



Title	An invariant of spatial graphs
Author(s)	山田, 修司
Citation	大阪大学, 1989, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/36900
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

【8】

氏名・(本籍)	山	田	修	司
学位の種類	理	学	博	士
学位記番号	第	8765	号	
学位授与の日付	平成元年	6月	16日	
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当			
学位論文題目	An invariant of spatial graphs (空間内に埋め込まれたグラフの位相的変量)			
論文審査委員	(主査) 教 授 尾関 英樹			
	(副査) 教 授 山本 芳彦 教 授 川久保勝夫 講 師 作間 誠			

論文内容の要旨

結び目理論における不变量は、古くから Alexander 多項式などが知られている。また近年になって、Jones 多項式などの新しい不变量が幾つか発見され、結び目理論の強力な道具となっている。

結び目理論を拡張したものとして、グラフの結び目理論がある。それは、グラフ（1次元胞体複体）を空間内に埋蔵したときの位相的位置の理論である。位相的位置の定義には次の 2通りが考えられる。一つは、“連続的な変形で移り合うグラフは、同じ位相的位置をもつ”という広義の定義。あと一つは“接する辺の間の角度が変化しない様な、連続的な変形で移り合うグラフは、同じ位相的位置をもつ”という狭義の定義である。完全に位相幾何的な定義は前者であるが、後者は、高分子化学における異性体の理論に有効な定義である。

今までに知られている、グラフの結び目理論における不变量には、Alexander 多項式、Alexander イデアル、などがある。これらは広義の位相的位置に関する不变量であり、またグラフの補空間の基本群より導かれる量である。それ故、補空間が同位相である様なグラフを判別することはできない。

この論文で導入する不变量は狭義の位相的位置に関する不变量であり、特に各頂点における次数が 3 以下である様なグラフについては、広義の位相的位置に関する不变量となる。この不变量は、補空間が同位相である様なグラフを判別するときにも有効である。空間内のグラフの一種である θ -curve に対しては、その不变量をさらに精密にすることができる。

ところで、結び目の Jones 多項式には n パラレル・バージョンと呼ばれるものがある。それは、与えられた結び目を、n 本に平行にしてできるリンクの Jones 多項式であり、n が大きくなるほどその不变量は強力なものになると予想されている。当論文で導入する不变量は、結び目に制限した場合、2 パラ

レル・バージョン Jones 多項式と変数変換で同等のものとなる。このことは、Jones 多項式を研究するにあたって、当論文で導入する不变量が重要なものとなることを示している。

論文の審査結果の要旨

結び目の理論 (knot theory) は、Jones 多項式の発見により、又他の分野の研究とも密接に関連して、著しい成果を上げつつある位相幾何学の一分野である。ここでは、空間内の結び目・絡み目に対し、連續変形で不变な適当な量を求めることが重要な課題であるが、Jones 多項式はその一つである。

山田君は結び目・絡み目に対する 1 変数 Jones 多項式の理論を空間内に埋め込まれたグラフのそれへと拡張を試み、興味ある成果を示した。

有限個の頂点とそれらを結ぶ有限個の辺からなる図式をグラフと呼び、これを空間内に位相的に埋め込んで得られる図形を考える。この図形の連續的変形で不变な量を求めようというのが研究の発端である。結び目・絡み目との本質的な違いは 1 頂点より 3 本以上の辺が出ている場合もあり得ることにある。

山田君は空間内のグラフに対し、その正則射影をとり、得られるダイアグラムを考察した。このダイアグラムの各交叉点に 3 種のスピンを対応させる。それぞれの場合に得られる図形のグラフの多項式を用い、始めの空間グラフの多項式を構成した。一方、結び目の連續変形の基礎となる Reidemeister の変形を空間グラフの場合に出来るように拡張し、これらに対して、多項式の変化を考察した。

これにより、与えた多項式はある種の変形 (flat deformation) で不变なことを示した。特にグラフの各頂点から出る辺の数が高々 3 個のとき、連續変形で不变となり、空間グラフの不变量を与える。又、多項式の具体的計算を実行させる回帰的公式を与えた。これらにより、結び目理論では判別困難であつたいくつかの θ -曲線が簡単に判別出来ることを示した。

上記のように、山田君の研究は絡み目に対する 1 変数 Jones 多項式の理論を空間グラフのそれへと拡張し、重要な成果を示し、この方面での研究に寄与する所大であり、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。