



Title	Module correspondence in Auslander-Reiten quivers for finite groups
Author(s)	河田, 成人
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/36880
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名・（本籍）	かわ	た	しげ	と
学 位 の 種 類	河	田	成	人
学 位 記 番 号	理	学	博	士
学位授与の日付	第	9 0 2 4	号	
学位授与の要件	平成 2 年 3 月 19 日			
学位論文題目	学位規則第 5 条第 2 項該当			
	Module correspondence in Auslander-Reiten			
	quivers for finite groups			
	群環の Auslander-Reiten 系列上における直既約加群の対応			
論文審査委員	(主査)			
	教 授 川中 宣明			
	(副査)			
	教 授 宮西 正宜	教 授 山本 芳彦		

論 文 内 容 の 要 旨

有限群 G の、標数が素数 p の体 k 上のモジュラー表現の研究において、Auslander-Reiten 系列 (AR-系列) と呼ばれる有向グラフを利用して直既約加群の考察を進める方法がある。ここで AR-系列とは、点として直既約加群の同型類を考え、その直既約加群の間の既約写像を矢とみなしたグラフのことである。群環の AR-系列はまだ詳しく知られていなくて、現在分かっているのは群の構造が簡単な場合だけである。そこで一般の群 G の AR-系列を調べるために、より取り扱い易い部分群 N を見つけだし、群環 kN の AR-系列との関係を考えてというのが本論文の目標である。

群環の表現加群を調べるときは部分群との関係を見ることが基本である。直既約加群に対してはヴァーテックスと呼ばれる p -部分群 P が定義される。もしこのヴァーテックスが正規部分群であれば、考えている直既約加群が取り扱い易くなる。そのために一般の群 G についての問題を、ヴァーテックス P の正規化部分群 N における問題に帰着させる手段が要求される。そこで Green 対応と呼ばれる直既約加群の対応、すなわち、 P をヴァーテックスとして持つような直既約 kG -加群全体の集合と、 P をヴァーテックスとして持つような直既約 kN -加群全体の集合との間の一対一の対応が重要となり、群環の直既約加群の研究において大きな役割を果たしている。以上のことを念頭において、本論文では次のような考察をした。

群環 kG の AR-系列の連結成分 θ を研究する場合も、部分群との関係を調べるが必要となる。連結成分 θ に属する直既約加群のヴァーテックス全体の集合には、包含関係において最小の元 Q が存在する。この p -部分群 Q とその正規化部分群 N に着目する。このとき、群 G の部分群 N に関する制限と誘導を考えることにより、連結成分 θ には、群環 kN の AR-系列のある連結成分 Δ が対応していることが見

いだせた。すなわち連結成分 Δ の部分連結成分 Λ が定義されて、 θ に属する直既約加群全体の集合と、 Λ に属する直既約加群全体の集合との間に、制限と誘導を通して一対一の対応をつけることができる。この対応は Green 対応と類似した性質を持っている。さらには連結成分 θ と部分連結成分 Λ は有向グラフとして同型であることを示すことができた。このことによって一般の群 G における AR—系列の連結成分を、 p —局所部分群における AR—系列に関係付けられることを示した。

論文の審査結果の要旨

有限群 G の体 k 上の群環を kG とする。河田君の研究は直既約な kG 加群に関するものである。 k の標数 p が 0 、または G の位数と素であるときに通常表現の理論としてよく調べられている場合である。これに対して p が G の位数の約数であるときは、多くの困難のため理論的にも具体例に関してもごく僅かのこ
としか知られていない。このような場合に有効な概念として近年注目を集めるようになったのが Auslander-Reiten 系列（略して AR 系列）である。 G の AR 系列とは、点として直既約加群の同値類を考え、その直既約加群の間の既約写像を矢印と見做した有向グラフのことである。河田君は、群 G の AR 系列と G の部分群の AR 系列の間に成立する著しい関係を発見した。

一般に有限群の表現加群を調べるには、部分群に着目して誘導加群や制限加群を考えることが基本的である。例えば、以下に述べる Green 対応の理論は有名である。 kG の直既約加群には、ヴァーテックスと呼ばれる G の p —部分群 P が対応する。 P の正規化群を N とすると、 P をヴァーテックスとする直既約 kN 加群と、 P をヴァーテックスとする直既約 kG 加群とが誘導と制限を通して一対一に対応する。河田君はこの論文の主定理において、Green 対応を AR 系列間の対応へと、次のように一般化した。 kG の AR 系列の連結成分 θ に対し、 θ に属する直既約加群のヴァーテックス全体の中に包含関係に関して最小なもの Q が存在する。 N を Q の正規化群とすると、 kN の AR 系列の連結成分 Δ と Δ の部分列 Λ が一意的に存在して、 Λ に属する直既約加群と θ に属する直既約加群とが誘導と制限を通して一対一に対応すること、および Λ と θ とが同型な有向グラフであることがわかる。この定理により kG の AR 系列の研究は、より簡単な特別の場合に、ある意味で帰着されたことになる。以上のことから明らかなように、河田君の研究は、有限群の表現論における重要な貢献である。よって理学博士の学位論文として十分価値のあるものと認める。