【39】

氏名・(本籍)	**綿**(わた) **谷**(たに) **安**(やす) **男**(お)
学位の種類	工　学　博　士
学位記番号	第　8331　号
学位授与の日付	昭和63年9月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**C^*－部分環に対する指数**
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 稲垣 宣生　教授 永井 治　教授 水野 克彦

論文内容の要旨

JonesはII_1型因子環Mの部分因子環Nに対してその指数〔M : N〕を結合定数を用いて定義した。これはMの中にNのコピーが何個分入るかを計る尺度である。例えてみれば群Gの部分群Hに対する指数〔G : H〕のようなものである。II_1型因子環の特徴である「連続次元」の存在を素直に反映するならば，その指数の取りえる値は1以上のすべての実数と予想してしまう所である。しかし，実はそうではないことをJonesは発見した。驚くべきことにその指数〔M : N〕の取り得る値は$\{4\cos^2\pi/n ; n=3, 4, 5,\cdots\}$の離散部分と〔4，∞〕の連続部分の二つに分かれるのである。彼はさらにそれらの値を実際に実現してみせた。そのためにはMからNへの条件付期待値と呼ばれる完全正値写像とそれから作られるbasic constructionという因子環の拡大が本質的な役割を果たしたのである。この拡大を何度も繰り返すことで，ある交換関係を満たす射影元達をつくりださせたことが決定的な鍵となったのである。

この理論はその後，幸崎によって任意の因子環の場合に拡張された。そこでは因子環Mからその部分環Nへの条件付期待値Eに依存するものとしてその指数Index Eが定義された。そしてその指数のとりえる値はII_1型因子環の場合と全く同じであることを示した。

この論文ではこの指数の理論をさらにC^*環の枠組みにまで拡張することを目的とする。そのおかげで例えば被覆空間におけるシートの枚数（つまり被覆度）も私たちの指数の概念に含まれることが示せる。C^*環の場合にはbasic constructionは実はHilbertC^*加群における「コンパクト作用素」の作るC^*環に一致することが分かる。これを利用して単純C^*の場合にはその指数が取り得る値がやはり$\{4\cos^2\pi/n ; n=3, 4, 5, \cdots\}\cup$〔4，∞〕となることが証明される。さらに群論における移送の概念をまねて，TorやExtやC^*環のK理論にまで移送の概念を定義する。そして自然な写像に移送を合成し

たものを，指数のかけ算作用素として表わし，指数と移送の間に関連があることを示す。

論文の審査結果の要旨

本論文は，C^*環とその部分環の間のIndex－指数－を定義し，その値の決定，ならびに応用を論じたものである。

第1章は，抽象代数の枠組みの中でIndexの概念が設定できることを述べている。そのために，kを単位要素を有する可換環とし，k-環Bと，その部分k-環Aの間に，BをAにうつすAの要素を動かさないk-両側モジュール写像Eがあるとき，このEについて，$\Sigma_i u_i E_i(v_i x) = x = \Sigma_i E(xu_i)v_i$がすべてのxについて成立つような，有限個の組$(u_1, v_1), \cdots, (u_n, v_n) \in B \times B$があれば，Eは指数有限型であるといい，Eについて，$\mathrm{Index}E = \Sigma_i u_i v_i$と定める。これが$u_i$，$v_i$によらず一定に定まり，Bの中心の要素となることが述べられている。

第2章では，まずこれがII_1型因子の場合には，Jonesの定義したもの，Ⅲ型因子の場合には，幸崎の定義したものと同じことになることを述べている。ついで，C^*環の場合に入り，単純C^*環で有限型のEがあるとき，それに対するIndexの値は，Jones，幸崎の場合と同様，$\{4\cos^2 \pi/n ; n=3, 4, \cdots\} \cup [4, \infty[$の中の値に限られることを示している。そして，いろいろな興味ある応用を述べている。

第3章では，Indexと，ホモロジー代数におけるTransferの関係についての研究をのべている。

以上，本論文は，Indexについて，これまでの結果を包括した一般的理論を展開しており，学位論文として価値あるものと認める。