

Title	Asymptotic expansion of the Bergman Kernel for strictly pseudoconvex complete Reinhardt domains in $C^2$
Author(s)	中澤, 則之
Citation	大阪大学, 1994, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/38579">https://hdl.handle.net/11094/38579</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	中 澤 則 之
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 1 1 5 3 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 6 年 3 月 15 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 2 項該当
学 位 論 文 名	Asymptotic expansion of the Bergman kernel for strictly pseudoconvex complete Reinhardt domains in $\mathbb{C}^2$ ( $\mathbb{C}^2$ の強擬凸完全ラインハルト領域に対するベルグマン核の漸近展開)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 井 川 満  (副査) 教 授 田 辺 広 城 教 授 小 松 玄

### 論 文 内 容 の 要 旨

この論文の目的は 2 次元強擬凸完全ラインハルト領域に対するベルグマン核の漸近展開を具体的に表わすことである。ベルグマン核の特異性だけを取り出し、境界の曲率で漸近展開の係数を表わすための公式を与えた。そして幾つかの係数を具体的に計算して書き下した。

$\mathbb{C}^n$  内の滑らかな境界をもつ有界強擬凸領域  $\Omega$  のベルグマン核を対角集合上に制限して領域上の関数  $K(z)$  と考えると、それは領域内部で正の値をとる滑らかな関数であるが、境界点に近づくとき必ず発散する。その特異性は次のような形をしている。領域  $\Omega$  を  $\Omega = \{z; \lambda(z) < 0\}$  (境界上で  $\text{grad } \lambda \neq 0$ ) と表わすと、境界までこめて滑らかな関数  $\Phi(z)$  と  $\Psi(z)$  が存在して

$$K(z) = \Phi(z) / \lambda(z)^{n+1} + \Psi(z) \log(-\lambda(z))$$

と書ける。 $\Phi$  と  $\Psi$  を  $\lambda$  に関してテイラー展開して、

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 \lambda + \Phi_2 \lambda^2 + \cdots + \Phi_n \lambda^n + O(\lambda^{n+1}),$$

$$\Psi = \Phi_{n+1} + \Phi_{n+2} \lambda + \Phi_{n+3} \lambda^2 + \cdots,$$

ベルグマン核  $K$  の特異性を表わす。これがベルグマン核の漸近展開であり、係数  $\Phi_j$  ( $j=0, 1, 2, \dots$ ) は境界上の関数である。ベルグマン核の特異性を境界の幾何と関係付けて表わすことを目的とした研究が活発に行われている。特別なクラスではあるが完全ラインハルト領域に対しては D. Boichu と G. Coeuré によって行われた研究があり、本論文はかれらの論文を出発点としている。

本論文の結果を詳しく述べる。ベルグマン核の漸近展開を、ある擬微分作用素  $P(\partial\lambda^{-1})$  を  $1/\lambda^{n+1}$  に作用させたもの

$$K \sim P(\partial\lambda^{-1}) (1/\lambda^{n+1}) = (K_0 + K_1 \partial\lambda^{-1} + K_2 \partial\lambda^{-2} + \cdots) (1/\lambda^{n+1})$$

と考える。ここで、擬微分作用素  $P(\partial\lambda^{-1})$  の各係数は零でない定数を  $\Phi_j$  に掛けた境界上の関数である。 $n=2$  とし、領域のクラスを完全ラインハルト領域に限定し、境界の曲率とそのすべての導関数をパラメータとして含む定積分の形で  $P(\partial\lambda^{-1})$  を簡潔に表わした。その積分表示には係数  $K_j$  の情報が全て含まれている。積分を具体的に実行しなくても積分表示から、一般の係数  $K_j$  は境界の曲率とその導関数の多項式で表わされることがわかり、そしてその多項式の大まかな形もよみとることができる。さらに、積分表示は係数  $K_j$  を具体的に計算するためのアルゴリズムを与えていて、 $\partial\lambda^{-1}$  に関する形式的ベキ級数として項別積分することによって計算が実行がされる。実際に、係

数  $K_j$  を  $j = 5$  まで計算し書き下した。原理的には任意の係数  $K_j$  を計算することが可能である。

### 論文審査の結果の要旨

中澤君は本論文において、ベルグマン核の対角集合への制限  $K(z)$  の特異性と領域  $\Omega$  の幾何との関連を考察し、領域  $\Omega$  が複素 2 次元の強擬凸な有界完全ラインハルト領域の場合には、ベルグマン核の特異性の係数  $C_j$  ( $j = 0, 1, \dots$ ) の全てを計算する方法を見つけだすことに成功した。さらに、5 番目までの係数を具体的に計算した。これにより、 $\Omega$  の境界上で大域的に  $C_3 = 0$  ならば、 $\Omega$  は球と正則同値であることを示した。

これまで、係数  $C_j$  は球以外の領域では具体的には求められておらず、この結果は重要である。さらに、その証明の方法もきわめて独創性に富むものである。従って、これらの結果は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。