Title	Module correspondence in Auslander-Reiten quivers for finite groups
Author(s)	河田, 成人
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/36880
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

氏名・(本籍)	河田成人（かわた しげと）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 9024 号
学位授与の日付	平成2年3月19日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Module correspondence in Auslander—Reiten quivers for finite groups 群環のAuslander—Reiten系列上における直既約加群の対応
論文審査委員	(主査) 教授 川中 宣明 (副査) 教授 宮西 正宜　教授 山本 芳彦

論文内容の要旨

有限群Gの，標数が素数pの体k上のモジュラー表現の研究において，Auslander-Reiten系列（AR一系列）と呼ばれる有向グラフを利用して直既約加群の考察を進める方法がある。ここでAR一系列とは，点として直既約加群の同型類を考え，その直既約加群の間の既約写像を矢とみなしたグラフのことである。群環のAR一系列はまだ詳しく知られていなくて，現在分かっているのは群の構造が簡単な場合だけである。そこで一般の群GのAR一系列を調べるために，より取り扱い易い部分群Nを見つけだして，群環kNのAR一系列との関係を考えようとするのが本論文の目標である。

群環の表現加群を調べるときは部分群との関係を見ることが基本である。直既約加群に対してはヴァーテックスと呼ばれるp一部分群Pが定義される。もしこのヴァーテックスが正規部分群であれば，考えている直既約加群が取り扱い易くなる。そのために一般の群Gについての問題を，ヴァーテックスPの正規化部分群Nにおける問題に帰着させる手段が要求される。そこでGreen 対応と呼ばれる直既約加群の対応，すなわち，Pをヴァーテックスとして持つような直既約kG一加群全体の集合と，Pをヴァーテックスとして持つよう直既約kN一加群全体の集合との間の一対一の対応が重要となり，群環の直既約加群の研究において大きな役割を果たしている。以上のことを念頭において，本論文では次のような考察をした。

群環kGのAR一系列の連結成分Θを研究する場合も，部分群との関係を調べることが必要となる。連結成分Θに属する直既約加群のヴァーテックス全体の集合には，包含関係において最小の元Qが存在する。このp一部分群Qとその正規化部分群Nに着目する。このとき，群Gの部分群Nに関した制限と誘導を考えることにより，連結成分Θには，群環kNのAR一系列のある連結成分△が対応していることが見

いだせた。すなわち連結成分△の部分連結成分Λが定義されて，Θ に属する直既約加群全体の集合と，Λに属する直既約加群全体の集合との間に，制限と誘導を通して一対一の対応をつけることができる。この対応はGreen 対応と類似した性質を持っている。さらには連結成分 Θ と部分連結成分Λは有向グラフとして同型であることを示すことができた。このことによって一般の群ＧにおけるＡＲ―系列の連結成分を，ｐ―局所部分群におけるＡＲ―系列に関係付けられることを示した。

論文の審査結果の要旨

有限群Ｇの体ｋ上の群環をｋＧとする。河田君の研究は直既約なｋＧ加群に関するものである。ｋの標数ｐが０，またはＧの位数と素であるときが通常表現の理論としてよく調べられている場合である。これに対してｐがＧの位数の約数であるときは，多くの困難のため理論的にも具体例に関してもごく僅かのことしか知られていない。このような場合に有効な概念として近年注目を集めるようになったのがAusrander-Reiten系列（略してＡＲ系列）である。　ＧのＡＲ系列とは，点として直既約加群の同値類を考え，その直既約加群の間の既約写像を矢印と見做した有向グラフのことである。河田君は，群ＧのＡＲ系列とＧの部分群のＡＲ系列の間に成立する著しい関係を発見した。

一般に有限群の表現加群を調べるには，部分群に着目して誘導加群や制限加群を考えることが基本的である。例えば，以下に述べるGreen 対応の理論は有名である。ｋＧの直既約加群には，ヴァーテックスと呼ばれるＧのｐ-部分群Ｐが対応する。Ｐの正規化群をＮとすると，Ｐをヴァーテックスとする直既約ｋＮ加群と，Ｐをヴァーテックスとする直既約 kG 加群とが誘導と制限を通して一対一に対応する。河田君はこの論文の主定理において，Green 対応をＡＲ系列間の対応へと，次のように一般化した。ｋＧのＡＲ系列の連結成分 Θ に対し，Θ に属する直既約加群のヴァーテックス全体の中に包含関係に関して最小なものＱが存在する。ＮをＱの正規化群とすると，ｋＮのＡＲ系列の連結成分△と△の部分列Λが一意的に存在して，Λに属する直既約加群と Θ に属する直既約加群とが誘導と制限を通して一対一に対応すること，およびΛと Θ とが同型な有向グラフであることがわかる。この定理によりkGのＡＲ系列の研究は，より簡単な特別の場合に，ある意味で帰着されたことになる。以上のことから明らかなように，河田君の研究は，有限群の表現論における重要な貢献である。よって理学博士の学位論文として十分価値のあるものと認める。