Title	The parallel varsion of the polynomial invariants of links
Author(s)	村上, 順
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	http://hdl.handle.net/11094/386
DOI	
rights	
Note	

【9】

氏名・（本籍）	村上 順（むらかみ じゅん）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 8766 号
学位授与の日付	平成元年6月16日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	The parallel version of the polynomial invariants of links （リンクの多項式不変量の平行化）
論文審査委員	（主査） 教授 尾関 英樹 （副査） 教授 村上 信吾　教授 宮西 正宜　教授 川中 宣明

論文内容の要旨

向きのついたS^1のいくつかの直和からS^3への連続写像の像を絡み目という。絡み目の集合にS^3中の連続な変形で互いに移り合うという同値関係をいれ，これによる同値類を絡み目型という。絡み目型の集合をLとする。Lからある集合Sへの写像をSに値をとる絡み目の不変量と呼ぶ。これまで絡み目の不変量の中でもAlexander多項式がよく研究されてきたが，近年，Jones多項式の発見を契機として二変数Jones多項式やKauffman多項式といった新しい絡み目型の不変量がみつかり研究されている。

一方任意の絡み目は組み紐の上下の対応する点をつなぐことによってえられることが知られている。B_nによりn本の紐からなる組み紐群をあらわし，σ_1, σ_2, ……, σ_{n-1}をB_nの標準的な生成元とする。また，$B_n\hat{}$により群B_nの既約指標の全体をあらわす。Xを上で述べた不変量の一つとすると，Xはある環R_xに値をとる。KをB_nの元bの上下をつないでできた絡み目とすると$B_n\hat{}$のある有限部分集合$B_n\hat{}$(X)とR_xの商体の元$a(\chi)$（χは$BB_n\hat{}$(X)の元）が存在して，

$$X(K)=\sum_{\chi\in B_n\hat{}(X)} a(\chi)\,\chi(b) \qquad (*)$$

と書ける。

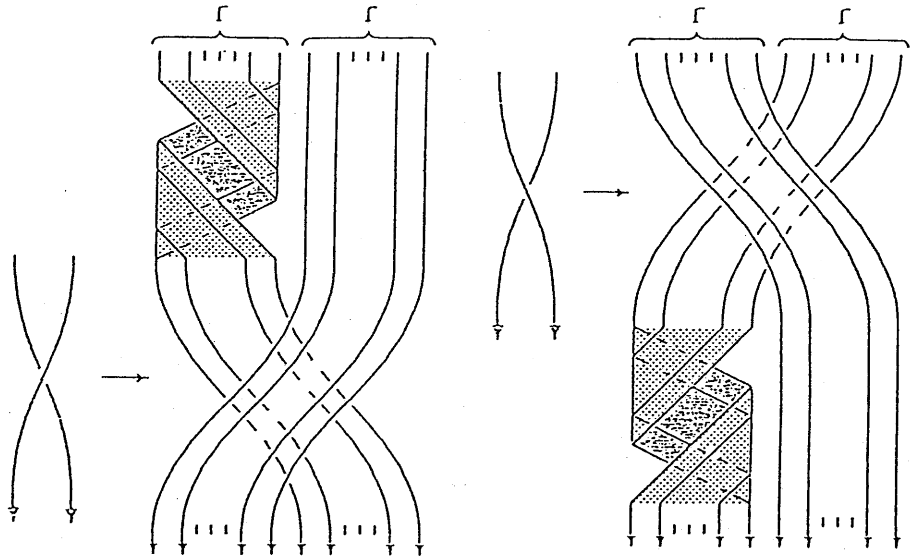
この論文の目的は絡み目の不変量のr重平行化について組み紐群の表現を使って調べることである。主な結果を述べる前にr重平行化を定義しよう。正の整数rをひとつ固定する。まず組み紐bに対しそのr重平行化を定義しよう。組み紐は生成元σ_1, σ_2, ……, σ_{n-1}をつないであらわされる。これらを図1のように置き換えてえられる組み紐をbのr重平行化と呼び$b^{(r)}$とかく。

$K^{(r)}$の絡み目型はKの射影図のとりかたによらない。絡み目型の不変量X：L→Cに対しそのr重平

行化$X^{(r)}$を次で定める。Kを絡み目とするとき

$$X^{(r)}(K) = X(K^{(r)}) \qquad (**)$$

とおく。$X^{(r)}$もまたリンクの不変量である。Morton-Short 及び Yamada により Jones 多項式は等しいがその2重平行化が異なる絡み目の組が見つけられた。さらに Morton-Traczyk やこの論文での例によりいくつかの mutant な結び目が二変数 Jones 多項式の3重平行化で区別されることがわかった。異なるが互いに mutant な結び目を区別するためには今までは発見的方法に頼っていたが，平行化を使うことによりかなりのものが機械的に区別できるようになった。



この論文では（*）のように書ける不変量Xの平行化について表現論的立場から調べている。目標はXのr重平行化$X^{(r)}$を計算するための有効な方法を与えることである。絡み目Kに対し$X^{(r)}(K)$を定義からそのまま計算することは不可能ではない。しかしそのために必要となる組み紐群の指標の次数は小さなrに対してすらかなり大きくなる。この論文では$X^{(r)}$を計算するために必要となる組み紐群の指標の次数が小さくできることをいう。例えば4本の紐を持つ組み紐の上下を結んでできる絡み目のJones多項式の4重平行化を計算するとき，直接式（**）を用いると組み紐群B_4の3640次元の表現を計算する必要があるが，この論文での方法を使えば5次以下の表現を計算すればよいことがわかる。

絡み目型の不変量のr重平行化を表現論的に調べたことの応用として不変量Xのr重平行化$X^{(r)}$がいくつかの絡み目型の不変量の一次結合になることがわかる。そして，これらの不変量を用いてケーブルリンクの不変量を計算する公式を得た。なお一変数 Jones 多項式や Kauffman 多項式については，サテライトリンクの不変量を計算するための公式も得た。

論文の審査結果の要旨

ひもの結び目・絡み目の研究においては，絡み目（リンク）に対し，連続変形で不変な量を定義し，これを具体的に求めるのが重要な課題である。Jones 多項式を始めとする新しい不変量の発見や，他分野での関連した研究の発展にともない，この問題の研究は現在極めて活発に行われつつある。

リンクは組み紐（ブレイド）の上下をつないでも得られる。n 本の組み紐の全体は n 次組み紐群 B_n を作る。これまでの不変量は群 B_n の既約指標と密接に関連している。一方，リンクに対し，これを帯状化して，r 重平行化のリンクが得られる。平行化により初めて判別出来る結び目の例が発見され，リンクの平行化が重要となって来た。

村上君は表現論の立場から，リンクの多項式不変量の r 重平行化を考察し，基本分解公式を発見し，この理論の新たな展開を与えた。

リンクの不変量 X でトレース・タイプのものをとる。リンク K に対応する組み紐 b が n 次のとき，X（K）は群 B_n の既約指標が b でとる値の有限 1 次結合の形となる：$X(K)=\Sigma\, a(\chi)\ \chi(b)$。リンク K の r 重平行化 $K^{(r)}$ に対応し，組み紐 b の平行化 $b^{(r)}$ が B_{rn} の元として与えられる。不変量 X の平行化 X_r が $X_r(K)=X(K^{(r)})=\Sigma\, a(\chi)\ \chi(b^{(r)})$ で定められ，再びトレース・タイプとなる。これは群 B_{rn} の既約指標 χ が $b^{(r)}$ でとる値 $\chi(b^{(r)})$ の有限 1 次結合の形となるが，ここに現れる表現の次数は r の増大とともに一般に極めて高いものとなる。

村上君はその基本定理で，K が結び目のとき，$\chi(b^{(r)})$ の値は群 B_n の有限個の既約指標 χ_j の b での値に帰着されること：$\chi(b^{(r)})=\Sigma\, d_j\cdot\chi_j(b)$ を示した。又，この定理をもとに，不変量の平行化の分解を与え，新たな不変量を得た。さらに，$r=2$，3 に対し，より精密な分解式を示した。具体的な応用として，2 変数 Jones 多項式の 3 重平行化で初めて判別出来る 1 群の結び目の例を示した。

以上述べた様に，村上君の研究はリンクの多項式不変量の平行化の基本的分解公式を示し，多くの重要な応用を与えたもので，この方面の研究に寄与する所大であり，よって理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。