【16】

氏名・(本籍)	榎(えのき)　一(いち)　郎(ろう)
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	第　9430　号
学位授与の日付	平成 2 年 12 月 12 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Compact Kähler manifolds with parallel Ricci tensor (平行なリッチ曲率をもつコンパクトケーラー多様体について)
論文審査委員	(主査) 教 授 竹内　勝 (副査) 教 授 宮西　正宜　　教 授 難波　誠

論文内容の要旨

高次元代数多様体の分類・構造論における基本的な問題は極小模型予想と豊富予想に集中している。3次元における極小模型予想が解決したのは比較的最近のことである。3次元における豊富予想は，まだ完全に解決していない。特に一般次元の豊富予想に対しては，まだほとんど結果がないのが現状である。そこで，一般次元において予想の本質的な性質を落とさないように単純化した場合に豊富予想の肯定的な解決を与えた。証明で用いられた議論は，予想が一般の場合にも成り立つであろう微分幾何的な根拠を示唆している。

得られた結果の正確な形は次の通り。

定理。Xを局所的にはリッチ曲率の正負に従い直積に分解するコンパクトケーラー多様体とする。すなわちXの普遍被覆は正則かつ等長的にP×F×Nとリッチ正，リッチ零，リッチ負な部分，P，F，N，の直積に分解しているとする。このとき

1）射影　P×F×N→F×Nは全射正則写像X→Yをひきおこす。ここでYは，F×Nを普遍被覆にもつコンパクトケーラー多様体。

2）さらに射影F×N→Nは全射正則写像Y→Zをひきおこす。ここでZはコンパクトケーラーV―多様体で，NをV―多様体としての普遍被覆にもつ。

論文の題にあるリッチテンソルが平行であるときが，定理の条件を満たす典型的な場合である。以下，定理の証明の概略を述べる。

リッチ正の成分P がコンパクトであることはすぐわかる。定理の1）はこれから従う。さらにリッチ零の成分Fはコンパクトな部分と複素ユークリッド空間 C^n の直積に分解することが知られている結果から比較的容易にわかる。このFの分解における C^n のYにおける像がコンパクトになっていないと仮定すると，Y上のある正則ベクトル束の正則切断が定まることになる。これが常に自明なものしかないことを示すために，正則ベクトル束の部分束における曲率減少の原理とボッホナーの消滅定理が用いられる。ここでNのリッチ曲率が負であることが必要になる。またこの部分の議論は，Yの第一ベッチ数 $b_1(Y)$ が零の場合にまず示し，$b_1(Y)$ が正の場合は，カラビ予想の解を用いることにより前者に帰着させる。以上により，FのYにおける像がコンパクトであることがわかり，定理の2）が従う。

論文審査の結果の要旨

(射影) 代数多様体の構造については次のことが予想されている：任意の代数多様体 Vは双有理同値を除いて

(1) Fano 代数多様体；

(2) 数値的小平次元が0の極小代数多様体；

(3) 数値的小平次元が自身の次元と一致する極小代数多様体の積（ねじれた積も許して）に分解する。

これらの条件は非特異代数多様体の場合にはそれぞれ (1)′ Ricci 曲率が正のケーラー計量をもつ；(2)′ Ricci曲率が0のケーラー計量をもつ；(3)′ Ricci曲率が負のケーラー計量をもつこととほぼ同値である。この予想はVの次元が1または2のときには成立することが知られており，Vの次元が3の場合は比較的最近，森重文等によってほぼ解決された。しかし高次元の場合はまだ殆ど何もわかっていない。

榎君の論文は，Vが一般次元のコンパクトケーラー多様体で平行なRicci 曲率をもつ場合に(1)′, (2)′, (3)′の意味でこの予想が成り立つことを証明したものである。証明のためには局所的分解から大域的分解を導き出さなければならないので，種々の困難があるが，榎君はRicci 曲率正の多様体に関するMeyersの定理，正則ベクトル束の切断に関するBochner の消滅定理，変換群の軌道に関する構造定理，Calabi 予想の解決（これらはいずれも大域的定理である）等を有効に用いてこの問題の解決に成功したものである。以上によって，この論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。