

Title	STABLE HOMOTOPY TYPES OF THOM SPACES OF BUNDLES OVER ORBIT MANIFOLDS $(S^{2m+1} \times S^1)/D_p$
Author(s)	河野, 進
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/39080
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	河野 すすむ
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 11716 号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	STABLE HOMOTOPY TYPES OF THOM SPACES OF BUNDLES OVER ORBIT MANIFOLDS $(S^{2m+1} \times S^1)/D_p$. (軌道多様体 $(S^{2m+1} \times S^1)/D_p$ 上のベクトル束の Thom 空間の安定 ホモトピー型)
論文審査委員	(主査) 教授 川久保勝夫 (副査) 教授 尾関 英樹 教授 満淵 俊樹

論文内容の要旨

空間 X と Y の安定ホモトピー型 (S-型) が等しいとは, 適当な正整数 u と v が存在して $S^u X$ と $S^v Y$ のホモトピー型が等しいことで $X \underset{S}{\sim} Y$ と書く。

萎縮射影空間 $FP_k^{n+k} = FP(n+k)/FP(k-1)$ ($F=R, C, H$) の S-型に関する分類は完成している。この過程で, $FP(n)$ 上の標準直線束 η_F の J -像 $J(\eta_F)$ の位数 $A_F(n)$ を決めることが大きく寄与している。実際, 自然な写像によって FP_k^{n+k} は Thom 空間 $FP(n)^{kn_F}$ と同相なので次の Atiyah [5] の定理が適用できる。

(1) α と β を有限 CW-複体 X 上の実ベクトル束とすると, $J(\alpha) = J(\beta)$ ならば $X^\alpha \underset{S}{\sim} X^\beta$ 。

これより直ちに

(2) $k \equiv 1 \pmod{A_F(n)}$ ならば $FP_k^{n+k} \underset{S}{\sim} FP_1^{n+1}$ 。

この十分条件は, 種々の特性類やコホモロジー作用素を用いて得られる必要条件にかなり近く, 多くの場合に一致している。この様な, 位相群 G による球面上の線形自由作用の軌道多様体に対して定義された萎縮空間族の S-型に関する分類問題が, 萎縮空間は対応する線形表現の同伴束の Thom 空間と同相であることを利用して, 種々考えられてきた。本稿では, 2つの球面上の線形作用の直積が自由である場合に軌道多様体に対して萎縮空間族を定義し, その S-型について得られた結果を述べることを主目的とする。

V と U を位数 $2q$ の二面体群 $D_q = \langle \{a, b \mid a^q = b^2 = abab = 1\} \rangle$ の表現 $d_1: D_q \rightarrow O(2)$ と $d_2: D_q \rightarrow D_q / \langle a \rangle \cong O(1)$ の表現空間とする。ただし d_1 は

$$d_1(a) = \begin{pmatrix} \cos(2\pi/q) & -\sin(2\pi/q) \\ \sin(2\pi/q) & \cos(2\pi/q) \end{pmatrix}, \quad d_1(b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

で与えられる。次のように定義する:

$$D_q^{m,1}(q) = D(q)^{2m+1,1} = (S(V^{m+1}) \times S(U^{1+1})) / D_q,$$

$$D_q^{m,k}(q) = D(q)^{2m+1,k} = D_q^{m,1}(q) / (D_q^{m,k-1}(q) \cup D_q^{m-1,1}(q)),$$

$$\eta(q): (S(V^{m+1}) \times S(U^{1+1}) \times V) / D_q \rightarrow D_q^{m,1}(q),$$

$$\xi(q): (S(V^{m+1}) \times S(U^{1+1}) \times U) / D_q \rightarrow D_q^{m,1}(q),$$

$B_q^{m,1} = J(\eta(q) - \xi(q)) \in J(D_q^{m,1}(q))$ の位数,

$B_q^{m,k} = J(\xi(q)) \in J(D_q^{m,1}(q))$ の位数。

このとき $D_{n,k}^{m+n, 1+k}(q)$ は Thom 空間 $D^{m,1}(q)^{n \oplus (q) \oplus k \oplus (q)}$ と同相なので (補題 3. 10), (1)より

(3) $n \equiv s \pmod{B_{q,1}^m}$ かつ $n+k \equiv s+t \pmod{B_{q,1}^m}$ ならば

$$D_{n,k}^{m+n, 1+k}(q) \underset{S}{\simeq} D_{s,t}^{m+s, 1+t}(q).$$

以下 q は奇数とする。このとき、懸垂 $S^1 D_{n,k}^{m,1}(q)$ の KO-群は法 q 懸垂菱縮レンズ空間と懸垂菱縮実射影空間の KO-群に直和分解する (定理 1)。更に、 q が奇素数のとき、懸垂 $S^1 D_{n,k}^{m,1}(q)$ の J-群は総て決定した。(定理 2, 3)。[16] の結果 (命題 3. 20) より

$$B_{q,1}^m = h(q, 2m+1), \quad B_{q,1}^m = 2^{\phi(1)}.$$

従って, (3)より

定理 4. $n \equiv s \pmod{h(q, 2m+1)}$ かつ $n+k \equiv s+t \pmod{2^{\phi(1)}}$ ならば

$$D_{n,k}^{m+n, 1+k}(q) \underset{S}{\simeq} D_{s,t}^{m+s, 1+t}(q).$$

定理 1, 2, 3 及び S-双対性 (補題 3. 13) を利用して、 $D_{n,k}^{m+n, 1+k}(q)$ と $D_{s,t}^{m+s, 1+t}(q)$ が S-同値であるための必要条件が得られる (定理 5)。 q が奇素数の場合には、この条件は十分条件 (定理 4) にかなり近く (q 及び 2 の指数の差が多くて 1) いくつかの場合に一致している。

[5] M. F. Atiyah : Thom complexes, Proc. London Math. Soc. 11 (1961). 291-310.

[16] A. Kôno, A. Tamamura and M. Fujii : J-groups of the orbit manifolds $(S^{2m+1} \times S^1)/D_n$ by the dihedral group D_n , Math. J. Okayama Univ. 22 (1980), 205-221.

論文審査の結果の要旨

本論文では、球面の直積上の二面体群の自由作用による軌道多様体に対して菱縮空間の概念を導入し、群が奇素数の 2 倍の位数を持つ場合に、それらの懸垂空間の J-群を決定し、その結果が安定ホモトピー型による分類に有効である事を示している。これらは、安定ホモトピー論の研究に貢献するところ大であり、博士 (理学) の学位論文として十分価値あるものと認める。