【8】

氏名・(本籍)	山田修司（やまだ しゅうじ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 8765 号
学位授与の日付	平成元年6月16日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	An invariant of spatial graphs (空間内に埋め込まれたグラフの位相的変量)
論文審査委員	(主査) 教授 尾関 英樹 (副査) 教授 山本 芳彦　教授 川久保勝夫　講師 作間 誠

論文内容の要旨

結び目理論における不変量は，古くからAlexander多項式などが知られている。また近年になって，Jones多項式などの新しい不変量が幾つか発見され，結び目理論の強力な道具となっている。

結び目理論を拡張したものとして，グラフの結び目理論がある。それは，グラフ（1次元胞体複体）を空間内に埋蔵したときの位相的位置の理論である。位相的位置の定義には次の2通りが考えられる。一つは，“連続的な変形で移り合うグラフは，同じ位相的位置をもつ”という広義の定義。あと一つは“接する辺の間の角度が変化しない様な，連続的な変形で移り合うグラフは，同じ位相的位置をもつ”という狭義の定義である。完全に位相幾何的な定義は前者であるが，後者は，高分子化学における異性体の理論に有効な定義である。

今までに知られている，グラフの結び目理論における不変量には，Alexander多項式，Alexanderイデアル，などがある。これらは広義の位相的位置に関する不変量であり，またグラフの補空間の基本群より導かれる量である。それ故，補空間が同位相である様なグラフを判別することはできない。

この論文で導入する不変量は狭義の位相的位置に関する不変量であり，特に各頂点における次数が3以下である様なグラフについては，広義の位相的位置に関する不変量となる。この不変量は，補空間が同位相である様なグラフを判別するときにも有効である。空間内のグラフの一種であるθ－curveに対しては，その不変量をさらに精密にすることができる。

ところで，結び目のJones多項式にはnパラレル・バージョンと呼ばれるものがある。それは，与えられた結び目を，n本に平行にしてできるリンクのJones多項式であり，nが大きくなるほどその不変量は強力なものになると予想されている。当論文で導入する不変量は，結び目に制限した場合，2パラ

レル・バージョンJones多項式と変数変換で同等のものとなる。このことは，Jones多項式を研究するにあたって，当論文で導入する不変量が重要なものとなることを示している。

論文の審査結果の要旨

結び目の理論（knot theory）は，Jones多項式の発見により，又他の分野の研究とも密接に関連して，著しい成果を上げげつつある位相幾何学の1分野である。ここでは，空間内の結び目・絡み目に対し，連続変形で不変な適当な量を求めることが重要な課題であるが，Jones多項式はその1つである。

山田君は結び目・絡み目に対する1変数Jones多項式の理論を空間内に埋め込まれたグラフのそれへと拡張を試み，興味ある成果を示した。

有限個の頂点とそれらを結ぶ有限個の辺からなる図式をグラフと呼び，これを空間内に位相的に埋め込んで得られる図形を考える。この図形の連続的変形で不変な量を求めようというのが研究の発端である。結び目・絡み目との本質的な違いは1頂点より3本以上の辺が出ている場合もあり得ることにある。

山田君は空間内のグラフに対し，その正則射影をとり，得られるダイアグラムを考察した。このダイアグラムの各交叉点に3種のスピンを対応させる。それぞれの場合に得られる図形のグラフの多項式を用い，始めの空間グラフの多項式を構成した。一方，結び目の連続変形の基礎となるReidemeisterの変形を空間グラフの場合に出来るように拡張し，これらに対して，多項式の変化を考察した。

これにより，与えた多項式はある種の変形（flat deformation）で不変なことを示した。特にグラフの各頂点から出る辺の数が高々3個のとき，連続変形で不変となり，空間グラフの不変量を与える。又，多項式の具体的計算を実行させる回帰的公式を与えた。これらにより，結び目理論では判別困難であったいくつかのθ－曲線が簡単に判別出来ることを示した。

上記のように，山田君の研究は絡み目に対する1変数Jones多項式の理論を空間グラフのそれへと拡張し，重要な成果を示し，この方面での研究に寄与する所大であり，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。