

|              |   |
|--------------|---|
| Title        | Some remarks on algebras with straightening laws  |
| Author(s)    | 寺井, 直樹  |
| Citation     | 大阪大学, 1993, 博士論文  |
| Version Type |   |
| URL          | <a href="https://hdl.handle.net/11094/38104">https://hdl.handle.net/11094/38104</a>   |
| rights       |   |
| Note         | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。 |

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

|            |   |
|------------|---|
| 氏名         | 寺井直樹  |
| 博士の専攻分野の名称 | 博士(理学)  |
| 学位記番号      | 第10579号   |
| 学位授与年月日    | 平成5年3月25日   |
| 学位授与の要件    | 学位規則第4条第1項該当<br>理学研究科数学専攻   |
| 学位論文名      | <b>Some remarks on algebras with straightening laws</b><br>(有限半順序集合に付随する多元環ASLについて) |
| 論文審査委員     | (主査)<br>教授 宮西 正宜<br>(副査)<br>教授 川中 宣明 教授 臼井 三平                                       |

### 論文内容の要旨

Algebra with straightening laws (ASL) とは、次のような環である。

$H$  を有限半順序集合 (poset) とし,  $R$  を環とすると,  $R$  上の多項式環  $R[a; a \text{ は } H \text{ の元}]$  を straightening relation で生成されるイデアルで割った剰余環  $A$  を  $H$  上の ASL と言う。ただし, straightening relation とは  $a, b$  を  $H$  の順序で比較不可能な元とすると,  $ab - \sum p_{ac} cd$  ( $c \leq a, b, d$ ) という形のものである。

ASL の例としては, Grassmann variety の斉次座環や determinantal ring や Pfaffian ring  $G$  等があり, それらの Cohen-Macaulay 性等の性質が ASL 理論によって統一的に示されている。

本論文においては, 二つの話題を取り扱う。

一つは, poset  $H$  が与えられたとき,  $H$  上の ASL を普遍的に取り扱うために,  $H$  上の ASL の moduli space を定義し, その構造を調べることである。moduli space については, poset のランクが 2 のときに, その具体的な構造を決定した。ランクが 3 以上のときは, 一般にその構造は複雑であるが, 任意の点と Stanley-Reisner 点 (Stanley-Reisner 環に対応する点) を結ぶ代数曲線がこの moduli space の中に存在する。したがって, moduli space は連結である。これを利用して一般的な ASL の depth と Stanley-Reisner 環の depth についての一つの不等式を証明した。これは, ASL の基本定理の簡単な別証を含んでいる。

二つには, 日比氏の予想

「 $H$  上の ASL で整域となるようなものが存在すれば,  $H$  は Cohen-Macaulay である。すなわち,  $H$  の Stanley-Reisner 環は Cohen-Macaulay である。」

について考察することである。まず, サイクルを含まず, ただひとつの極小元をもつ poset について考える。そのような poset を樹木 (tree) と呼ぶ。  $H$  が樹木るとき, 上の予想が正しいことを示した。また, 予想の逆も正しいことを示した。しかし,  $H$  が樹木でないとき, 上の予想の反例を  $H$  がランク 4 の poset の場合に与えた。実際,  $H$  上の ASL で整域となるものを構成するとき, ASL が整域であることを証明するためにコンピューターソフト「Macaulay」を用いた。アルゴリズムの一部として, 多項式環の中の斉次イデアルが素イデアルであるかどうかを判定するものが必要であるが, それについては, 現在知られているものより効率的なものを与えた。

## 論文審査の結果の要旨

有限半順序集合に付随して多元環 (ASL と呼ぶ) が構成される。それらのなすモジュライ空間を構成し、その特殊点 (Stanley-Reisner 環) と任意の ASL に対応する点との連結性を示すことによって、ASL の Cohen-Macaulay 性の伝播を調べた。また、Cohen-Macaulay 性をもたない ASL を与える有限半順序集合の発見にコンピュータを用い、この分野の研究に新しい方法を導入した。これらの貢献は、博士 (理学) の学位論文として十分価値あるものと認める。