



Title	Some Applications of n-Person Game Theory to the Social Sciences
Author(s)	Syed, Sabbir Ahmed
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/37037">https://hdl.handle.net/11094/37037</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"&gt;https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> >大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

【 2 】

氏名・（本籍）	サイエド サ ビ ル アーメド SYED SABBIR AHMED
学 位 の 種 類	学 術 博 士
学 位 記 番 号	第 9 1 9 5 号
学位授与の日付	平成 2 年 3 月 24 日
学位授与の要件	基礎工学研究科数理系専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学位論文題目	Some Applications of n-Person Game Theory to the Social Sciences (n 人ゲームの理論の社会科学への応用)
論文審査委員	(主査) 教 授 稲垣 宣生 (副査) 教 授 石井 恵一    教 授 白旗 慎吾    教 授 田畑 吉雄

## 論 文 内 容 の 要 旨

ゲームの理論は他のプレイヤーとの利害の不一致による対立あるいは協力を含む状況を数学的に取り扱う学問である。本論文ではゲームの理論の社会的応用について考察する。

1, 2 章では費用の配分問題を取り扱った。(C, N) で表わされる費用ゲームがある。ここで  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  はプレイヤーの集合であり, C は N の部分集合 S に対して定義されており  $C(S)$  は S に含まれるプレイヤーが協力したとき, (他のプレイヤーがどのような行動を取った場合でも) S 全体の目的を達成するために S 全体にかかる費用である。このとき, 各プレイヤーは実際にはどれだけの費用を分担すればよいかがというのが費用配分問題である。この問題に対する解として, シャプレー値, 仁, さらに分離費用配分法がある。分離費用配分法は各プレイヤーにマージナル・コストといわれる費用を割り当て, その後に残った費用を何らかの重みにしたがって配分するものである。一般にはマージナル・コストは  $C^i(N) = C(N) - C(N - \{i\})$  がとられる。このとき  $C(N) \geq \sum_{i \in N} C^i(N)$  を仮定している。本論文の第 1 章ではマージナル・コストを  $m_i = \min_{S, i \in S} \{C(S) - C(S - \{i\})\}$  とし, プレイヤー i に対する重みとしては  $C(i) - m_i$  をとる GSCA (一般化分離費用配分法) を提案し, この GSCA 法は  $C(N) \geq \sum_{i \in N} C^i(N)$  を仮定しないし, 種々の望ましい性質を持つことを示した。

費用配分問題の実践的な応用例に各種飛行機が離陸あるいは着陸する際に飛行場を使用するにあたって各飛行機にどのように費用をかければよいかという問題がある。この問題に対し, 第 2 章では第 1 章で述べた GSCA 法を適用した。

$(N, v)$  を特性関数形のゲームとする。 $N = \{1, 2, \dots, n\}$  はプレイヤーの集合であり,  $v$  は N の部分集合から  $R$  への関数であり  $v(\emptyset) = 0$  とする。ここで  $v(S)$  は S に含まれるプレイヤーが協力したとき S

全体に得られる利得である。特に  $v(S)$  がすべての  $S$  に対して 0 から 1 のいずれかの値をとるとき、これを単純ゲームという。単純ゲームに対し各プレイヤーの“力”を表現する方法としてはシャプレイシュビック指数、バンチェフ指数、Deegan と Packel によって導入された指数がある。本論文第3章では、これらの指数が導かれた際の種々の仮定をより合理的と思われる仮定に変えることによって三通りの新しい指数を導入し、それらの性質を求めた。

第4章では議員の配分問題を取り扱った。議会における議員の総定員が定まっているとき、選挙区ごとに定員をどのように定めればよいかが議員配分問題である。この問題に対して特にアメリカの大統領選挙において選挙人を各州にどのように割り当てればよいかという問題について各種の提案がなされている。ここではそのうちの一提案に対し新しい意味を与え、その解を求めるアルゴリズムを与えた。また、各投票者の力を表わす投票人指数というものが定義されているが、その計算方法について考案した。最後に投票人指数と有権者数との関係を示した。

## 論文の審査結果の要旨

$n$  人ゲーム  $(N, c)$  の問題は各プレイヤーが最終的に支払うべき費用、 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  を決定する問題である。その配分は2つの要件 (i) 個人的合理性:  $x_i \leq c(\{i\})$  (ii) 集団的合理性:  $\sum_{i=1}^n x_i = c(N)$  を満たす必要がある。このような配分で、いかなるもの、すなわち、それを保証するいかなる結託がゲームの解といえるかについて Von Neumann-Morgenstern 以来いろいろな提案がなされ、Shapley 値、nucleolus、分離費用配分法などが論じられている。分離費用配分法は各プレイヤーにマージナルコストといわれる費用  $c^i(N) = c(N) - c(N - \{i\})$  を割り当て、その後に残った費用  $c(N) - \sum_{i=1}^n c^i(N)$  を重み付けして再配分する方法であるが、しかし一般には上述の2つの要件を満たすとは限らない。本論文では、 $m_i = \min \{c(S) - c(S - \{i\}) : S, i \in S\}$  をマージナルコストとし、 $c(\{i\}) - m_i$  を重みとする分離費用配分法を新たに提案し、この方法が2つの要件を満たしていることから一般分離費用配分法とよび、種々の望ましい性質を持つことを示した。さらに、この一般分離費用配分法を空港の使用料の決定という実的な応用問題に適用して、保守・償環・遅延からなる総費用を機種に応じて配分する方法を求めた。

次に、 $n$  人ゲーム  $(N, v)$  において、 $N = \{1, \dots, n\}$  はプレイヤーの集合であり、 $v$  は単純ゲーム、すなわち  $N$  の部分集合  $S$  が勝利結託ならば  $v(S) = 1$ 、そうでないならば  $v(S) = 0$  という2値を取るとする。このとき、各プレイヤーの力を表現する方法としては、Shapley-Shubik 指数、Banzhaf 指数、Deegan-Packel 指数がある。本論文では、これらの指数が導かれた際の仮定系を合理性を損なうことなくその一部分を置き換えることによって、3つの新しい指数を導入しそれらの性質を求めた。最後に、議員総定数を選挙区ごとに配分するという実的な応用問題に適用して、各選挙人の力を表現する Banzhaf 指数が出来る限り平等になるような議員数配分の解を求めるアルゴリズムとその Banzhaf 指数を計算する方法を考案し、日本の衆議院の議員配分問題を選挙区を固定した条件の下で取り扱った。

以上のように、本論文は  $n$  人ゲームの理論と社会科学への応用の研究に寄与するものであり、学術博士の学位論文として価値あるものと認める。