The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ON HANDLE NUMBER OF SEIFERT SURFACES IN S3
Author(s)	合田, 洋
Citation	大阪大学, 1994, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/38842
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【1】

氏　　名	合田　洋（ごうだ　ひろし）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学位記番号	第　11197　号
学位授与年月日	平成6年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	ON HANDLE NUMBER OF SEIFERT SURFACES IN S^3 （S^3 内のザイフェルト膜のハンドル数について）
論文審査委員	（主査） 教　授　川久保勝夫 （副査） 教　授　尾関　英樹　　助教授　作間　誠

論文内容の要旨

三次元球面S^3内に埋め込まれた，互いに交わらないS^1のことを絡み目といいLとかくことにする。また，その外部$E(L)$を$E(L)=\mathrm{cl}(S^3-N(L))$で定義する。但し，$N(\cdot)$は正則近傍を，clは閉包を表わす。特に，$L$が一つの成分からなるとき，その$L$を結び目という。$R$が$L$のザイフェルト膜であるとは，$R$が閉じた成分を持たない向き付けられた曲面で，$\partial R=L$となるときいう。また，$\mathrm{cl}(E(L)-R\times[0,1])$を外部縫い目付き多様体といい，$(M,\gamma)$とかく。この三次元多様体には，$\gamma=\mathrm{cl}(\partial E(L)-R\times[0,1])$，$R_+(\gamma)=R\times\{1\}$，$R_-(\gamma)=R\times\{0\}$という構造が入っている。

一方，Wがコンプレッションボデイとは，Wが（曲面）$\times[0,1]$の（曲面）$\times\{1\}$にいくつかの1－ハンドルを接着させて得られるときいう。この1－ハンドルの数を$h(W)$とかくことにする。

この論文では，ザイフェルト膜Rから得られる外部縫い目付き多様体(M,γ)にコンプレッションボデイによるヘガード分解を適用し，そこから定義されるザイフェルト膜のハンドル数$h(R)$に関する考察を行っている。$h(R)$の定義は次である。

定義：$h(R)=\min\{h(W)\mid(W,W')$は$(M;R_+,R_-)$のヘガード分解$\}$

このとき，次がわかる。

命題：Rがファイバー曲面である為の必要十分条件は，$h(R)=0$となることである。

ここで，ザイフェルト膜がファイバー曲面であるとは，$E(L)$がRをファイバーとするS^1上のファイバーバンドルになるときいう。よって，この命題より，ハンドル数は与えられたザイフェルト膜がファイバー曲面からどの位離れているかを表わす一つの尺度になっていることがわかる。このハンドル数について，自分自身の研究で，次のことがわかっていた。

定理：Rをザイフェルト膜R_1，R_2を4村杉和して得られるザイフェルト膜とする。このとき，$h(R_1)+h(R_2)-1\leq h(R)\leq h(R_1)+h(R_2)$が成立する。

この論文では，第一に，この定理の証明を精密化することで，定理の右の等号が成立する為の十分条件が述べられている。すなわち，

定理：(M_i,γ_i,A_i)を$R_i(i=1,2)$のマークされた縫い目付き多様体とする。このとき，M_1内にA_1を一辺とする積円板が存在するならば，$h(R)=h(R_1)+h(R_2)$が成立する。

次に，この定理と他のいくつかの技術を用いることで，10交点以下の素な結び目に対する圧縮不可能なザイフェルト膜のハンドル数を完全に決定している。第三に，相異なるハンドル数をもつ2つの最小種数ザイフェルト膜をもつ結び目が存在することが示されている。

以上がこの論文の要旨である。

論文審査の結果の要旨

本論文では，ザイフェルト膜のハンドル数という概念を導入し，その村杉和のもとでのある和公式を証明している。この公式より，ストーリングスの定理が系として得られ，また，10交点以下の素な結び目に対する圧縮不可能なザイフェルト膜のハンドル数を完全に決定した。これらは，ザイフェルト膜の研究に貢献するところ大であり，博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。