【11】

氏名・(本籍)	谷口 義治 (たにぐち よしはる)
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 9263 号
学位授与の日付	平成 2 年 6 月 15 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	The Method of Moving Frames Applied to Kähler Submanifolds of Complex Space Forms (複素空間形のケーラー部分多様体への動枠法の応用)
論文審査委員	(主査) 教授 尾関 英樹 (副査) 教授 村上 信吾　教授 竹内 勝　助教授 坂根 由昌

論文内容の要旨

この論文は複素空間形のケーラー部分多様体の幾何の研究に，動枠法(moving frame method)の理論を展開し，それによってその部分多様体が等質になるための幾何的な条件を与えることを目的とする。

一般にリー群Gの等質空間S＝G/H の部分多様体 f：M→S に対し，f の jet から決まるG－不変量として f の接触不変量が対応する。動枠法の一般論によれば，f(M)のG－合同類及び f(M)がGの部分群の等質空間となるための条件が f の接触不変量で与えられる。しかしながら，この一般論を具体的なSに対して適用しようとすると，独自の定式化が必要となる。

本論文では正則断面曲率 4c の複素空間形 Sc(N)＝Gc(N)/H (Gc(N)はSc(N)の正則等長変換群とする。) のケーラー部分多様体に対する動枠法の定式化として，連結複素多様体M上のSc-構造(P,ω))という概念を導入する。ここでPはM上のある主束でωはGc(N)のリー環に値をとるP上の一次形式で，ある条件を満たすものである。このSc-構造はSc(N)のケーラー部分多様体の高階の構造方程式のひとつの捉え方に相当する。

Sc-構造の基本性質を述べる。M上のSc-構造(P,ω)はM上にあるケーラー計量 g_P を定め，逆に g_P は(P,ω)を同型を除いて一意に決定する。又，連結ケーラー多様体(M,g)のSc(N)への正則等長はめ込みのGc(N)-合同類はM上のSc-構造(P,ω)で $g=g_P$ となるものに対応し，逆に単連結複素多様体M上のSc-構造(P,ω)はケーラー多様代(M, g_P)のSc(N)へのある正則等長はめ込みのGc(N)-合同類に対応することが示される。以上のことからCalabi の剛性定理が出ることを注意する。

次に動枠の縮少という動枠法の一般方針の下に，Sc-構造(P,ω)の被約Sc-構造(RF,ϑ)を定義する。ここでRFはMのある開集合Mo上の主K-束で，M_0 の主接束の部分束であり，かつ M_0 上P に

同伴している。ϑ は ω のRF への制限である。このとき同時にRF のK-接続が定まり，RF 上に余枠場が一つ定まる。等質性に関して次の結果を得た。「(M,g) をSc(N) の連結完備ケーラー部分多様体とし，(RF, ϑ) を (M,g) が定めるSc-構造の被約Sc-構造とする。このとき，(M,g) がその正則等長変換群 Aut (M,g) に関して等質になるための条件は，ϑ の各成分の RF 上の標準的な余枠場に関する係数がすべてRF 上定数となることである。更にこのとき，RF は自然にAut (M,g) と同一視される。」

この論文での動枠法は高階の構造方程式に相当するSc-構造から出発したので，得られた等質性定理は幾何学的な意味を持った量によって与えられている。

論文審査の結果の要旨

ケーラー計量をもつ複素多様体はケーラー多様体と呼ばれ，その研究はケーラー幾何学とも云われる。N次元複素空間形Sc(N) は正則断面曲率が一定(4c) の単連結完備なケーラー多様体で，ケーラー幾何学で基礎的な位置を占める。この空間形の複素部分多様体の研究は他分野とも密接に関連し，極めて重要である。一方，Sc(N) の正則等長な変換の全体 Gc(N) はリー群となり，複素空間形Sc(N)は等質空間Gc(N)/H と表される。等質空間の部分多様体の研究には，動枠法という手法がE．Cartan により多用され，Sulanke，Svec 等と引き継がれている。

谷口君は本論文において，複素空間形Sc(N) のケーラー部分多様体に対し，動枠法の立場からの研究を展開し，興味深い結果を得た。すなわち，Mの各点で，Sc(N) の接空間をMの接触の次数をもとに直交分解し，M上の主束Pを構成する。P のGc(N) への自然なはめ込みを通じて，リー群 Gc(N) の基本形式をひき戻し，P 上の1次微分形式 ω を対応させ，(P, ω) の基本性質を解明し，MのSc-構造(P, ω) という概念を導入した。これはMの高階の構造方程式ともいえる。その1つの応用として，Sc-構造とMのケーラー計量との対応を通して，Calabi の剛性定理が自然に導かれることを示した。さらに，主束Pの構造群を順次縮小していき，被約Sc-構造(RF, ϑ)を構成する。Mが等質となるための必要十分条件を被約Sc-構造を用いて具体的な形で与えた。

以上のように，谷口君の本論文はケーラー幾何学において，ケーラー部分多様体に対し，動枠法の立場からの研究を展開し，興味深い結果を示すとともに，今後の発展・応用が期待され，この方面の研究に寄与する所大であり，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。