

Title	The Method of Moving Frames Applied to Kähler Submanifolds of Complex Space Forms
Author(s)	谷口, 義治
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/37434">https://hdl.handle.net/11094/37434</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	たに 谷	ぐち 口	よし 義	はる 治
学位の種類	理	学	博	士
学位記番号	第	9263	号	
学位授与の日付	平成2年6月15日			
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当			
学位論文題目	The Method of Moving Frames Applied to Kähler Submanifolds of Complex Space Forms (複素空間形のケーラー部分多様体への動枠法の応用)			
論文審査委員	(主査) 教授 尾関 英樹 (副査) 教授 村上 信吾      教授 竹内 勝      助教授 坂根 由昌			

### 論文内容の要旨

この論文は複素空間形のケーラー部分多様体の幾何の研究に、動枠法(moving frame method)の理論を展開し、それによってその部分多様体が等質になるための幾何的な条件を与えることを目的とする。

一般にリー群 $G$ の等質空間 $S = G/H$ の部分多様体 $f : M \rightarrow S$ に対し、 $f$ のjetから決まる $G$ -不変量として $f$ の接触不変量が対応する。動枠法の一般論によれば、 $f(M)$ の $G$ -合同類及び $f(M)$ が $G$ の部分群の等質空間となるための条件が $f$ の接触不変量で与えられる。しかしながら、この一般論を具体的な $S$ に対して適用しようとする、独自の定式化が必要となる。

本論文では正則断面曲率 $4c$ の複素空間形 $Sc(N) = G_c(N)/H$ ( $G_c(N)$ は $Sc(N)$ の正則等長変換群とする。)のケーラー部分多様体に対する動枠法の定式化として、連結複素多様体 $M$ 上の $Sc$ -構造 $(P, \omega)$ という概念を導入する。ここで $P$ は $M$ 上のある主束で $\omega$ は $G_c(N)$ のリー環に値をとる $P$ 上の一次形式で、ある条件を満たすものである。この $Sc$ -構造は $Sc(N)$ のケーラー部分多様体の高階の構造方程式のひとつの捉え方に相当する。

$Sc$ -構造の基本性質を述べる。 $M$ 上の $Sc$ -構造 $(P, \omega)$ は $M$ 上にあるケーラー計量 $g_p$ を定め、逆に $g_p$ は $(P, \omega)$ を同型を除いて一意に決定する。又、連結ケーラー多様体 $(M, g)$ の $Sc(N)$ への正則等長はめ込みの $G_c(N)$ -合同類は $M$ 上の $Sc$ -構造 $(P, \omega)$ で $g = g_p$ となるものに対応し、逆に単連結複素多様体 $M$ 上の $Sc$ -構造 $(P, \omega)$ はケーラー多様体 $(M, g_p)$ の $Sc(N)$ へのある正則等長はめ込みの $G_c(N)$ -合同類に対応することが示される。以上のことからCalabiの剛性定理が出ることを注意する。

次に動枠の縮小という動枠法の一般方針の下に、 $Sc$ -構造 $(P, \omega)$ の被約 $Sc$ -構造 $(RF, \vartheta)$ を定義する。ここで $RF$ は $M$ のある開集合 $M_0$ 上の主 $K$ -束で、 $M_0$ の主接束の部分束であり、かつ $M_0$ 上 $P$ に

同伴している。 $\vartheta$ は $\omega$ のRFへの制限である。このとき同時にRFのK-接続が定まり、RF上に余枠場が一つ定まる。等質性に関して次の結果を得た。「 $(M, g)$ を $Sc(N)$ の連結完備ケーラー部分多様体とし、 $(RF, \vartheta)$ を $(M, g)$ が定めるSc-構造の被約Sc-構造とする。このとき、 $(M, g)$ がその正則等長変換群 $Aut(M, g)$ に関して等質になるための条件は、 $\vartheta$ の各成分のRF上の標準的な余枠場に関する係数がすべてRF上定数となることである。更にこのとき、RFは自然に $Aut(M, g)$ と同一視される。」

この論文での動枠法は高階の構造方程式に相当するSc-構造から出発したので、得られた等質性定理は幾何学的な意味を持った量によって与えられている。

### 論文審査の結果の要旨

ケーラー計量をもつ複素多様体はケーラー多様体と呼ばれ、その研究はケーラー幾何学とも云われる。 $N$ 次元複素空間形 $Sc(N)$ は正則断面曲率が一定( $4c$ )の単連結完備なケーラー多様体で、ケーラー幾何学で基礎的な位置を占める。この空間形の複素部分多様体の研究は他分野とも密接に関連し、極めて重要である。一方、 $Sc(N)$ の正則等長な変換の全体 $Gc(N)$ はリー群となり、複素空間形 $Sc(N)$ は等質空間 $Gc(N)/H$ と表される。等質空間の部分多様体の研究には、動枠法という手法がE. Cartanにより多用され、Sulanke, Svec等と引き継がれている。

谷口君は本論文において、複素空間形 $Sc(N)$ のケーラー部分多様体に対し、動枠法の立場からの研究を展開し、興味深い結果を得た。すなわち、 $M$ の各点で、 $Sc(N)$ の接空間を $M$ の接触の次数をもとに直交分解し、 $M$ 上の主束 $P$ を構成する。 $P$ の $Gc(N)$ への自然なはめ込みを通じて、リー群 $Gc(N)$ の基本形式をひき戻し、 $P$ 上の1次微分形式 $\omega$ を対応させ、 $(P, \omega)$ の基本性質を解明し、 $M$ のSc-構造 $(P, \omega)$ という概念を導入した。これは $M$ の高階の構造方程式ともいえる。その1つの応用として、Sc-構造と $M$ のケーラー計量との対応を通して、Calabiの剛性定理が自然に導かれることを示した。さらに、主束 $P$ の構造群を順次縮小していき、被約Sc-構造 $(RF, \vartheta)$ を構成する。 $M$ が等質となるための必要十分条件を被約Sc-構造を用いて具体的な形で与えた。

以上のように、谷口君の本論文はケーラー幾何学において、ケーラー部分多様体に対し、動枠法の立場からの研究を展開し、興味深い結果を示すとともに、今後の発展・応用が期待され、この方面の研究に寄与する所大であり、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。