【 13 】

氏　　　　名	川下美潮（かわしたみしお）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学位記番号	第　1 0 8 5 3　号
学位授与年月日	平成 5 年 6 月 10 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 2 項該当
学位論文名	On the decay rate of local energy for the elastic wave equation (弾性方程式の解の局所エネルギー減衰の速さについて)
論文審査委員	(主査) 教 授　井川　満 (副査) 教 授　田辺　広城　　助教授　磯崎　洋

論文内容の要旨

1960年頃から Lax, Phillips 両氏により波動方程式の混合問題に対する散乱理論の構成が行なわれ出しました。そして，解の有界領域上のエネルギー（以下，局所エネルギーという）は減衰するという基本的な事実が示されました(文献[9]参照)。その後，一様局所エネルギー減衰（以下，ULD と略す）という概念，すなわち，局所エネルギーの減衰の速さに一様性があるという概念を設定し，境界の存在が解に及ぼす影響について調べようとする動きが見られました（ULD の正確な定義については論文の 3 ページの21行～24行を参照)。特に，1963年及び1966年に Lax, Morawets, Phillips の三氏により空間次元 $n \geq 3$ が奇数のときには，もしも ULD を起こしているのならば，実は ULD の減衰の速さは指数的であることが示されました。

しかしながら，偶数次元空間のときは ULD を起こすときにその速さを知ることができるかどうかという問題は全く考えられていませんでした。そこでこの論文では等方性線型弾性方程式を含む弾性方程式のあるクラスの外部 Dirichlet 及び外部 Neumann 混合問題に対して ULD の速さを知ることができるかどうかを調べました。そして $n \geq 4$ が偶数のとき，ULD の速さは $p(t)=C(1+t)^{-(n-1)}$ の型になり，さらに局所運動エネルギーに関しては境界が存在しないときの解の減衰の速さ $p(t)=C(1+t)^{-n}$ と同じ速さで一様に減衰するということがわかりました(Theorem 0.1参照)。もちろん Theorem 0.1の証明は波動方程式の外部問題に対しても通用しますので Theorem 0.1は Lax 達の仕事の偶数次元版ということができると思います。

Theorem 0.1の応用として，等方性弾性方程式の外部 Dirichlet と外部 Neumann 混合問題(以下それぞれ（ED）及び（EN）と略す）の解の性質の違いを示すことができます。(EN）については通常の波の反射現象に対応する解以外に Rayleigh 波と呼ばれている主に境界の上を伝わる波が存在するといわれています。この現象は Neumann 問題に特有なもので，Dirichlet 問題の場合には現われません。それ故，(EN）の場合は境界の形状が如何なるものであっても解が境界から離れるのに必要な時間を一様には評価できないという予想がありました。実際，以前に(EN) は ULD の速さが $p(t)=C(1+t)^{-(n-1)}$ とはならないことを示しました（参考論文 Theorem 0.2参照)。この結果と $n \geq 3$ が奇数のときの Lax 達の仕事と Theorem 0.1より(EN)は ULD を起こさないことがわかります（Corollary

0. 2参照)。

また,(ED)のときは境界が囲む領域が星形ならば,ULD の速さは $p(t)=C(1+t)^{-1/2}$ となることが Kapitonov [6] によって示されています。よって上述の Lax 達の仕事と Theorem 0. 1を用いればより良い減衰の速さを求めることができるわけです(Corollary 0. 3参照)。

以上に述べた様に,(ED)の解はもし境界の形状が良ければ解は一様に遠方に出て行ってしまいます。これは波動方程式の外部 Dirichlet または外部 Neumann 混合問題の解にも見受けられる性質です。しかし,(EN)はその様な性質を持たず,その理由が Rayleigh 波の存在にあることが示唆されたわけです。これが論文の主要結果 Theorem 0. 1の応用として得られた(ED)と(EN)の解の性質の違いです。

もしも Rayleigh 波を直接構成できるならばより直接的な方法で(EN)は ULD を起こさないことが示されるのですが,Rayleigh 波の構成はそれ自体が大変困難で現在でも完全に解決しているとはいえません。そこでたとえ間接的な方法を用いてでも(EN)は ULD しないことを確かめようと思いました。これが Theorem 0. 1を示そうと考えた主な動機です。

論文審査の結果の要旨

本論文は n 次元空間($n \geq 4$,偶数)での外部領域における弾性方程式に関し,もし,解の局所エネルギーの一様減衰があれば,その速度は必ず $C(t+1)^{-(n-1)}$ で上から評価されることを証明している。この結果から,外部領域では局所エネルギーの一様な減衰は決して起こらないことが導かれる。本論文は注目すべき新しい結果と独創性を豊かに含み,博士(理学)の学位論文として十分価値あるものと認める。