



Title	Parameter Estimation for Diffusion Processes
Author(s)	吉田, 朋浩
Citation	大阪大学, 1991, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/37424">https://hdl.handle.net/11094/37424</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"&gt;https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> >大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・（本籍）	よし	だ	なか	ひろ
	吉	田	朋	浩
学位の種類	工	学	博	士
学位記番号	第	9	4	6
		6		号
学位授与の日付	平成	3	年	1
		月	18	日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当			
学位論文題目	Parameter Estimation for Diffusion Processes (拡散過程の母数推定)			
論文審査委員	(主査)			
	教授	稲垣	宣生	
	(副査)			
	教授	石井	恵一	教授 福島 正俊
				教授 白旗 慎吾

## 論文内容の要旨

本論文では、Markov 性を持った連続なセミマルチンゲールである、拡散過程の未知母数の推定問題を扱っている。ここでは2種類の問題が議論される。一つは最尤推定量または最尤推定型の推定量（M-推定量）の観測時間が大きくなるときの漸近的性質に関する問題で第1章と第2章で議論される。

もう一つは小さな攪乱のある力学系（small diffusion）において攪乱が小さくなるときの最尤推定量の漸近的挙動に関する問題で第3章で議論される。

第1章では、エルコード的な場合と“非エルコード的”な場合を同時に扱う。まずはじめに、M-推定量に関連のある正值確率過程の比として定まる random field が、パラメータのランダムな二次関数をもつ指数族に弱収束することを証明する。従来、Kutoyants等は、large deviation の条件の仮定のもとで弱収束を示したが、一般的な拡散過程のモデルで検証するには困難があり、それを避けるために、ここではより弱い条件のもとでそれを示した。つぎに、この random field の弱収束から最尤推定量の漸近的性質を導いた。

第2章では、エルコード的な場合にサンプリングの問題が議論される。連続な観測が実際は得られないことや尤度関数を利用するには拡散過程の拡散係数が既知でなければならないことから、拡散モデルを実際のデータに適用するには困難があるように思われる。しかし、離散的な観測に基づいた、尤度関数の自然な近似によって、拡散係数が未知のときでさえ、漸近有効な最尤推定量が得られることがここでは示される。そして、ここでも、この近似的な尤度関数に対応した random field の弱収束が、最尤推定量の漸近的性質を導くのに役立つことがわかった。

第3章では、small diffusion の未知母数の推定量の漸近的挙動を調べている。最尤推定量の一次

有効性は知られていて、ここでは二次の性質に興味がある。このために、small diffusionに関係のある統計量の確率分布の漸近展開が必要になる。それを導くために、我々は、P. MalliavinとS. Watanabeによって導入された方法を採用する。未知母数の推定量にたいして、その確率変数としての漸近展開が得られたとき、Schwartz 超関数との合成関数が定義できて、generalized Wiener functionalの空間での漸近展開を得る。その平均をとれば、特性関数の反転をせずに、推定量の確率分布の漸近展開が得られる。同様に尤度比統計量に対しても確率分布の漸近展開が導かれる。これらの結果の一つの応用として、バイアス修正された最尤推定量の竹内一赤平の意味での二次漸近有効性が示される。さらに、このアプローチによれば、様々な危険関数の漸近展開が得られることになる。

## 論文審査の結果の要旨

本論文では、液体中の微粒子の不規則な運動やバクテリア個体数の成長モデルのような時間的に連続な（ある意味で微分可能な）確率過程である拡散過程の母数モデルの統計推測問題を取り扱っている。

拡散過程は通常の微分方程式にホワイトノイズが加わったような確率微分方程式で定義され、母数化されたdriftを持つ拡散過程について時間 $T$ までの観測が得られたときの尤度関数は伊藤積分で表現される。一般に、尤度比を母数が径数の確率過程とみなし尤度比過程とよび、観測フィッシャー情報量が定数に収束する場合をエルゴード的な場合といい、確率変数に収束する場合を非エルゴード的な場合という。ここでは、拡散過程の尤度比過程がある退化したガウス過程に弱収束することを示し、エルゴード的な場合と非エルゴード的な場合が起こるdriftの条件について調べた。これによって拡散過程の母数の推測に関して尤度解析が可能であることを示した。さらに、尤度評点を一般の評点に置き換えることにより正值確率過程を構成し、その比を母数が径数の確率過程とみなすときある退化したガウス過程に弱収束することを示した。これによって拡散過程の母数のロバストな推定法を議論することが可能になった。実際には連続な観測はデータ処理できないことから一定時間間隔に得られたデータに対してサンプリング問題を議論している。また、微小拡散問題についても取り扱っている。

以上の成果は、拡散過程の母数の推定法の理論的研究に大きな貢献をするものであり、博士論文として価値あるものと認める。