【16】

| | |
|---|---|
| 氏名・(本籍) | 張(つあん) 徳(と) 祺(じ) |
| 学位の種類 | 理学博士 |
| 学位記番号 | 第 8559 号 |
| 学位授与の日付 | 平成元年3月24日 |
| 学位授与の要件 | 理学研究科数学専攻<br>学位規則第5条第1項該当 |
| 学位論文題目 | **有理型2重および3重特異点をもつ対数的 del Pezzo 代数曲面** |
| 論文審査委員 | (主査)<br>教授 宮西 正宜<br>(副査)<br>教授 尾崎 英樹　教授 村上 信吾　講師 角田秀一郎 |

## 論文内容の要旨

次の2つの条件を満す射影的代数曲面$\overline{V}$をdel Pezzo 代数曲面と呼ぶ

(1) $\overline{V}$は特異点を持たない。

(2) $-K_{\overline{V}}$ は豊富である，但し，ここで $K_{\overline{V}}$ は$\overline{V}$の典型因子である。

これらの代数曲面の分類は del Pezzo 以来多数の人によりなされた。条件(1)を弛めて，次の条件(1)′を考える。

(1)′ $\overline{V}$は特異点を持つが，孤立な商特異点しか持たない。

条件(1)′と(2)を満す射影的代数曲面を対数的 del Pezzo 代数曲面と呼ぶ。こういう代数曲面は Kulikov と Persson らにより代数曲面の退化を研究するときのファイブレション のファイバーの既約成分として出て来る。また，宮西と角田らが研究している代数開曲面の一つの場合として，対数的 del Pezzo代数曲面が出て来る。対数的 del Pezzo 代数曲面の代表的な例は $P^2/G$ である。但し，G は Aut($P^2$)の有限部分群である。階数1の Gorenstein 対数的 del Pezzo 代数曲面$\overline{V}$が$\overline{V}\cong P^2/G$と書けるための必要十分条件は論文〔3〕で与えた。

対数的 del Pezzo 代数曲面を分類するのが主な目的である。その準備として，論文〔1〕で飯高代数曲面を分類した。さらに 論文〔2〕で対数的 del Pezzo 代数曲面の一つの分類理論を作った。この理論を用いると，与えられた対数的 del Pezzo 代数曲面$\overline{V}$の研究は境界の既約成分の数とその双対グラフがより簡単な（新しい）対数的 del Pezzo 代数曲面$\overline{W}$の研究に帰着できる。この理論は特異点の重複度が小さい代数曲面にとって最も効果的である。本論文では，1つの有理型3重特異点と幾つかの有理型2重特異点しか持たない代数曲面$\overline{V}$でPicard 数$\rho(\overline{V})=1$となるもの（以下、dP3代数曲面と呼ぶ）に対して

この理論を適用して，dP3代数曲面の特異点の種類による分類に成功した。具体的には，次の定理を証明した。

定理 (1) dP3代数曲面の特異点の集合 Sing($\overline{V}$)は97個のtypeに分けられる。しかも，すべてのtype は実現可能である。

(2) 写像 g: $V \to \overline{V}$を$\overline{V}$の極小な特異点解消，Dを$\overline{V}$の特異点の集合 Sing($\overline{V}$)のgによる逆像とする。すると，V上に $\mathbf{P}^1$ −ファイブレション$\Psi$: $V \to \overline{V}$ が存在して，Dの各成分は$\overline{V}$の特異ファイバーの成分，断面又は2重断面として現れる。Dの形や$\Psi$のすべての特異ファイバーの形は具体的に表される。

(3) $\overline{V}$の正則部分を$V^0 = \overline{V} - \mathrm{Sing}(\overline{V})$とおくと，$V^0$の位相的基本群$\pi_1(V^0)$は有限群であるが必ずしも可換群ではない。

(4) $\pi_1(V^0) = (1)$ならば，$V^0$は$\mathbf{C} \times (\mathbf{C} - \{0\})$をZariski開集合として含む。特に，$V^0$は affine−ruled である。

(5) $U^0$を$V^0$の位相的普遍被覆空間とすると，$U^0$は非特異代数曲面である。関数体 C($U^0$)における$\overline{V}$の正規化を$\overline{U}$とすると，$\overline{U}$はまた対数的 del Pezzo 代数曲面になる。

(6) $\pi_1(V^0) \neq (0)$と仮定すると，$\overline{V}$が $\mathbf{P}^2$ の商空間 $\mathbf{P}^2/G$ と書けるための必要十分条件はPicard 数$\rho(\overline{U}) = 1$である。

次の問題は部分的な結果を除いてまだ未解決である。

問題，特異点のtypeを定みるとき，そのtypeに属するdP3 代数曲面の同型類はどれほどあるか？

一般には，特異点のtypeだけではdP3 代数曲面の同型類を唯一通りには決定できない。

## 論文の審査結果の要旨

射影的非特異代数曲面Vについて，その標準因子を$K_V$と表わすとき，$-K_V$が豊富ならば，Vをdel Pezzo曲面と呼ぶ。この曲面の非特異変形を法とする分類はよく知られていて，射影平面 $P^2$，射影直線の積 $\mathbf{P}^1 \times \mathbf{P}^1$ 及び $\mathbf{P}^2$ 上の一般の位置にある$r$個の点（$1 \leq r \leq 8$）を爆発させて得られる曲面$V_r$でつくされる。$r$個の点が一般の位置にあるという条件を少しゆるめると，$V_r$上には特異点に可縮な曲線族が現われて，$-K_V$は豊富でなくなるが，この曲線族を収縮して特異点を許す曲面$\overline{V}$に移れば，$-K_V$が豊富になっている。

張徳祺君は上記の事情をふまえて，対数的 del Pezzo 曲面を，商特異点のみを許す射影的正規代数曲面$\overline{V}$で，$-K_{\overline{V}}$が豊富であるものとして定義する。このような商特異点を許す代数曲面は曲面の退化論や非完備代数曲面の分類論にしばしば現われて，その解明が待たれているものである。射影変換群PGL（2，$\mathbf{C}$）の有限部分群Gによる商多様体$\mathbf{P}^2/G$はPicard 数が1の対数的 del Pezzo 曲面の例である。

張君はdel Pezzo 曲面$\overline{V}$の持つ特異点を2重点と3重点のみに限り，またPicard数が1である場合のみに限って，$\overline{V}$をdP3曲面と呼んでいる。本論文の成果はdP3 曲面の構造とその特異点の分布を明らかにしたことである。

まず，$\bar{V}$の構造を調べるために，$\bar{V}$の特異点の極小解消Vと$\bar{V}$の特異点集合Sing（$\bar{V}$）のVへの引き戻しDを考えると，DはV上の正規交叉因子になっている。Vには $\mathbf{P}^1$ を一般のファイバーとする曲線束の構造が入り，Dは退化したファイバーの既約成分，曲線束の断面または2一断面から成る。この曲線束を利用して，dP3曲面上の特異点の分布には97個の型が存在することが示される。

さらに，$V_0=\bar{V}-\mathrm{Sing}(\bar{V})$として，基本群$\pi_1(V_0)$と$V_0$の普遍被覆を決定している。$\bar{V}$が $\mathbf{P}^2/G$と表わせる場合もすべて決定されている。注目すべき結果に，$\pi_1(V_0)=(1)$ならば，$\bar{V}$は$\mathbf{C}\times\mathbf{C}^*$のコンパクト化になっているということがある。

これらの結果は複雑な構造を正確な計算によって解明することで得られたものであり，代数多様体の研究に貢献するところ大である。よって本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。