OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	非可換2ートーラスの微分相写像
Author(s)	小髙, 一則
Citation	大阪大学, 1989, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/36491
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【103】

氏名・（本籍）	小　髙　一　則（こ だか かず のり）
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	第　8537　号
学位授与の日付	平成元年3月15日
学位持与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**非可換2－トーラスの微分相写像**
論文審査委員	（主査） 教 授　竹之内　脩　教 授　永野　克彦 （副査） 教 授　永井　治

論文内容の要旨

$A\theta$を非可換2－トーラスとし、u, vを$A\theta$の unitary elements とし, $uv=e^{2\pi i\theta}vu$を満足するものとする。このときu, vは$A\theta$の生成元となる。

また, A_{θ}^{∞}を2次元トーラスから$A\theta$へのCanonicul actionに関して smooth なelementsからなる$A\theta$のdense ＊－subalgebra とする。

さて$A\theta$の自己同型写像αが次の条件を満たすとき, αは微分同相写像であるという。

$$\alpha\ (A_{\theta}^{\infty})=A_{\theta}^{\infty}$$

$A\theta$の微分同相写像には, 次のようなcanonical な例がある。

1）任意の unitary element $W\theta A_{\theta}^{\infty}$ に対して, $\alpha\xi\alpha(\chi)=W^{*}$, $^{\forall}\alpha\in A_{\theta}$と定める。

2）任意のs, $t\in IR$に対して、$\alpha(s,t)$を$\alpha(s,t)(u)=e^{2\pi is}u$, $\alpha(s,t)(v)=e^{2\pi it}v$ と定める。

3）任意の$g=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\in SIL(2,\Pi)$に対して、$\alpha g$を$\alpha g(u)=u^{a}v^{c}$, $\alpha g(v)=u^{a}v^{b}$と定める。

1986年にElliottはこのことについて次のようなことを示した。

θが generio なとき, Atの任意の微分同相αに対して, $^{\Xi}n\in A_{\theta}^{\infty}$：unitary, $^{\Xi}s$, $t\in IR$, $^{\Xi}g\in SL(2,\Pi)$

$$s,t,\quad \alpha=A\ (W)\circ\chi(s,t)\circ\alpha g$$

そこで, 本研究では, eが generic ではないときに、微分同相写像が, どのようになっているかを調

べることにした。そして次のような結果を得た。

$\exists\theta$：generic でない無理数，$\exists\alpha$：Ag の微分同相写像

$$s,\ t,\ \alpha \neq \mathrm{Ad}(W)\circ\alpha(s,t)\circ\alpha g$$

for $\forall w \theta A_\theta^\infty$ umtary, $\forall s, t \theta$ IR, $\forall g e SL(2, \Pi)$，証明は次のような微分同相写像 α を考える。

$$\alpha(u)=e^{2\pi i g(v)}u,\quad \alpha(v)=v$$

ここで $g \theta c^\infty(\Pi)$ で実数値をとる。

上のような α を考え、次のような条件を満足するように，θ と g とを定めればよい。

$$\Gamma(\alpha)=\Pi$$

$$\tilde{\tau}_*(Ko(A_\theta \chi \alpha \Pi))=\Pi+\Pi\theta。$$

ここで $\Gamma(\alpha)$ は α のConnes spectrum $\tilde{\pi}_*$ は，A_θ の uniquc tracial stste より定まる $Ko(A_\theta\chi\alpha\Pi)$ から IRへの homomorphism。

論文の審査結果の要旨

C* 環における微分同相写像の形をきめる問題は困難な問題であり，いままでいくつかの具体例についての結果が与えられているにすぎない。そのうちで，注目を集めているのが、本論文の非可換２－トーラスの場合である。

非可環２－トーラスは，１－トーラスTに対し，t→ exp（２πiθt）（ただし，θ は無理数）という作用のもとに構成される。ここで，θ がリュウヴイル型の無理数でない場合，微分同相写像はある標準形をもつことが近年確立され，一般の場合にもこの標準形が通用するのではないか，といわれていた。著者はこれに対して，そのことの成立しない反例を構築したものである。

微分同相写像には，いくつかの典型的な形のものがあり，標準形は，そのうちの３種類のものの結合の形で示される。著者は，リュウヴィル型無理数　を適当な形でつくり，その θ によって構成される非可換２－トーラスにおいては，この３種類のものとは異なる他の形の典型微分同相写像のうちに，この標準の形には表しえないものがあることを証明したものである。証明の手段にはK理論が用いられ，この方法についても，これはK理論の一つの活用の道を示したものとして評価される。

以上、本論文は，C* 環の微分同相写像をきめるという，極めて魅力的なしかし困難な問題について重要な知見を与えており，学位論文として価値あるものと認める。