

Title	Highest Weight Modules Associated with Classical Irreducible Regular Prehomogeneous Vector Spaces of Commutative Parabolic Type
Author(s)	菅, 修一
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/37218">https://hdl.handle.net/11094/37218</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	菅 修 一
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 9450 号
学位授与の日付	平成 2 年 12 月 20 日
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	Highest Weight Modules Associated with Classical Irreducible Regular Prehomogeneous Vector Spaces of Commutative Parabolic Type (可換放物型古典既約正則概均質ベクトル空間に付随した最高ウェイト加群)
論文審査委員	(主査) 教授 川中 宣明 (副査) 教授 村上 信吾 教授 尾関 英樹 助教授 谷崎 俊之

### 論 文 内 容 の 要 旨

$g$  を複素単純リー代数として,  $g = g(-1) + g(0) + g(1)$  と次数付けられているとする.  $G, G(0)$  をそれぞれ  $g, g(0)$  に対応する複素連結リー群とする. この時ピンベルグの定理により, 対  $(G(0), g(\pm 1))$  は,  $G(0)$  の随伴作用により, 佐藤の意味で概均質ベクトル空間になる. 特にこの概均質ベクトル空間が, 既約かつ正則であるとき, 可換放物型既約正則概均質ベクトル空間と呼ばれ, ムラー, ルベントラー, シフマンらによってその構造, 特に  $G(0)$  の  $g(\pm 1)$  の作用に関する軌道分解, 相対不変式に対する  $b$ -関数の決定など, が研究された. しかしこれらの研究は,  $G(0)$  の作用の研究であり, 元のリー群  $G$  の作用に関しては, 何ら研究がなされていなかった.

本論文では,  $g$  の相対不変式の複素べきへの作用に対して, 以下に述べるような興味深い性質があることを示した.

$Q$  を  $g$  のリー部分代数  $g(0) + g(1)$  に対応する  $G$  の閉部分群とする. このとき商空間  $G/Q$  上の直線束への  $G$  の左移動を微分することにより  $g$  の普遍包絡代数  $U(g)$  から  $G/Q$  の上の正則関数係数の微分作用素全体のなす代数  $D(G/Q)$  への準同型写像が定義できる. この準同型写像を用いて,  $g(-1)$  上の相対不変式の複素べきへの  $U(g)$  の作用を定めることができる.

本論文では,  $g$  が古典型であるときに上で決めた相対不変式の複素べきへの作用により,  $g$  のある種の最高ウェイト表現が実現できることを示し, しかもこの表現が既約になることを証明した. 特にこの既約表現の実現によって,  $b$ -関数の零点と一般化されたバーマ加群の可約点の対応が,  $b$ -関数を定義する微分

方程式を通じて、自然な形で説明される。

## 論文審査の結果の要旨

菅修一君の研究は、複素単純リー環の（一般に無限次元の）既約表現に関するものである。このような表現のうち、表現空間内に最高ウェイトベクトルと呼ばれる基準ベクトルが存在するようなもの、即ち最高ウェイト表現が特に重要である。最も簡単な複素単純リー環であるランク 1 の特殊線型リー環の場合は、変数  $x$  の複素べき  $x^\lambda$  を最高ウェイトベクトルとし、それに適当な微分作用素を作用させることによって、すべての既約最高ウェイト表現を実現することができる。菅君は、この構成を一般化して、古典型複素単純リー環のある種の既約最高ウェイト表現に対して、特別な多項式  $f$  の複素べき  $f^\lambda$  を最高ウェイトベクトルとするような実現を与えることに成功した。

$\mathfrak{g}$  を複素単純リー環として、 $\mathfrak{g} = \mathfrak{g}(-1) + \mathfrak{g}(0) + \mathfrak{g}(1)$  と次数付けられているとする。 $\mathfrak{g}(0)$  を  $\mathfrak{g}(0)$  に対応する複素リー群とする。この時、対  $(\mathfrak{g}(0), \mathfrak{g}(\pm 1))$  は、 $\mathfrak{g}(0)$  の随伴作用により、概均質ベクトル空間になる。特に、この概均質ベクトル空間が既約かつ正則であるとき、可換放物型既約正則概均質ベクトル空間と呼ばれ、詳しい研究がなされている。特に  $\mathfrak{g}(0)$  の  $\mathfrak{g}(-1)$  への作用に関する相対不変式  $f$  や対応するベルンシュタイン-佐藤多項式  $b(s)$  の形が具体的に知られている。 $\mathfrak{g}$  の普遍包絡環  $U(\mathfrak{g})$  から  $\mathfrak{g}(-1)$  上の正則関数係数の微分作用素のなす環への準同型写像を自然に定義することができ、この写像を通して  $U(\mathfrak{g})$  は相対不変式  $f$  の複素べき  $f^\lambda$  に作用する。菅君はこの論文の主定理において、 $\mathfrak{g}$  が古典型るとき、すべての  $\lambda$  に対して、 $U(\mathfrak{g}) f^\lambda$  が  $f^\lambda$  を最高ウェイトベクトルとする既約最高ウェイト表現であることを証明した。この定理の系として  $U(\mathfrak{g}) f^\lambda$  に対応する Verma 加群の可約性が  $b(s)$  の零点を使って判定できることが導かれた。これは J. C. Jantzen による結果の全く異なる立場からの別証明である。

以上、本論文における菅君の研究は、複素単純リー環の無限次元表現の理論と概均質ベクトル空間の理論の間に新しい関連を見出したもので、両理論に寄与するところ、大であり今後の発展も期待される。よって理学博士の学位論文として十分価値のあるものと認められる。