



Title	無限回路上の極値問題
Author(s)	樋野, 尚
Citation	大阪大学, 1987, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/35804
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	かや 樞	の 野	たかし 尚
学位の種類	工	学	博 士
学位記番号	第	7929	号
学位授与の日付	昭和 62 年 12 月 16 日		
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当		
学位論文題目	無限回路上の極値問題		
論文審査委員	(主査) 教 授 竹之内 健		
	(副査) 教 授 稲垣 宣生	教 授 永井 治	教 授 山本 稔

論文内容の要旨

X は点の集合, Y は辺の集合, K は点 $x \in X$ と辺 $y \in Y$ の結び付きを表す値を $\{\pm 1, 0\}$ にとる函数, r は Y 上の抵抗を表す正值函数とし, $N = \{X, Y, K, r\}$ がネットワークであるとは, N が連結でセルフループをもたないことである。

ネットワークに関する研究は輸送問題等の応用方面のみならず, 数学の理論構成上の点からも見直されている。しかし, 有限ネットワークについては応用面でも, 理論面でも詳しく調べられているが, 無限ネットワークについての研究は最近始まったばかりである。ネットワークの研究についても, 有限の場合と無限の場合ではかなりの相違点がある。本論文では, 無限ネットワークの極値問題について述べる。

有限ネットワークの極値問題については, Ford & Fulkerson [Flows in networks] によりまとめられている。無限ネットワークについては, 二つの有限集合間, または, 有限集合と理想境界∞の間の極値問題が山崎氏等により研究されている。本論文では, 第 1 章で, 無限ネットワークの無限パスの同値類として到達可能点を定義し, その到達可能点に関する極値問題を調べる。まず, その到達可能点と点の有限集合の間に 2 種類のフローを定義し, それぞれに関する最大フロー量が一致することを示す。

つづいて, 第 2 章で, ポテンシャル論で用いられている p 次極値的長さと q 次のある極値的量を無限ネットワークの到達可能点と任意の点の有限集合の間に定義し, ある条件のもとで, その 2 つの量の間に一般化された逆数関係があることをしめす。

更に, 第 3 章で, 点の集合 X 上の函数 u にディリクレ積分 $D(u)$ とラプラシアン Δu を定義し, ディリクレ積分有限な有界函数全体の族 $B D(N)$ が \sup -norm とディリクレ積分の平方根の和で作られ

るノルムによりバナッハ環をなすことを示し、点の集合 X に $B_D(N)$ によりロイデン コンパクト化 X^* とロイデン境界 $\Gamma = X^* - X$ を導入する。バナッハ環 $B_D(N)$ にノルムより弱い位相である B_D 一位相を考え、サポート有限な函数全体のつくる族 $L_0(X)$ の B_D -閉包を $B_{D_0}(N)$ で表す。さらに、 $B_{D_0}(N)$ の全ての函数の値を0にする X^* の点を調和ロイデン境界 Γ_h とすると、リーマン面と同様に、ネットワーク N の部分ネットワーク N' について、有界な調和函数とディリクレ積分有限な調和函数が N' の点の集合 X' の従来の意味の境界に対応する X の部分集合 $\partial_x(X')$ と $X' \cap \Gamma_h$ に関して最大値、最小値の原理を満たすことを示す。

第4章では、リーマン面と無限ネットワークの決定的な相違点を指摘する。リーマン面においては $x \in X^*$ が Γ に含まれるための必要十分な条件は1点集合 $\{x\}$ が非 G_δ 集合であることである、一方無限ネットワークの場合でも、 $x \in \Gamma - \Gamma_h$ ならば $\{x\}$ は非 G_δ 集合であるが、無限ネットワークの場合には、 $\{x\}$ が G_δ 集合である $x \in \Gamma_h \subset \Gamma$ が存在することを示す。

最後に、 Γ の点に近づくパスを定義するために、新しいパスの概念を導入する。そのパスにより極値的長さを定義すると、 Γ_h と分離される $\Gamma - \Gamma_h$ の部分集合 Γ' と分離される X^* の部分集合の間の極値的長さは無限大であることを示す。

論文の審査結果の要旨

本論文は、無限network上の解析学を扱ったものである。この種の理論はまだ搖籃期にあり、これらの発展が待たれるところであるが、著者は本論文において、関数論におけるリーマン面上の解析学との類比を考え、種々の結果を示している。

Networkの頂点上に値を与えた関数の境界点に近付いたときの値の挙動が問題であるが、ここで境界としては、networkの辺をたどっていく到達可能な境界と、network上の関数空間を介して作られる理想境界となる。本論文第1章、第2章では、到達可能な境界を論じ、第3章、第4章では、理想境界として、ロイデン境界を扱っている。

第1章では、二、三の極値問題を扱い、これをうけて第2章では、到達可能な境界点に対する極値的長さを論じている。

第3章では、まずロイデン境界の定義をしている。ポテンシャル論の方法を用い、有界かつディリクレ積分有限な関数のつくる関数環のスペクトルとしてnetworkのコンパクト化を考えその際に付加される点の集合としてロイデン境界が定まる。これについて、第4章とともに、今までポテンシャル論で知られている結果を敷衍し、またポテンシャル論とは異なったことがあることも述べている。この対象はポテンシャル論よりもはるかに大きな自由性があるので興味深い。

以上のように、本論文はnetwork上の解析学を展開するのに必要となる手段を準備し、それらを利用した興味深い展開を行っており、学位論文として価値あるものと認める。