



Title	C*一部分環に対する指数
Author(s)	綿谷, 安男
Citation	大阪大学, 1988, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/36536
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	わた 綿	たに 谷	やす 安	お 男
学位の種類	工	学	博	士
学位記番号	第	8 3 3 1	号	
学位授与の日付	昭和 63 年 9 月 24 日			
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当			
学位論文題目	C* - 部分環に対する指数			
論文審査委員	(主査)			
	教授	竹之内 脩		
	(副査)			
	教授	稲垣 宣生	教授 永井 治	教授 水野 克彦

論文内容の要旨

Jones は Π_1 型因子環 M の部分因子環 N に対してその指数 $[M : N]$ を結合定数を用いて定義した。これは M の中に N のコピーが何個分入るかを計る尺度である。例えてみれば群 G の部分群 H に対する指数 $[G : H]$ のようなものである。 Π_1 型因子環の特徴である「連続次元」の存在を素直に反映するならば、その指数の取りえる値は 1 以上のすべての実数と予想してしまう所である。しかし、実はそうではないことを Jones は発見した。驚くべきことにその指数 $[M : N]$ の取り得る値は $\{4\cos^2 \pi/n; n=3, 4, 5, \dots\}$ の離散部分と $[4, \infty]$ の連続部分の二つに分かれるのである。彼はさらにそれらの値を実際に実現してみせた。そのためには M から N への条件付期待値と呼ばれる完全正值写像とそれから作られる basic construction という因子環の拡大が本質的な役割を果たしたのである。この拡大を何度も繰り返すことで、ある交換関係を満たす射影元達をつくりださせたことが決定的な鍵となったのである。

この理論はその後、幸崎によって任意の因子環の場合に拡張された。そこでは因子環 M からその部分環 N への条件付期待値 E に依存するものとしてその指数 $\text{Index } E$ が定義された。そしてその指数のとりえる値は Π_1 型因子環の場合と全く同じであることを示した。

この論文ではこの指数の理論をさらに C^* 環の枠組みにまで拡張することを目的とする。そのおかげで例えば被覆空間におけるシートの枚数（つまり被覆度）も私たちの指数の概念に含まれることが示せる。 C^* 環の場合には basic construction は実は Hilbert C^* 加群における「コンパクト作用素」の作る C^* 環に一致することが分かる。これを利用して単純 C^* の場合にはその指数が取り得る値がやはり $\{4\cos^2 \pi/n; n=3, 4, 5, \dots\} \cup [4, \infty]$ となることが証明される。さらに群論における移送の概念をまねて、Tor や Ext や C^* 環の K 理論にまで移送の概念を定義する。そして自然な写像に移送を合成し

たものを、指数のかけ算作用素として表わし、指数と移送の間に関連があることを示す。

論文の審査結果の要旨

本論文は、 C^* 環とその部分環の間の Index-指数-を定義し、その値の決定、ならびに応用を論じたものである。

第1章は、抽象代数の枠組みの中で Index の概念が設定できることを述べている。そのために、 k を単位要素を有する可換環とし、 k -環 B と、その部分 k -環 A の間に、 B を A にうつす A の要素を動かさない k -両側モジュール写像 E があるとき、この E について、 $\sum_i u_i E_i(v_i x) = x = \sum_i E(x u_i) v_i$ がすべての x について成立つような、有限個の組 $(u_1, v_1), \dots, (u_n, v_n) \in B \times B$ があれば、 E は指数有限型であるといい、 E について、 $\text{Index} E = \sum_i u_i v_i$ と定める。これが u_i, v_i によらず一定に定まり、 B の中心の要素となることが述べられている。

第2章では、まずこれが II_1 型因子の場合には、Jones の定義したもの、 III 型因子の場合には、幸崎の定義したものと同じことになることを述べている。ついで、 C^* 環の場合に入り、単純 C^* 環で有限型の E があるとき、それに対する Index の値は、Jones, 幸崎の場合と同様、 $\{4 \cos^2 \pi / n ; n=3, 4, \dots\} \cup [4, \infty[$ の中の値に限られることを示している。そして、いろいろな興味ある応用を述べている。

第3章では、Index と、ホモロジー代数における Transfer の関係についての研究をのべている。

以上、本論文は、Index について、これまでの結果を包括した一般的理論を展開しており、学位論文として価値あるものと認める。