【６】

氏名・（本籍）	藤　尾　光　彦（ふじ　お　みつ　ひこ）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	第　９３４１　号
学位授与の日付	平成２年９月30日
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第５条第１項該当
学位論文題目	Super G−structures of finite type. （超多様体上の有限型Ｇ構造）
論文審査委員	（主査） 教 授　尾関　英樹 （副査） 教 授　村上　信吾　　助教授　辻下　　徹

論文内容の要旨

本論文では超多様体上の微分幾何学的構造としてＧ構造に着目し，その一般理論の展開を試みた。

主な結果として次の定理を示した。

主定理　Ｇを有限型の線形超リー群とする。超多様体上のＧ構造の同値問題は有限回の延長で{ｅ}構造（完全平行性）の同値問題に帰着される。ここに{e}は単位群を表す。

超多様上の微分幾何学は，実数体上のベクトル空間に対する線形代数をグラスマン代数　上のZ_2次数付き加群に対するものに置き換えることで，通常の多様体上の微分幾何学と平行した展開が可能である。

Ｇ構造の理論の超多様体の上への拡張は，Singer と Sternbergの枠組みにおいて行った。即ち，超多様体上のＧ−構造を線形枠の成す主束の構造群の，線形超リー群Ｇへの縮小束として定義し，二つのＧ−構造に対しそれぞれの底空間の間の微分同型であって，その微分が主束としてのＧ−構造の間の同型を引き越こすものが存在するとき，それらを同値であると定義した。このときＧ−構造の同値問題は「与えられた二つのＧ−構造が同値であるか否かを判定せよ。」という形で定式化される。

同値問題を考察する際の道具として構造関数と延長の概念を導入した。構造関数はＧ−構造の微分不変量であり，延長とはより詳細な情報を含む構造関数を得る為の操作であって，特に延長に依ってＧ−構造の同値性が保たれることを示した。これらの事から，与えられたＧ−構造の同値問題を延長に依ってより単純な構造の同値問題に帰着させるという同値問題解法の基本的枠組みが得られる。

有限型という概念は，同値問題がこの枠組みによって最も単純な構造である完全平行性に帰着されるようなＧ構造をその構造群Ｇに依って特徴付けたものである。完全平行性の場合には，同値性の条件が関数方程式として表される。従って微分幾何学の立場からは一応の解にたどり着いたとしてよい。

主定理の応用として，本論文では超多様体の定曲率空間の局所同型類の分類を行った。これは主定理の外に，超リーマン計量の構造群OSp（m|n）が有限型の超リー群である事と定曲率空間が局所推移的なOSp（m|n）構造であるという事実から従う。この結果，超多様体の場合にも通常の多様体の場合同様に，定曲率空間の等長類がその断面曲率の値で分類される事が判る。また断面曲率の値が0またはΛの可逆な元である場合に，定曲率空間の構成が通常の空間形の構成法の類似で具体的に行える事を示した。

論文審査の結果の要旨

藤尾君は本論文において，超多様体上に超G構造の理論を展開し，有限型の超G構造に対しては，その局所同値性の問題が，有限回の延長により，完全平行性の問題に帰着されることを示した。又，これを用い，OSp-構造に関する定曲率空間の局所的分類を与えた。

超多様体（supermanifold）の理論は，通常の多様体の出発点である基礎体R とR－加群をR 上のグラスマン代数ΛとZ_2次数つきΛ－加群に置き換えて，拡大された基盤から出発する。これより，その上の微分可能関数・接ベクトル・微分可能写像等の概念が導かれ，超多様体上の幾何学が展開していく。

通常の多様体上の微分幾何学では，研究の対象となる構造が，多様体の枠束（bundle of frames）の構造群GL（m，R）をそのリー部分群Gへ縮小（reduction）したものとして与えられることが多く，こうした立場から，G構造の理論が展開されてきた。

本論文では，始めに，$m|n$次元超多様体M上の超G構造の概念が導入される。Mの枠束はMの接バンドルの主ファイバー束で，超線形リー群GL（$m|n,\Lambda$）を構造群とする。Gをこの群の超リー部分群とし，主ファイバー束の構造群のGへの縮小が与えられたとき，これをMの超G構造と呼ぶ。同じ次元の超多様体上の超G構造がいつ同形となるかを問題にする。

Gがadmissible のとき，超線形リー群としてのGの延長$G^{(1)}$と，$G^{(1)}$を構造群とする新たな主ファイバー束が構成され，超$G^{(1)}$構造を与える。始めの超G構造の局所同値問題が，新しい延長での超$G^{(1)}$構造のそれと同等であることが示される。Gに対し，有限回の延長で，$G^{(k)}=\{e\}$となるとき，Gは有限型と呼ばれる。このとき，始めの超G構造の局所同値問題は，有限回の延長により，完全平行性の問題に帰着されることが示される。

通常のリーマン計量に対応する，超リーマン計量の構造群OSp（$m|n$）は有限型であり，これに対応する定曲率空間は局所推移的で，上記の結果を適用して，これらの空間の局所的分類が与えられた。

超多様体上の幾何は表面的には通常の多様体の場合と同様に展開されていくが，その数学的定式化・定理の証明等には，特有の困難さを伴う。藤尾君の本研究は，これらの諸点を解決し，超多様体の微分幾何学に重要な成果をもたらし，この方面の研究に寄与する所大であり，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。