【48】

氏名・(本籍)	中神恵子（なかがみけいこ）
学位の種類	工学博士
学位記番号	第 8362 号
学位授与の日付	昭和63年10月26日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**超関数空間について**
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 坂口 実　教授 稲垣 宣生

論文内容の要旨

本論文はデルタ関数およびその導関数などを含みながら，古典的な関数の理論からあまり離れない超関数の理論の構成を目的としたものであり，それは積分論の立場から新たに構成したものである。

本研究の主な内容は，次の通りである。

(1) シュバルツの超関数論と違って，超関数の積分法が得られた。この積分によりデルタ関数は積分可能になる。ルベッグ積分の拡張として，コルモゴロフが構成したA－積分と同値なER－積分が功力によって構成された。それは岡野によってE. R. ν－積分に拡張されたが，本研究における積分はE. R. ν－積分をさらに拡張したものであることを示した。

(2) ディラックによって与えられたデルタ関数の基本公式

$\delta(x)=\delta(-x)$，$\delta(\lambda x)=\lambda^{-1}\delta(x)$ $(\lambda>0)$，$x\delta(x)=0$，

$\delta(x^2-\lambda^2)=(2\lambda)^{-1}(\delta(x-\lambda)+\delta(x+\lambda))$ $(\lambda>0)$，

$\int\delta(x-y)\ \delta(y)dy=\delta(x)$

に数学的意味を与えた。それはディラックが彼の著書「量子力学」でのべたデルタ関数の考えに沿う形のものである。

(3) 超関数の微分法を与え，その微分法の基本性質およびいくつかの常微分方程式への応用をのべた。またディラックによる基本公式 $(\log x)'=-i\pi\delta(x)+1/x$ に数学的意味を与えた。シュバルツの超関数論との違いを示す1つの例として，微分方程式 $-x^3g'=2g$ を取上げた。シュバルツの理論においては恒等的に0になる関数だけが解であるが，ここでは古典的解析学における解 $g(x)=C\exp(x^{-2})$ と同様の解を得ることを示した。またいくつかの応用を通して，導関数の定義の仕方から常

微分方程式の解の存在性や解の形が多くの場合，古典的解析学を使って簡単に推測できることを考察した。

(4) シュバルツの超関数論と違って，超関数の積が自然な形で与えられることを示した。

(5) 最後に，$L^2(D)$ がこの超関数空間に連続的にうめ込めることを示した。

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

本論文は，応用的見地から重要な微分方程式の扱いを可能なようにするため，従来用いられている Schwartz の超関数、佐藤の超関数などとは異なる新しい超関数空間を定義し，その上での微分積分の議論を構成し，微分方程式へのアプローチを論じたものである。その主要な思想は，功力の階位空間の理論に基づくものである。

第1章では，超関数空間 $\Gamma_0(D)\oplus M_0(D)$ を定義する。$M_0(D)$ は，区間〔a，b〕上の可測関数全体に，適宜な方法によって，階位空間の構造を導入したものである。$\Gamma_0(D)$ は，singlarity に対応して，問題ごとに設定し，議論が可能なようにする。これにも，階位空間の構造を導入しておく。

第2章では，功力によってはじめられ，岡野，中西によって発展させられた（E. R.）積分の議論を，この空間の上でつくる。そして，第3章では，δ 関数が，著者の超関数空間の上では，ディラックの与えた形式そのままで扱っていけることを述べている。

第4，5章では，微分の議論を展開する。これは，古典的微分方程式の議論に応ずる形で，解が構成できることを目的としたもので，この議論の一つの特色といえよう。

第6章は超関数の積の構成を，第7章では一つの応用を与えている。

以上，本論文は，一つの超関数理論を与え，その有用性を論じており，学位論文として価値あるものと認める。