



Title	ファジー・フィルターとファジー位相空間に関する超準解析
Author(s)	西村, 健
Citation	大阪大学, 1989, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/36485">https://hdl.handle.net/11094/36485</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	にし 西	むら 村	たけし 健
学位の種類	工	学	博 士
学位記番号	第	8 5 3 6	号
学位授与の日付	平成元年 3 月 15 日		
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当		
学位論文題目	ファジー・フィルターとファジー位相空間に関する超準解析		
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 稲垣 宣生      教授 石井 恵一      教授 西田 俊夫		

## 論文内容の要旨

本論文は、ファジー単子の概念を導入し、これを使ってファジー単子論の観点から行なったファジー位相空間とファジー・フィルターの研究をまとめたものである。L. Zadeh が提唱したファジー集合論を基礎とするファジー数学の一分野であるファジー位相空間論は今日急速な発展を見せている。一方、A. Robinson が始め、その後 Robinson 自身や多くの数学者の手によって発展してきた超準解析の分野では、モナド (= 単子) という概念を用いて通常の (即ち、ファジーでない) 位相空間やフィルターを研究する「単子の理論」が完成している。この論文では、ファジー・フィルターやファジー位相空間の研究に役立つ形で、ファジー単子を定義し、それによって実際に「ファジー単子論」を展開する。

ファジー・フィルター  $\mathcal{F}$  のファジー単子の定義を、通常のフィルターの単子の定義と平行して行おうとすると、 $A \in \mathcal{F}$  の超準拡大  $*A$  すべてのファジー集合としての共通部分を取らねばならないが、各  $*A$  は単位区間  $I$  の超準拡大  $*I$  に値を持つファジー集合であり、超準解析でいう外的な意味では  $*I$  が順序完備でないこと、集合  $\{ *A \mid A \in \mathcal{F} \}$  が外的な集合であることの 2 つの理由から上記の共通部分の定義において困難に行きあたる。本研究では、§ 1 で  $*I$  の拡張としてその Dedekind の完備化  $\mathcal{I}$  を導入し、 $\mathcal{I}$  値ファジー集合と見た  $*A$  ( $A \in \mathcal{F}$ ) すべての共通部分として、 $\mathcal{F}$  のファジー単子を定義した。このとき  $\mathcal{I}$  に順序反転対合を自然に定義できて、 $\mathcal{I}$  値ファジー集合論が構成されることも確認している。こうして定義されたファジー・フィルターのファジー単子はもとのファジーフィルターを完全に特徴づけることがわかり、ファジー・フィルターに関する議論は直観的に明確な像をともなうファジー単子の議論に置きかわることになる。同 § では応用例としてファジーフィルターについての 2 つの話題について定理や系を述べた。§ 2 では、ファジー位相空間をとりあげ、その各ファジー点に近傍系のなすファジーフィルターの

ファジー単子（ファジー位相的単子）を割りあて、それらによってファジー位相的な諸概念が直感像をともなった形式で明確に記述されるという、いわゆるライブニッツの単子論の厳密化のファジー数学での実現を行っている。また、写像のファジー位相に関する連続性や積空間のファジー位相のファジー単子論的扱いについてもふれた。§ 3 では数種類以上もある、ファジー位相空間でのコンパクト性の概念を単子論の立場から論じ、多様なコンパクト性相互の関係がこの議論を通じて明らかになることを示した。§ 4 ではファジー位相空間において、\*ファジー点（ファジー点の超準拡大概念）に対しても位相的単子を定義し、これを使うことにより、ファジー位相空間論における最近の話題であるファジー半開集合、写像のファジー半連続性、ファジー集合のファジー概コンパクト性およびある種の分離公理などのファジー単子論の意味を論じた。

## 論文の審査結果の要旨

著者は、本論文において、超準解析を活用することにより、ファジー理論、とくにフィルターに関すること、およびファジー位相空間について、明解な理論展開を確立することを行なっている。

まず、 $I = [0, 1]$  に対して、その超準像を考え、その順序完備化  $J$  をつくる。そして、空間  $X$  のファジー集合からなるファジー・フィルターについて、その各ファジー集合の超準像の共通部分として得られる  $J$  ファジー集合を、このフィルターの核と称する。そのとき、もとのファジー・フィルターは、この核によって完全に決定されることがすべての基礎になる。これによってファジー・フィルターの諸性質を論ずることが容易になる。さらに、ファジーでない通常のフィルターも通常の超準解析でやるよりもわかりやすく扱うことができ、特にウルトラフィルターについては、強力な結果を得ている。

最も効果のあるのは、コンパクト性に関するものである。ファジー位相空間では、コンパクトの概念は細かく分別されるが、それらの相互関係、並びに空間がハウスドルフ空間のときはこれらの概念は一致するなどということが、ファジー核を用いることにより、極めて明解に示される。

以上、本論文は、ファジー理論の数学をつくらうという近年の動きに対し、単にファジー化によって一般化をはかるのではなく、超準解析の活用とともに、有効な魅力ある数学理論の展開をはかったものであり、学位論文として価値あるものと認める。