

Title	ARTによるX線CT画像再構成に関する基礎的研究
Author(s)	譚, 玉峰
Citation	大阪大学, 1993, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/38248
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について <a>〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	譚 玉 峰
博士の専攻分野の名称	博士(工学)
学位記番号	第 10779 号
学位授与年月日	平成5年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 基礎工学研究科物理系専攻
学位論文名	ARTによるX線CT画像再構成に関する基礎的研究
論文審査委員	(主査) 教授 佐藤 俊輔 (副査) 教授 福島 邦彦 教授 田村 進一

論文内容の要旨

本論文は、ART (Algebraic Reconstruction Techniques) によるX線CT画像再構成に関する基礎的研究成果をまとめたものであり、次の8章からなる。

第1章ではART画像再構成法の現状について概説し、この方法の問題点について述べた。そして、これらの問題点と本論文で述べるKaczmarz法の幾何学的な性質やここで提案する平均化法、逆順平均法との関連や本論文の意義を明らかにした。また本論文で述べる方法を応用したときの成果について概説した。

第2章では、本研究の対象であるART法の歴史と原理を説明した。またART法がもつ問題点などについて述べた。ART法の基本となるKaczmarz法の説明を行った。以降の章で使われる数学的準備などについて述べた。

第3章では、Kaczmarz法の幾何学的性質について述べた。TanabeはKaczmarz法の収束性やその他の2, 3の性質を証明したが、この方法の反復解を持つ幾何学的性質はまだよく知られていない。この章では、Kaczmarz法による反復解について3つの幾何学的性質を述べ、またその証明を与えた。ここで説明する幾何学的性質は共通点を持つ。それは、互いに逆順の関係にある2つの反復解の収束先の幾何学的性質に関するものである。これにより逆順の関係にある再構成解は、密接に関係することが示唆された。

第4章では、ART法に属するいくつかの方法について説明した。ART法に属する方法は大別して、(1)加法的ART、(2)乗法的ARTの2種類に分けられる。(1)には、Kaczmarz法、SIRT法、緩和法などが含まれる。これらの説明に加えて、新しい反復アルゴリズムとして平均化法(AKIRT)を提案し、その収束性を証明した。ART法に属する多くのアルゴリズムが提案されているが、それぞれに長所と短所がある。この章で提案するアルゴリズムは、最初の何回かの反復でよい画像を得る目的で提案されたものである。

第5章では、4章で述べた方法の性能比較をした。各種のART法の性能比較をした論文が発表されているが、まだ十分とはいえない。この章では、第4章で提案した方法を含め、種々の方法についてシミュレーションによる性能比較を行った。シミュレーション結果によればAKIRT法はより速く収束することがわかった。また少ない反復回数でよい再構成画像を得ることができた。

第6章では、第3章で得られた結果を応用して逆順平均法を提案した。第3章ではKaczmarz法の反復解の新しい性質について述べたが、ここで提案した方法はこれらの性質を利用して得られたものである。画像再構成に限らず、各種の数値計算ではよく最小2乗誤差解を求めることが要求される。しかし、次元が大きくなった場合に、最小2乗

誤差解は容易に求められない。ここで提案した方法は最小2乗誤差解を与えないが、それに“近い解”を与えることがシミュレーションからわかった。

第7章では、ART法の再構成画像に現れる粒状性ノイズの解析を行ない、その成因を論じた。また粒状性ノイズを除去するためのフィルタを提案した。シミュレーションによりこのフィルタの有効性を示した。

第8章では、本論文の結果を総括し、今後の課題について述べた。

論文審査の結果の要旨

現在市販されているX線CT装置は、Radon変換を基礎にする逆投影変換に基づいている。この方法では、投影をとる方向が $0 \sim 180^\circ$ まで、すべてそろっていないと、正しい画像再構成ができない。X線CT装置の適用は、現在医用ばかりでなく、非破壊試験の有力な方法として広く産業用としても用いられている。しかし、 180° 方向からのデータが必要ということは、適用に関して障害になる。X線CT再構成には、この欠陥を補うものとして、ART (Algebraic Reconstruction Techniques) 法が提案された。この方法は、画像再構成を代数的に行なうものであり、提案された時期は古いが、種々の理由で最近再び脚光を浴びてきている。

本論文はART法によって得られる再構成画像の幾何学的性質を明らかにしたものである。ART法は数学的には線形代数方程式を扱うものである。ただし、CT画像再構成の問題においては方程式の数 (M) と未知数の数 (N) がきわめて大きく (例えば、 $N = 2^{18}$, $M \sim 1.5N$)、通常の数値計算法では扱えない。従来、これを解くための繰り返し法として、Kaczmarzの提案による直交射影法があるが、それが与える解の性質についてはほとんど知られていなかった。この方法は、初期点から各方程式によって決まる超平面に次々と直交射影をし、ある超平面における射影点列の収束点 (もしあれば) をもって、方程式系の解と見なすものである。 $M = N$ (方程式数が未知数の数に等しく、しかも退化していない) 場合には、Kaczmarz法による解は正しい解に一致する。しかし、 $M > N$ の場合、繰り返し法によって得られる解の収束性やその他の解の性質についてはほとんど知られていなかった。本論文では、次の点を明らかにした。

1. $M > N$ のとき、超平面への射影の順番にしたがって、 $M!$ 通りの解を与えること。射影の順番を決めたとき、 M 個の解が一つの周期解を構成し、したがって全体で $(M-1)!$ 通りの周期解が存在すること。
2. ある射影の順を決めたときに、それと逆の投影順が決まる (これら2つの射影順は互いに双対であるという)。双対な射影順によって決まる2種類の周期解の間の幾何学的関係を明らかにした。
3. $M = N + 1$ のとき、解の幾何学的関係をさらに詳細に検討した。
4. 線形代数方程式に対していわゆる最小2乗解を求めることができる。Kaczmarz法を変形した緩和法の解が最小2乗解を与えることはすでに知られているが、Kaczmarz法の逆順による2つの周期解の平均が最小2乗解に“近い”ものを与えることをシミュレーションから示した。また $M = N + 1$ の場合には、この方法による解が正確に最小2乗解を与えることを示した。
5. Kaczmarz法の変形版を提案し、収束の速さ、その他の性質について論じた。
6. Kaczmarz法の変形版による再構成画像の画質について、他の方法によるものと比較しながら検討した。

以上のように、本論文はX線CT画像再構成の一方法であるKaczmarzの射影法の性質について論じたもので、X線CT装置の新しい展開をする上で重要な指針を与えるものである。よって、学位論文として価値があるものと認める。