



Title	Studies on Optimal Stopping for Secretary Problems
Author(s)	穴太, 克則
Citation	大阪大学, 1992, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/37929">https://hdl.handle.net/11094/37929</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	穴 太 克 則
博 士 の 専 攻	
分 野 の 名 称	博 士 (工 学)
学 位 記 番 号	第 1 0 2 9 0 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 4 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
	基 础 工 学 研 究 科 数 理 系 専 攻
学 位 論 文 名	Studies on Optimal Stopping for Secretary Problems (秘書選択問題に対する最適停止の研究)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 石 井 惠 一 (副査) 教 授 稲 垣 宣 生 教 授 白 旗 慎 吾

### 論 文 内 容 の 要 旨

本研究は、Secretary Problem または Best-Choice Problem として知られる最適停止問題に関するものである。独立確率変数列  $\{X_n\}$  を逐次に  $N$  個観測し、その中の最大値  $\max(X_1, \dots, X_N)$  を得る確率を最大にする停止時刻を求める問題と説明できる。 $X_n$  は  $n$  人目に面接する秘書の職に応募する applicant の相対ランクもしくは能力とみなされる。

2 章では、各 applicant が採用の offer を、確率  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ) で拒否でき、最大  $m$  回の offer ( $m \geq 1$ ) が可能な場合に拡張し、best applicant を得る確率を最大にする最適戦略を明らかにしている。さらに applicant の総数  $N$  が未知であり、ある事前分布に従う場合について、最適戦略が、Chow, Robbins and Siegmund (1971) の monotone case となる十分条件を導出している。これは Smith (1975) と Presman and Sonin (1972) の拡張と結合といえる。更に full-information version に対しても、同様の問題を解き、monotone case となる十分条件を導出している。これは Smith (1975) と Porosinski (1987) の結合と拡張となり、彼らの問題を含む。

3 章では、 $m$  回の選択機会があり、各 applicant は offer を拒否できず、 $N$  個の中の best, second best, …,  $l$  th best をすべて得る確率を最大にする no-information problem ( $P(l, m)$ ,  $1 \leq l \leq m \leq N$  と書く) を統一的に扱い研究している。従来は  $P(1, 2)$ ,  $P(2, 2)$  が解かれているが本章はすべての  $m \geq 1$  に対する  $P(1, m)$  の最適戦略、さらに  $N$  が確率変数である場合に monotone case となる十分条件を導出し、また full-information version の最適戦略を解いている。これらの  $P(1, m)$  問題は、Gilbert and Monsteller (1966) によって提示されたが、no-full-相方の場合も  $m \geq 3$  の時は未解決の問題であった。3 章は加えて、 $P(3, 3)$  を解いている。また  $P(2, 3)$ ,  $P(2, 4)$ ,

$P(3, 4)$  の問題に対しては数値計算解を与えていた。

4章では、 $N \rightarrow \infty$  の時のいわゆる infinite problem の研究であり、様々な成功基準のもとでの問題の最適戦略を導出し、それらの比較を行っている。 $N \rightarrow \infty$  の時、no-information problem の最適方程式は微分方程式となり、その解は対応する no-information problem の最適解の asymptotic 形になる。

5章では、Secretary Problem の一種のゲーム化に対する研究であり、採用主が2人の場合の相対の最適戦略とゲームの値を研究している。

### 論文審査の結果の要旨

本論文は、従来秘書選択問題と呼ばれてきた一種の逐次決定理論における最適停止の決定法と、その場合の最大期待利得について、今まで取り扱われてきた事柄をさまざまな方向へ発展させることを試みたものである。

1960年代に始まる古典的秘書選択問題では、応募者の数  $N$  が一定で、それらがランダムな順序で現れる場合 (no-information case)，ある時点で停止して採用を決定したとき， $N$  人中の最良のものを選ぶ確率を最大にする最適決定ルールと、その最大確率を求める問題であった、これはすでに様々な方向に一般化されているが、著者はさらに一般的かつ統一的にこの問題を考察することによって、従来の結果を含むより統一的な結果を与えていた。

第2章では、まず、各応募者が採用の申し出を一定の確率  $p$  で拒否する可能性をもち、拒否された場合には選択のプロセスを続け、最大  $m$  回まで決定可能な場合の最適戦略を求めていた。従来は、任意回の選択が可能な場合について Smith の結果 (1975) があるが、これはその拡張でもあり、より現実的な定式化ともいえる。さらに、 $N$  が定数ではなく、ある確率分布に従う場合における最適戦略について、それが単調型であるための十分条件を与えていた。

また、各応募者の評価点が既知の確率分布に従う場合 (full-information case) についても同様な問題を考察している。

第3章では、前記の  $p$  が 1 の no-information case で、 $m$  回の選択機会において、上位 1 位から 1 位までをすべて得る確率を最大にする決定法を考察する問題  $P(1, m)$  を統一的に議論している。従来は  $P(1, 2)$ ,  $P(2, 2)$  がそれぞれ解かれているが、ここでは一般的の  $m$  に対する  $P(1, m)$  の最適戦略、および  $N$  が確率変数である場合に単調型であるための十分条件を与え、さらに、full-information case の  $P(1, m)$  の最適戦略を解いている。これらの問題の  $m \geq 3$  の場合は未解決であったものである。また、いくつかの場合の数値解も与えている。

第4章は  $N \rightarrow \infty$  のときの漸近解を論じている。 $N \rightarrow \infty$  のとき最適方程式は (no-information の場合) 微分方程式になり、その解はもとの問題の漸近解になることは Gianni-Samuels (1976) により示されたが、これを成功基準を様々に変化させた場合について研究している。

第5章は、2人の採用主がいる場合の最適停止問題を零和2人ゲームとして定式化し、それぞれの最

適戦略とゲームの値を求めている。

以上のように、本論文は最適停止問題の研究に新たな結果と重要な知見を与えるものであり、博士の学位論文として価値あるものと認める。