Title	有限型フォン・ノイマン環における相対エントロピーに関する研究
Author(s)	吉田, 裕亮
Citation	大阪大学, 1988, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/36461
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

【3】

氏名・(本籍)	吉田裕亮（よしだ ひろあき）
学位の種類	工学博士
学位記番号	第 8406 号
学位授与の日付	昭和63年12月23日
学位授与の要件	基礎工学研究科 数理系専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	**有限型フォン・ノイマン環における相対エントロピーに関する研究**
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 稲垣 宣生 教授 永井 治 教授 水野 克彦

論文内容の要旨

本論文は，有限型フォン・ノイマン環における相対エントロピーの還元理論を展開し，また計算手法を確立させ，それらを群の作用より得られる接合積環および不動点環の相対エントロピーの計算に応用することによって，相対エントロピーと群作用の不変量との関係を明らかにした研究をまとめたものである。

本研究において，考究される相対エントロピーはM. Pimsner, S. Popaにより導入されたものである。ここではより精密な議論のために，このエントロピーをさらに拡張した相対エントロピーを導入し，計算において有用ないくつかの公式を与えた。また，これらを用いることにより，一般の有限型フォン・ノイマン環Mとその部分環Nについてそれらの間の相対エントロピーH(M｜N)の積分表示を行ない，更に相対エントロピーが有限値となるための条件を考察し，一般の有限型フォン・ノイマン環における相対エントロピーの計算は，多くの場合，環はその環の中心が自明な環すなわち，因子環に帰着できるを示した。このことは，例えば群の作用による不動点環の相対エントロピーの計算においては群作用が中心エルゴード的な場合のみを扱えば十分であること，及び不動点環のエントロピーの計算の場合，扱うフォン・ノイマン環は因子環でよい，と言うことが従い計算手法としても有用であり応用も広いものである。

一般の有限型フォン・ノイマン環Mへの有限群Gの作用αによる接合積環M×Gと元の環Mとの相対エントロピーH（M×G｜M）に関しては次の結果を得た。一般に，相対エントロピーの値はlog｜G｜以下であり，更に，log｜G｜になるための十分条件として次の2つのがある。すなわち，群Gがアーベル群である。環MがⅡ$_1$型因子環である。また，これらの場合には具体的な単位の分割も与えた。

次に不動点環と相対エントロピーに関して，次の結果を得た。先にも述べているように計算においては，環は因子環の場合に扱えば十分である。したがって，本論文では因子環の場合に，不動点環の相対エントロピーの完全な公式をまず，群が有限群の場合について考察し，局所コンパクト群のへの拡張を行なった。特に有限群の場合についての公式はV. Jonesにより与えられた作用の不変量のみで記述されているので，群作用による不動点環の相対エントロピーの値は作用の不変量であることが従う。また，有限群の場合の完全な公式から相対エントロピーが最大となる作用はV. Jonesが構成したモデル作用に他ならないことも明らかにした。

論文の審査結果の要旨

本論文はPimsner，Popaが導入した有限フォン・ノイマン環とその部分環の間の相対エントロピーについて，その計算の過程に生ずる諸問題について，詳細な研究を行なっている。

Mを有限フォン・ノイマン環，L, Nをその部分フォン・ノイマン環でM⊃L⊃Nであるものとするとき，$H(M \mid N)=H(M \mid L)+H(L \mid N)$ が成立するための条件を求める。≦はつねに主張される不等式であり，≧の成立が問題である。著者は，一般的な公式をいろいろ求めた後，Mが有限因子であるとき，$H(M \mid N)<+\infty$のときは，相対交換環$N' \cap M$が原子的でなければならないこと，そしてそれより，Nの中心Z(N) がやはり原子的となり，その原子をq_j， $j \in J$として，$L=\Sigma_{j \in J} q_j M q_j$のときは，上掲の公式が成り立つことを述べている。

次に有限フォン・ノイマン環Mに有限群Gが作用しているとき，その作用をαで示し，そこからできる接合積を$M \times_\alpha G$，不動要素環をM^αとする。このとき，一般には$H(M \times_\alpha G \mid M) \leqq \log \mid G \mid$であるが，ここでの等号成立条件として，最終的に，Gがアーベル群であるとき，あるいはMがII_1型因子であるときは，等号が成立することを示している。また，$H(M \mid M^\alpha)=\log \mid G \mid$の成立を考える。この式はGの作用が完全に外部的であるときは，正しいことが述べられている。

本論文は，この他にも多くの有用な知見を与えており，学位論文として価値あるものと認める。