Title	Discrete Spectrum of Schrodinger Operators with Perturbed Uniform Magnetic Fields
Author(s)	服部, 哲也
Citation	
Issue Date	
oaire:version	
URL	https://hdl.handle.net/11094/39068
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

【5】

氏名	服部哲也（はっとりてつや）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第 11717 号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Discrete Spectrum of Schrödinger Operators with Perturbed Uniform Magnetic Fields （摂動をうけた一様磁場をもったシュレーディンガー作用素の離散スペクトル）
論文審査委員	（主査） 教授 井川 満 （副査） 教授 田辺 広城　教授 長瀬 道弘

論文内容の要旨

1体シュレディンガー作用素$H=(-i\nabla-b(x))^2+V(x)$を$L^2(R^3)$での自己共役作用素として考えます。ただし基本的な仮定として$V\in L^2_{loc}(R^3), b\in C^1(R^3)^3$は，共に実数値をとり$V(x)\to 0\ (|x|\to\infty)$とします。また，次の様に記号を導入します。

$$x=(x_1,x_2,z),\ \rho=(x_1^2+x_2^2)^{1/2},\ \nabla_2=(\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2).$$

ここで，作用素Hの離散スペクトルの有限性，無限性について考えます。古典的結果として，$V\leqq 0$（$V\equiv 0$ は除く）の時，次の事が知られています。

(I) 磁場$\vec{\mathrm{B}}(x)(\equiv\nabla\times b(x))=0$のとき，$V(x)$の遠方での減衰位数によって有限性，無限性が決まる。位数として，$|x|^{-2}$より速く減衰するとき有限個で，$|x|^{-2}$より緩やかに減衰するとき無限個である。

(II) $\vec{B}(x)=(0,0,B)(B:$ 正定数$)$のとき，$V(x)$はz軸を中心とする同一円周上では定数，すなわちρとzの関数とすると，離散スペクトルは常に無限個ある（Avron-Herbst-Simon)。

そこで定数磁場の摂動を行うとどうなるか，という問題を考えます。主定理は，無限性の為の十分条件ですが，その前に仮定を述べます。まず

(1) $V(x)$はρ, zのみの関数で上に有界，さらに遠方で，連続かつ負とします。

次に$b_c(x)=B/2(-x_2, x_1 0), b_p(x)-b_c(x)=(a_1(x), a_2(x), a_3(x))$とおきます。ここで$\nabla\times b_c(x)=(0,0,B)$です。さらに

(2) $a_j(x)=\sum_{\text{有限和}}\{[\rho, z\text{の関数}]\cdot[x_1, x_2, z\text{の多項式}]\}\ (j=1, 2, 3)$

と仮定します。このとき主定理は次のものです。

主定理(1)(2)の下で次が成り立つとする。

(3) $\begin{cases} a_j(x)=o(\min\{|V(x)|^{1/2}, |V(x)|\rho\}), \nabla_2 a_j(x)=o(|V(x)|)(j=1,2), \\ a_3(x)=o(|V(x)|^{1/2}), \partial a_3/\partial z=0(1)(|x|\to\infty). \end{cases}$

このときHの真性スペクトルは$[B, \infty)$で，離散スペクトルは無限個ある。

注意　条件(3)は次の意味で最適に近い条件です。

$V(x)\sim -|x|^{-a}(a>0), b(x)=f(|x|)(-x_2, x_1, 0), f(r)-B/2\sim\pm r^{-\beta}(\beta>0)$

の場合を考えます。$a=2$ のとき，(3)の条件を位数で $log|x|$ はずれると，離散スペクトルが無くなる例が構成できます。また，$a=2-\epsilon$ のときは，$|x|^{\epsilon/2}$ で同様の事が言えます。

この論文では，定数磁場の摂動をベクトルポテンシャルのレベルで考えています。つまり

$$b(x)-b_c(x)\to 0(|x|\to\infty)$$

というものです。こうした問題設定による長所は，計算や評価がしやすいということと，具体例を構成しやすいということです。例えば，注意にあるように離散スペクトルが有限個になる（実は無くなる）例を構成することができます。さらに，定数磁場は離散スペクトルの個数を増やすという性質をもっていますが，一般の磁場で逆に減らしてしまう例や，特殊なマグネティックボトルの例など興味深い例がこの論文で示されます。こうしたことで，ベクトルポテンシャルのレベルで考えることの有効性が伺えると思います。

論文審査の結果の要旨

本論文は，磁場のあるシュレーディンガー作用素の離散スペクトルの現れ方の判定に極めて有効な定理を与えています。服部君は，従来の方法とはちがい，ベクトルポテンシャルの摂動を取り扱いうる方法を導入し，適用範囲の広い結果を示すことに成功した。定理は高い有用性をもち，またその証明方法も独創的であり，博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。