られている結果を敷衍し，またポテンシャル論とは異なったことがあることも述べている。この対象はポテンシャル論よりもはるかに大きな自由性があるので興味深い。

以上のように，本論文はnetwork上の解析学を展開するのに必要となる手段を準備し，それらを利用した興味深い展開を行っており，学位論文として価値あるものと認める。