【4】

氏名	河野　進（こうの　すすむ）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第 11716 号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	STABLE HOMOTOPY TYPES OF THOM SPACES OF BUNDLES OVER ORBIT MANIFOLDS $(S^{2m+1}\times S^1)/D_p$ （軌道多様体 $(S^{2m+1}\times S^1)/D_p$ 上のベクトル束の Thom 空間の安定ホモトピー型）
論文審査委員	（主査） 教授　川久保勝夫 （副査） 教授　尾関　英樹　　教授　満渕　俊樹

論文内容の要旨

空間XとYの安定ホモトピー型（S-型）が等しいとは，適当な正整数値uとvが存在してS^uXとS^vYのホモトピー型が等しいことで$X \underset{S}{\simeq} Y$と書く。

萎縮射影空間$FP_k^{n+k}=FP(n+k)/FP(k-1)$（F＝R，C，H）のS-型に関する分類は完成している。この過程で，FP（n）上の標準直線束η_FのJ-像$J(\eta_F)$の位数$A_F(n)$を決めることが大きく寄与している。実際，自然な写像によってFP_k^{n+k}はThom空間$FP(n)^{kn_F}$と同相なので次のAtiyah ［5］の定理が適用できる。

(1)　αとβを有限CW－複体X上の実ベクトル束とするとき，$J(\alpha)=J(\beta)$ならば$X^{\alpha} \underset{S}{\simeq} X^{\beta}$.

これより直ちに

(2)　$k\equiv 1$ (mod $A_F(n)$) ならば$FP_k^{n+k} \underset{S}{\simeq} FP_1^{n+1}$.

この十分条件は，種々の特性類やコホモロジー作用素を用いて得られる必要条件にかなり近く，多くの場合に一致している。この様な，位相群Gによる球面上の線形自由作用の軌道多様体に対して定義された萎縮空間族のS-型に関する分類問題が，萎縮空間は対応する線形表現の同伴束のThom空間と同相であることを利用して，種々考えられてきた。本稿では，2つの球面上の線形作用の直積が自由である場合に軌道多様体に対して萎縮空間族を定義し，そのS-型について得られた結果を述べることを主目的とする。

VとUを位数2qの二面体群$D_q=\langle\{a,\ b \mid a^q=b^2=abab=1\}\rangle$の表現$d_1: D_q\to O(2)$と$d_2: D_q\to D_q/\langle a\rangle\cong O(1)$の表現空間とする。ただし$d_1$は

$$d_1(a)=\begin{pmatrix}\cos(2\pi/q) & -\sin(2\pi/q)\\ \sin(2\pi/q) & \cos(2\pi/q)\end{pmatrix},\quad d_1(b)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

で与えられる。次のように定義する：

$D^{m,l}(q)=D(q)^{2m+1,l}=(S(V^{m+1})\times S(U^{l+1}))/D_q$,

$D_{n,k}^{m,l}(q)=D(q)_{2n,k}^{2m+1,l}=D^{m,l}(q)/(D^{m,k-1}(q)\cup D^{n-1,l}(q))$,

$\eta(q):(S(V^{m+1})\times S(U^{l+1})\times V)/D_q\to D^{m,l}(q)$,

$\xi(q):(S(V^{m+1})\times S(U^{l+1})\times U)/D_q\to D^{m,l}(q)$,

$B_{q;1}^{m,l}=J(\eta(q)-\xi(q))\in J(D^{m,l}(q))$の位数,

$B_{q;2}^{m,l}=J(\xi(q))\in J(D^{m,l}(q))$の位数.

このとき$D^{m+n,\,l+k}_{n,k}$（q）はThom空間$D^{m,\,l}$（q）$^{n\eta(q)\oplus k\xi(q)}$と同相なので（補題3．10），(1)より

(3)$n\equiv s$（mod $B^{m,\,l}_{q;\,1}$）かつ$n+k\equiv s+t$（mod $B^{m,\,l}_{q;\,2}$）ならば

$D^{m+n,\,l+k}_{n,k}(q)\underset{S}{\simeq}D^{m+s,\,l+t}_{s,t}(q)$.

以下qは奇数とする。このとき，懸垂$S^{j}D^{v,\,u}_{n;\,k}$（q）のKO-群は法q 懸垂萎縮レンズ空間と懸垂萎縮実射影空間のKO－群に直和分解する（定理1）。更に，qが奇素数のとき，懸垂$S^{j}D^{v,\,u}_{n;\,k}$（q）のJ-群は総て決定した。（定理2，3）。[16] の結果（命題3．20）より

$B^{m,\,l}_{q;\,1}=h(q,\ 2m+1)$，$B^{m,\,l}_{q;\,2}=2^{\phi(l)}$.

従って，(3)より

定理4．$n\equiv s$（mod $h(q,\ 2m+1)$）かつ$n+k\equiv S+t$（mod $2^{\phi(l)}$）ならば

$D^{m+n,\,l+k}_{n,k}(q)\underset{S}{\simeq}D^{m+s,\,l+t}_{s,t}(q)$.

定理1，2，3及びS-双対性（補題3．13）を利用して，$D^{m+n,\,l+k}_{n,k}$（q）と$D^{m+s,\,l+t}_{s,t}$（q）がS-同値であるための必要条件が得られる（定理5）。qが奇素数の場合には，この条件は十分条件（定理4）にかなり近く（q及び2の指数の差が多くて1）いくつかの場合に一致している。

[5] M. F. Atiyah : Thom complexes, Proc. London Math. Soc. 11 (1961). 291-310.

[16] A. Kôno, A. Tamamura and M. Fujii : J-groups of the orbit mani-folds $(S^{2m+1}\times S^{l})/D_n$ by the dihedral group D_n, Math. J. Okayama Univ. 22 (1980), 205-221.

論文審査の結果の要旨

本論文では，球面の直積上の二面体群の自由作用による軌道多様体に対して萎縮空間の概念を導入し，群が奇素数の2倍の位数を持つ場合に，それらの懸垂空間のJ-群を決定し，その結果が安定ホモトピー型による分類に有効である事を示している。これらは，安定ホモトピー論の研究に貢献するところ大であり，博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。