



Title	Asymptotic Theory under the Elliptical Distribution
Author(s)	岩下, 登志也
Citation	大阪大学, 1994, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/38835
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 ＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed >大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 岩 下 登 志 也

博士の専攻分野の名称 博 士 (理 学)

学 位 記 番 号 第 1 1 4 1 4 号

学 位 授 与 年 月 日 平成 6 年 3 月 25 日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第 4 条第 1 項該当
基礎工学研究科数理系専攻

学 位 論 文 名 Asymptotic Theory under the Elliptical Distribution
(楕円分布に基づく漸近理論)

論 文 審 査 委 員 (主査)
教 授 稲垣 宜生
(副査)
教 授 石井 恵一 教 授 白旗 慎吾

論 文 内 容 の 要 旨

多変量解析において、多くの場合、母集団の分布として正規分布を仮定する。従って、統計量の多くは正規性の下で考案されその分布が導出されている。例えば、Hotelling (1931) は、母集団に多変量正規分布を仮定した下で Student の t 統計量を多次元型に拡張した T^2 統計量を考案し、その分布を導出した。さらに、その実際面への応用として、爆撃機の照準器に関する品質管理の問題に対して T^2 を利用することを考え、実際に得られたデータを解析している (Hotelling, 1947)。しかし、このような現実的問題を取り扱う際、得られたデータが正規母集団から取られたものと仮定できない状況も少なからずある。そのような背景から、近年必ずしも正規性を仮定しない、非正規性の下での統計理論の必要性が求められている。特に、15 年ほど前より、楕円分布と呼ばれる分布の族について、数多くの性質が求められ、楕円分布に基づく多変量解析の理論及び手法が既存の理論、手法と平行して考案されつつある。

楕円分布 (族) はその密度関数がパラメーター μ , Λ とある関数 g により $f(x; \mu, \Lambda) = K_p |\Lambda|^{-\frac{1}{2}} g((x - \mu)' \Lambda^{-1} (x - \mu))$ と表され、この分布族には、多変量正規分布、多変量 t -分布などが含まれている。従って、楕円分布を仮定することにより今まで正規性の下で考察されている統計量の分布が、正規性の仮定が崩れた際どのような影響を受けるのか、即ち統計量が頑健性を有しているかを具体的な形で考察することが可能となる。このような背景から、楕円分布の下での理論の確立と発展は、多変量解析の分野において重要な意義を持つであろう。

本論文では、楕円分布を母集団の分布に仮定し、その下での漸近理論、主として多変量解析において通常用いられる統計量の漸近分布、及び分布に関する漸近展開を以下の問題に対して考察する。

1. 標本共分散行列を変数とする関数の漸近分散共分散を求める公式、及び期待値に関数の漸近展開公式
2. 平均値に関する検定に用いられる Hotelling の T^2 統計量の帰無仮説及び局所対立仮説の下での分布の漸近展開
3. Hotelling の T^2 統計量の分布の漸近展開に対する Bartlett 型の補正

以上 3 点について母集団の分布を正規分布から楕円分布に拡張した際の影響を、特に、2. 及び 3. については若干の数値計算結果を示し数値的な観点から議論する。

論文審査の結果の要旨

多項目観測を同時に扱う多変量統計解析においては、平均ベクトル・共分散行列を共通の統計量として取扱い、その分布は母集団が多変量正規のときはそれぞれ多変量正規分布とウィシャート分布に従い一般のときも漸近的にそれらの分布に従うことが知られている。しかし、ホテリングの T^2 統計量や誤差共分散行列と仮説の下での共分散行列の増分との比行列、そのトレースや行列式や固有値などの多変量的な統計量は正規母集団に対してもその分布は複雑であり、漸近分布しか求まらないものもある。まして一般の母集団の場合には漸近分布しか求めることが出来ない。漸近分布が果たしてどの程度実際の統計解析の使用できるかはその収束測度に依存し、収束測度は一般に母集団分布（特にそのモーメント）に依存する。

本論文では、母集団分布を従来から議論されてきた正規分布を含む楕円型分布に広げ、楕円型分布の特性関数の性質を巧みに活用した漸近展開理論を開発した。特に、ティー統計量の多変量化として重要なホテリング T^2 統計量の分布の精度の良い漸近展開近似を得た。

2章では楕円型分布の下での共分散行列の分布の漸近展開を調べている。3章では楕円型分布のもとでホテリング T^2 統計量の分布の漸近展開を行いその確率点を数値計算で求め実用に供した。4章ではホテリング T^2 統計量のバーレット修正を行うことでより精度の高い漸近展開を求め母集団分布が正規分布のときと楕円分布のときの近似の比較を行った。5章では母集団が楕円型分布のとき、局所対立仮説の下でのホテリング T^2 統計量の分布の漸近展開を行い、その検出力を数値計算により求めた。これらの結果は多変量統計解析における重要な統計量であるホテリング T^2 統計量の性質を母集団が楕円型分布に従う場合に詳細に研究したものであり興味深い。

以上の成果は、多変量統計解析の研究に大きな貢献をするものであり博士論文として価値あるものと認める。