



|              |   |
|--------------|---|
| Title        | Super G-structures of finite type.  |
| Author(s)    | 藤尾, 光彦  |
| Citation     | 大阪大学, 1990, 博士論文  |
| Version Type |   |
| URL          | <a href="https://hdl.handle.net/11094/37228">https://hdl.handle.net/11094/37228</a>   |
| rights       |   |
| Note         | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。 |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

|         |  |      |    |     |
|---------|--|------|----|-----|
| 氏名・(本籍) | 藤  | 尾    | 光  | 彦   |
| 学位の種類   | 理  | 学    | 博  | 士   |
| 学位記番号   | 第  | 9341 | 号  |     |
| 学位授与の日付 | 平成   | 2年   | 9月 | 30日 |
| 学位授与の要件 | 理学研究科数学専攻  |      |    |     |
|         | 学位規則第5条第1項該当   |      |    |     |
| 学位論文題目  | Super G-structures of finite type.<br>(超多様体上の有限型G構造) |      |    |     |
| 論文審査委員  | (主査)<br>教 授 尾関 英樹                                    |      |    |     |
|         | (副査)<br>教 授 村上 信吾 助教授 辻下 徹                           |      |    |     |

### 論文内容の要旨

本論文では超多様体上の微分幾何学的構造としてG構造に着目し、その一般理論の展開を試みた。

主な結果として次の定理を示した。

主定理 Gを有限型の線形超り一群とする。超多様体上のG構造の同値問題は有限回の延長で{e}構造(完全平行性)の同値問題に帰着される。ここに{e}は単位群を表す。

超多様上の微分幾何学は、実数体上のベクトル空間に対する線形代数をグラスマン代数 上のZ<sub>2</sub> 次数付き加群に対するものに置き換えることで、通常の多様体上の微分幾何学と平行した展開が可能である。

G構造の理論の超多様体の上への拡張は、SingerとSternbergの枠組みにおいて行った。即ち、超多様体上のG一構造を線形枠の成す主束の構造群の、線形超り一群Gへの縮小束として定義し、二つのG一構造に対しそれぞれの底空間の間の微分同型であって、その微分が主束としてのG一構造の間の同型を引き起こすものが存在するとき、それらを同値であると定義した。このときG一構造の同値問題は「与えられた二つのG一構造が同値であるか否かを判定せよ。」という形で定式化される。

同値問題を考察する際の道具として構造関数と延長の概念を導入した。構造関数はG一構造の微分不変量であり、延長とはより詳細な情報を含む構造関数を得る為の操作であって、特に延長に依ってG一構造の同値性が保たれることを示した。これらの事から、与えられたG一構造の同値問題を延長に依ってより単純な構造の同値問題に帰着させるという同値問題解法の基本的枠組みが得られる。

有限型という概念は、同値問題がこの枠組みによって最も単純な構造である完全平行性に帰着されるようなG構造をその構造群Gに依って特徴付けたものである。完全平行性の場合には、同値性の条件が関数方程式として表される。従って微分幾何学の立場からは一応の解にたどり着いたとしてよい。

主定理の応用として、本論文では超多様体の定曲率空間の局所同型類の分類を行った。これは主定理の外に、超リーマン計量の構造群  $OSp(m|n)$  が有限型の超リーマン群である事と定曲率空間が局所推移的な  $OSp(m|n)$  構造であるという事実から従う。この結果、超多様体の場合にも通常の多様体の場合同様に、定曲率空間の等長類がその断面曲率の値で分類される事が判る。また断面曲率の値が 0 または  $A$  の可逆な元である場合に、定曲率空間の構成が通常の空間形の構成法の類似で具体的に行える事を示した。

## 論文審査の結果の要旨

藤尾君は本論文において、超多様体上に超 G 構造の理論を展開し、有限型の超 G 構造に対しては、その局所同値性の問題が、有限回の延長により、完全平行性の問題に帰着されることを示した。又、これを用い、 $OSp$ -構造に関する定曲率空間の局所的分類を与えた。

超多様体 (supermanifold) の理論は、通常の多様体の出発点である基礎体  $R$  と  $R$  一加群を  $R$  上のグラスマン代数  $A$  と  $Z_2$  次数つき  $A$  一加群に置き換えて、拡大された基盤から出発する。これより、その上の微分可能関数・接ベクトル・微分可能写像等の概念が導かれ、超多様体上の幾何学が展開していく。

通常の多様体上の微分幾何学では、研究の対象となる構造が、多様体の枠束 (bundle of frames) の構造群  $GL(m, R)$  をそのリーマン部分群  $G$  へ縮小 (reduction) したものとして与えられることが多く、こうした立場から、G 構造の理論が展開されてきた。

本論文では、始めに、 $m|n$  次元超多様体  $M$  上の超 G 構造の概念が導入される。M の枠束は M の接バンドルの主ファイバー束で、超線形リーマン群  $GL(m|n, A)$  を構造群とする。G をこの群の超リーマン部分群とし、主ファイバー束の構造群の G への縮小が与えられたとき、これを M の超 G 構造と呼ぶ。同じ次元の超多様体上の超 G 構造がいつ同形となるかを問題にする。

$G$  が admissible のとき、超線形リーマン群としての G の延長  $G^{(1)}$  と、 $G^{(1)}$  を構造群とする新たな主ファイバー束が構成され、超  $G^{(1)}$  構造を与える。始めの超 G 構造の局所同値問題が、新しい延長での超  $G^{(1)}$  構造のそれと同等であることが示される。G に対し、有限回の延長で、 $G^{(k)} = \{e\}$  となるとき、G は有限型と呼ばれる。このとき、始めの超 G 構造の局所同値問題は、有限回の延長により、完全平行性の問題に帰着されることが示される。

通常のリーマン計量に対応する、超リーマン計量の構造群  $OSp(m|n)$  は有限型であり、これに対応する定曲率空間は局所推移的で、上記の結果を適用して、これらの空間の局所的分類が与えられた。

超多様体上の幾何は表面的には通常の多様体の場合と同様に展開されていくが、その数学的定式化・定理の証明等には、特有の困難さを伴う。藤尾君の本研究は、これらの諸点を解決し、超多様体の微分幾何学に重要な成果をもたらし、この方面的研究に寄与する所大であり、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。