



Title	On the vertices of module in the Auslander-Reiten quiver
Author(s)	宇野, 勝博
Citation	大阪大学, 1992, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/37871">https://hdl.handle.net/11094/37871</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名	宇野勝博
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第10094号
学位授与年月日	平成4年3月18日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
学位論文名	On the vertices of module in the Auslander-Reiten quiver (群環のアウスランダー・ライテン・グラフにおける加群のヴァーテックスについて)
論文審査委員	(主査) 教授 川中宣明 (副査) 教授 宮西正宜 教授 伊吹山知義

## 論文内容の要旨

一般に体上有限次元多元環のアウスランダー・ライテン・グラフとは、その多元環上の直既約加群の同型類を頂点とし、既約写像の空間の次元に等しい重複度の有向辺をもつ、重み付き有向グラフのことである。アウスランダー・ライテン・グラフを求めるることは、その多元環上の加群圏を記述することにはほぼ等しく、1970年代から盛んに研究されてきた。また、 $G$ を有限群、 $k$ を標数  $p$  の体とするとき、群環  $kG$  のアウスランダー・ライテン・グラフについては、連結成分の普遍被覆の形が非常に限られていることなど著しい事実が知られている。一方、ひとつの直既約加群  $M$  には、ヴァーテックスと呼ばれる  $G$  の  $p$  部分群  $P$  が対応し、 $M$  はある  $kP$  加群の  $G$  への誘導加群の直和因子として得られる。即ち、まず  $P$  の正規化群への誘導加群の直和因子をとり（クリフォード理論）、次にそのグリーン対応として  $kG$  加群を得ることができる（グリーン対応の理論）。アウスランダー・ライテン・グラフの連結成分  $C$  に対する類似の結果としては、 $C$  の頂点である加群のヴァーテックスの最小元を  $Q$  とすると、グリーン対応子またはその拡張が  $Q$  の正規化群のアウスランダー・ライテン・グラフの一部と  $C$  の間にヴァーテックスを保存するグラフの同型写像を引き起こすことなどが知られている。

本論文は、 $kQ$  と  $Q$  の正規化群の群環、一般に  $kG$  と  $G$  の正規部分群の群環のアウスランダー・ライテン・グラフの関係（クリフォード理論に相当する部分）を調べたものである。例えば、ある仮定のもとでは、ふたつのグラフの間に同型写像が存在することが示されており、このような場合、アウスランダー・ライテン・グラフを求める問題が  $p$  群の場合に帰着できるので有効な方法となる。応用として、 $p$  群の場合証明されている次のふたつの結果を一般の群に対して証明できる。

定理.  $k$  を代数的閉体、アウスランダー・ライテン・グラフの連結成分  $C$  は置換加群の直既約因子  $M$

を頂点としてもつとする。このとき、 $M$ のヴァーテックスがある例外的な場合を除いて、 $C$ は $A_\infty$ 型であり、 $M$ は $C$ の端の頂点に対応する。

定理.  $k$ を完全体、アウスランダー・ライテン・グラフの連結成分 $C$ は頂点に非周期的な加群が対応しているとする。このとき、 $C$ の頂点となる加群のヴァーテックスが一定でなく、かつ、最小ヴァーテックス $Q$ が四元数群でなければ、 $C$ は $A_\infty$ 型または $A_{\infty\infty}$ 型であり、 $C$ に属する加群のヴァーテックスの分布パターンも決定できる。

証明は、既約写像が自己準同型環上の既約加群を与えることに着目し、隣合う加群のヴァーテックスの差を自己準同型環上の加群の次元の比として記述し、その比を自己準同型環の表現論と普遍被覆の形などから評価するという方法で与えられる。

#### 論文審査の結果の要旨

宇野君は、この論文において、有限群の群環のアウスランダー・ライテン・グラフ（ARグラフ）について研究し、代数的閉体上の群環のARグラフの連結成分 $C$ が置換表現の直和因子を頂点を持つとき、 $C$ は $Z A_\infty$ に同型であることを証明するなど、いくつかの注目すべき結果を得た。

よって博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。