【79】

氏名・(本籍)	早川 款達郎 (はやかわ かんたろう)
学位の種類	工学博士
学位記番号	第 8463 号
学位授与の日付	平成元年2月28日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**一階線形偏微分方程式系に対する差分スキームの収束性についての局所理論 C^1, C^ωカテゴリーにおいて**
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 稲垣 宣生　教授 永井 治　教授 水野 克彦

論文内容の要旨

本論文は偏微分方程式の初期値問題に対して用いられる差分スキームの収束性に関して，局所理論を展開することを目的とし，C^1級カテゴリー並びにC^ω級カテゴリーにおけるスキームの収束性について局所理論的解析を行うことによって得られた結果をまとめたものである。対象とする方程式は一階線形定係数偏微分方程式の連立系であり，差分スキームは単純差分スキーム，Friedrichsの差分スキーム，Lax－Wendroffの差分スキームの三つである。

偏微分方程式の数値近似解を差分法で求める試みは広く一般的に行なわれていることであり，その近似の精度が限りなく高くできることを示すスキームの収束性の問題に対しては多くの研究がなされて来た。しかし，実用上の立場から見て当然ではあるが，それ等は概して大域的な理論であり，しかもC^mカテゴリーあるいはL^2カテゴリーでのみ取扱われている。他方，偏微分方程式の初期値問題の理論においては，一意可解性のテーマは，先づは，局所的理論で取りあげられ，C^m カテゴリー又はL^2カテゴリーにおいては，双曲型偏微分方程式の理論，C^ωカテゴリーにおいてはCauchy－Kovalevskajaの理論という誠に美しい成果を見ている。これに対応して，純理論的立場から，差分スキームに関して，局所的理論を試み，C^1級カテゴリー並びにC^ω級カテゴリーに対して一応の結論を得た。C^1級カテゴリーでの差分スキームの収束性の局所理論は大域理論とほゞ平行して論ずることができ，局所理論においても，von Neumannの条件が収束性が成り立つための必要十分条件であることがしめされた。解析に用いた方法は，von Neumann以来のFourier級数展開によるものでこれは双曲型方程式論で用いられるFourier変換による解析と対応している。一方C^ω級カテゴリーにおいては，基本となった代数的な補題をしめし，本論文で取り上げた三つのスキームが全て局所的な収束性を持っていることをしめす

ことができた。解析に用いた方法はC^{ω}級関数の巾級数展開と，その収束に関する評価であり，これは非持性的初期値問題のC^{ω}級カテゴリーによる取扱い（Cauchy－Kovalevskaja の定理）で用いられた巾級数展開とその評価に対応している。

論文の審査結果の要旨

本論文は，偏微分方程式の解の数値解析的な取り扱いにおいて一つの重要な中心的意味をもつ，差分スキームの安定性と，近似解の収束性について論じている。

与えられた偏微分方程式を差分スキームによって置き換え，それについての解を求めたとき，丸め誤差の影響で，それがメッシュを細かくしていったとき，不安定になることは起こることで，それについての研究は多くなされている。そして，その現象は，メッシュのきりかたと共に，与えられた初期値関数のクラスにも，依存する。

また，微分方程式の，通常の議論と異なり，局所的理論はできておらず，大域的な扱いのみがなされていた。

本論文では，局所理論の建設を考えている。対象とする微分方程式は1階定数係数線形偏微分方程式系である。

まず，初期値関数のクラスがC^{1}であるときは，スキームの安定性と収束性の問題は，局所理論においても，大域的な場合と，条件は同じであることを示した後，初期値関数のクラスがC^{ω}であるときは，スキームの安定性に関する要請は全く関係なく，つねに差分スキームから得られた解が真の解に収束することを，示している。方法は，C^{ω}級の関数の展開表示に関する計算で，その計算上の工夫においても，見るべきものがある。

以上，本論文は，偏微分方程式の数値解析的取り扱いにおいて，基本的な問題に重要な知見を与えており，学位論文として価値あるものと認める。