【1】

氏　　　名	鄭（じゅん）　震（じん）　文（むん）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学位記番号	第　10107　号
学位授与年月日	平成 4 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科　数学専攻
学位論文名	Retarded functional differential equations with L^1−valued controller（L^1 空間の値をとる制御作用素をもつ関数微分方程式）
論文審査委員	（主査） 教　授　田辺　広城 （副査） 教　授　井川　満　助教授　小松　玄　助教授　磯崎　洋

論文内容の要旨

この論文は次の時間遅れを含む線形関数微分方程式

$$\frac{d}{dt}u(t) = A_0u(t) + A_1u(t-h) + \int_{-h}^{0} a(s)A_2u(t+s)ds + \Phi_0 w(t),\ u(0) = g^0,\ u(s) = g^1(s),$$
$$s\in[-h,0)$$

の制御の問題を査べた。ここでA_0がある領域Ωに於けるヂリクレ境界条件の下で 2 階の楕円型偏微分作用素、制御作用素Φ_0が$L^1(\Omega)$の値をとる作用素である場合に，方程式を負ノルムソボレフ空間$W^{-1,p}(\Omega)$（$1<p<n/(n-1)$）の中で考えると，イタリアの G.Dore と A.Venni の両氏による最大正則性定理が使えることに着目して，ヒルベルト空間の中の方程式に対すると同様な可制御性・可観測性の結果を示した。この結果は遅れの項の作用素が有界である方程式についてこれまで知られていた結果を，扱いが困難と考えられていた方程式に拡張した点で重要なものである。ヒルベルト空間の中の方程式に対すると同様な可制御性・可観測性の結果を示すためにまず$W^{-1,p}(\Omega)$の空間のζ－凸性が必要である。これは$-\triangle$の$W_0^{1,p}$から$W^{-1,p}$への同型写像の性質と$W_0^{1,p}$のζ－凸性を利用すると$W^{-1,p}$のζ－凸性を導くことができる。2 番目に必要な条件は 2 階の楕円型作用素A_0は$W^{-1,p}$で解析的半群を生成することである。これはA_0は一般的にヂリクレ境界条件の下でL^p空間の中で解析的半群を生成していることから$D(A_0)$にグラフノルムがあたえられた時補間空間の結果を利用すると Hille－吉田の定理によって証明ができる。三番目はA_0の純虚数巾のノルムがある常数Cと$\gamma\in(o,\frac{\pi}{2})$が存在して$Ce^{\gamma|s|}$によっておさえらることである。これも二番目の方法と全く同様に補間空間の性質を利用すれば導くことができる。これらの条件が満足されると初期値(g^0, g^1)を$Z_{pq}\cong H_{p,q}\times L^q(-h,0;W_0^{1,p})$, $H_{p,q}\cong(W_0^{1,p}, W^{-1,p})_{1/q,q}$の中に選んでG. di Blsio, K.Kunisch, E.Sinestrari の結果を利用して時間遅れを含む本来の

方程式の解の存在，一意性，正則性が保障できる。この事を基盤にして負ノルムソボルフ空間$W^{-1,p}$の空間上で可制御性と可観測性をヒルベルト空間の中の方程式に対すると同様に示すことができる。この種の問題をヒルベルト空間の中で考察する際はイタリアのG. di Blasio, E.Sinestrari とオーストリアのK.Kunisch の三氏の結果により半群理論を使うために，元の方程式を新しい未知関数（$u(t), u_t$）に関する方程式に拡大する。ここでu_tは$s \in [-h,0)$ に対して$u_t(s) = u(t+s)$により定義される関数である。$Z_{p,q}$の上のC_0−半群と転置された$Z_{p',g'} \cong H_{p',q'} \times L^{q'}(-h,0; W_0^{1,p'})$ の上の C_0− 半群の性質を査べ構造作用素を用いて可制御性と可観測性の同値関係が示される。特に$A_1 = \tau A_0$（$\tau > o$），$A_2 = A_0$のときにはスペクトル分解して知られている一般化された固有空間の完備性によってrank条件という必要十分条件を導くことができる。元の方程式を負ノルム空間の中で考察すれば共役方程式が扱い易いことに着目して我は時間遅れの項の作用素が有界である場合の神戸大学工学部の中桐信一氏の可制御性・可観測性・可同定性等の結果を拡張した。　終

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は次の時間遅れを含む線形関数微分方程式

$$\frac{d}{dt}u(t) = A_0 u(t) + A_1 u(t-h) + \int_{-h}^{0} a(s) A_2 u(t+s) ds + \Phi_0 f(t) \quad u(0) = g^1,$$

$$u(s) = g^1(s) \quad s \varepsilon [-h,0)$$

の制御を論じたものである。ここにA_0はR^nの有界領域Ωで２階線形の楕円型作用素のデイリクレ境界条件のもとでの実現，A_1，A_2はΩで２階の線形偏微分作用素，制御作用素Φ_0はあるバナッハ空間Uから$L^1(\Omega)$への有界線形作用素である。鄭震文君はソボレフの埋蔵定理により$1 < p < \frac{n}{n-1}$ ならば$L^1(\Omega) \subset W^{-1,p}(\Omega)$であることに着目し，上の方程式を$W^{-1,p}(\Omega)$で考えて，イタリアのドレとヴェニの最大正則定理を用いてA_1，A_2が有界作用素の場合の可制御性，可観測性等の定理と同様の事実が成立することを示した。負ノルム空間$W^{-1,p}(\Omega)$で考えることの着想は興味があり，博士（理学）の学位論文として充分価値があると認める。