氏　　　　名	有　馬　研一郎
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　１７５０３　号
学位授与年月日	平成 15 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	On index one covers of two-dimensional purely log terminal singularities in positive characteristic （正標数における２次元純対数的端末特異点の指数１被覆について）
論文審査委員	（主査） 教 授 宮西　正宜 （副査） 教 授 藤木　　明　　教 授 今野　一宏　　助教授 並河　良典

論 文 内 容 の 要 旨

kを代数的閉体、pをその標数とする。Sをk上の正規曲面、$\Delta=\Sigma d_iD_i$ をS上の$\mathbf{Q}$-因子とする。Δは$0\le d_i\le 1$、$d_i\in\mathbf{Q}$ であるとき$\mathbf{Q}$-境界、$d_i=1-1/b_i$、$b_i\in\mathbf{N}\cup\{\infty\}$と書けるとき標準境界という。以下（$S$, Δ）の芽で考える。（S, Δ）の指数$r=\mathrm{index}(K_S+\Delta)$とは$r(K_S+\Delta)$が Cartier 因子となるような最小の自然数のことである。LをS上の関数体、φをLの元で$\mathrm{div}(\varphi)=r(K_S+\Delta)$を満たすものとする。拡大体$L(\sqrt[r]{\varphi})$における正規化$\pi:\tilde{S}_\varphi\to S$を$\varphi$に伴う指数１被覆という。$[\Delta]$を$\Delta$の被約部分とする。以上の設定のもとで、正標数におけるログ極小モデル予想に関する次の問題を考える。

問題１．kとSを上記のとおりとする。Δを標準境界で（S, Δ）が指数rの純対数的端末特異点であるものとする。φを上と同じとする。φを充分一般に選び、（$\tilde{S}_\varphi$, $\pi^*[\Delta]$）を標準特異点にすることができるか。そうでないならば、反例を分類せよ。

πが分離的であるとき、反例がなく正しいことはよく知られた事実である。

正標数における指数１被覆は、切断の取り方に依存する。川又雄二郎氏は標数$p\neq 2, 3$、Δが被約の場合、条件$\mathrm{div}(\varphi)=\mathrm{div}(d\varphi)$が満たされれば予想が正しいことを示した。川又氏はまたφを充分一般に選べば条件$\mathrm{div}(\varphi)=\mathrm{div}(d\varphi)$が満たされることを示した。標数$p=2$, 3 の場合の反例については、川又氏自身によって実際に構成されている。川又氏はこの定理を正標数における３次元半安定フリップの存在証明に用いた。

我々はφに関する条件を工夫して、上記以外の場合でも成り立つようにすることを考える。

定理２（主定理）．kを標数$p\ge 3$の代数的閉体、Sを非特異曲面、Δを標準境界で（S, Δ）が指数rの純対数的端末特異点であるものとする。$\pi:\tilde{S}_\varphi\to S$を$\varphi$に伴う指数１被覆とする。$\varphi$を充分一般に選び、$\tilde{S}_\varphi$を標準特異点にす

ることができる。

ここで φ の条件は以下のとおりである：
$R=k\{x, y\}$を $k[x, y]_{(x,y)}$ の Hensel 化、m_0 をその極大イデアルとする。$\Delta=\Sigma(1-1/b_i)D_i$ とし f_i を D_i の方程式とする。$d: O_S\to\Omega^1_{S,0}$ を微分写像, $ev: \Omega^1_{S,0}\to\Omega^1_{S,0}/\mathrm{m}_0\Omega^1_{S,0}$ を商写像とする。$u=\varphi/\left(\theta^r \Pi f_i^{e_i}\right)$ とおく。ここで $\mathrm{div}(\theta)=K_S$, $e_i=r\cdot(1-1/b_i)$である。このとき空でない Zariski 開集合 $U\subset\Omega^1_{S,0}/\mathrm{m}_0\Omega^1_{S,0}$ で $ev(du)\in U$となるものが存在する。

この定理により Sが非特異で標数が３以上の場合、例外なく肯定的に解決された。標数が２の場合は、φ に関する条件が定理のとおりでも幾つかの反例がある（現段階では反例の分類を行っている）。よって標数が２の場合と Sに特異点が存在する場合は未解決である。

論文審査の結果の要旨

Sを正標数 $p\geq 3$ の代数的閉体 k上定義された非特異代数曲面の芽（germ）とし、$\Delta=\Sigma_i(1-1/b_i)D_i$ をその標準境界とする。この対(S, Δ)が指数 rの純対数的端末特異点を持つものと仮定して、$r(K_S+\Delta)=\mathrm{div}(\varphi)$となる関数 φ を用いて指数１被覆 $\tilde{S}_\varphi\to S$を構成する。このとき、φ を十分に一般的になるように選べば、$\tilde{S}_\varphi$は高々標準特異点を持つようにできることを示した。また、標数 $p=2$ の場合についても同様の考察をし反例が存在することを示した。これらの結果は正標数の体上の２次元の特異点に新たな知見を加えたばかりでなく、正標数の体上で３次元代数多様体に対する対数的半安定フリップの存在を示すために有用であると考えられる。したがって、本論分は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。