OUKA
Osaka University Knowledge Archive

Title	遠心羽根車の非定常流れに関する研究
Author(s)	吉田, 義樹
Citation	大阪大学, 1991, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3055603
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

遠心羽根車の非定常流れに関する研究

吉　田　義　樹

遠心羽根車の非定常流れに関する研究

第1章　序　論

第2章　ボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉の解析

第3章　遠心羽根車の非定常トルクの解析

第4章　ボリュートケーシング中でふれ回りながら回転する遠心羽根車に作用する流体力

第5章　遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に生じる旋回失速

第6章　結　論

目　　次

頁

第１章　序　論

1.1　本研究の目的と背景 …… 1

1.2　本論文の構成 …… 7

文　献 …… 10

第２章　ボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉の解析

2.1　緒　言 …… 16

2.2　記　号 …… 18

2.3　基礎式 …… 20

2.4　羽根まわりの循環変動 …… 23

2.5　羽根車に作用する非定常トルクおよび径方向推力 …… 24

2.6　流出渦エネルギー …… 26

2.7　ポテンシャル干渉によって生じるケーシング壁面上の圧力変動 …… 28

2.8　粘性伴流干渉による圧力変動 …… 30

2.9　結　言 …… 32

文　献 …… 33

第３章　遠心羽根車の非定常トルクの解析

3.1　緒　言 …… 56

3.2　記　号 …… 58

3.3　基礎式

3.3.1 複素速度 …… 60

3.3.2 境界条件 …… 61

3.3.3 羽根車に作用するトルク …… 61

3.4 計 算 例

3.4.1 周期的角速度変動がある場合 …… 63

3.4.2 角速度がランプ状に変動する場合 …… 64

3.5 非定常トルクの分離

3.5.1 一般の場合 …… 65

3.5.2 線形の場合の流出渦トルク成分 …… 66

3.5.3 トルク成分の分離 …… 69

3.5.4 計算例のトルクの分離 …… 71

3.6 結 言 …… 73

付 録 式(4)の導出 …… 74

文 献 …… 76

第 4 章 ボリュートケーシング中でふれ回りながら回転する遠心羽根車に作用する流体力

4.1 緒 言 …… 103

4.2 記 号 …… 105

4.3 羽根車に作用する流体力 …… 106

4.4 実験装置 …… 107

4.5 計測方法 …… 109

4.6 実験結果

4.6.1 ポンプ特性 …… 110

4.6.2 半径方向推力（$\omega=0$の場合） …… 110
4.6.3 ふれ回り流体力 …… 111
4.6.4 流体力のマトリックス表示 …… 112
4.7 結　言 …… 115
文　献 …… 116

第５章　遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に生じる旋回失速

5.1 緒　言 …… 140
5.2 記　号 …… 142
5.3 実験装置と計測方法
5.3.1 実験装置 …… 144
5.3.2 供試羽根車 …… 144
5.3.3 供試ディフューザ …… 144
5.3.4 変動圧力測定系 …… 145
5.4 実験結果と検討
5.4.1 静圧性能 …… 147
5.4.2 羽根車出口の変動圧力 …… 147
5.4.3 セルの旋回速度比 …… 152
5.5 解析方法および実験結果との比較
5.5.1 羽根車単独の場合 …… 156
5.5.2 羽根車とベーン付ディフューザの間隔が極めて小さい場合 …… 157
5.5.3 ベーン付ディフューザ単独の場合 …… 157
5.5.4 ベーンレスディフューザの場合 …… 158

5.6 結　言 …… 161

文　献 …… 163

第6章 結　論

…… 200

謝　辞 …… 203

第１章　　序　　論

1.1　本研究の目的と背景

ポンプは，流体機械の中でも非常に古い歴史を持ち[1][2]，既に紀元前２世紀には，Archimedesのスクリューポンプが，船底の水を汲み上げる揚水機として使用されていた。ルネッサンス時代（15世紀）になって，ようやく人々の目が科学技術に向けられるようになると，多くの機械が発明され，社会に貢献して行くようになるが，その中でもポンプについては Leonardo da Vinciが灌漑用や都市の衛生施設用にさまざまなポンプを考案しており，彼のスケッチ[1]にはその苦心のあとがうかがえる。

18世紀に入り産業革命が進むと，鉱山の排水に用いられた蒸気機関駆動の容積型ポンプの改良が数多く行なわれているが，1754年にEuler がうず巻ポンプの理論[2]を発表し，1818年にMcCarty が初めてうず巻ポンプ[2] を作ってからは，うず巻型ポンプの優位性が認められ，この後の流体力学の発達とともに，ターボ型ポンプは，遠心，斜流，軸流とさまざまな形式に発展し，性能改善も進んだ。そして現在の形式のターボ機械としては，1940～1960年代のPfleiderer[3]，Stepanoff[4]，Kováts[5] らの著書に代表されるように，ポンプの基本構成としてはこの時期に一定の完成期に達したと言える。

しかし戦後の経済成長に伴い，スケールメリットを求めた各種プラントの大容量化が進むと，ポンプにも毎年記録を塗りかえるような大型機が出現した。火力発電プラントのボイラー給水ポンプを例にとれば[6]，1955年にポンプ軸動力が 1,320kWに過ぎなかったものが，1963年には 5,050kW，1967年には 11,300kW，そして1974年には 20,000kW の超臨界圧用ボイラー給水ポンプが，国内メーカーで製造されていて，この記録は現在に至るまで世界最高レベルにある。そして，この時期には機械の大型化に伴って，軸推力の推定方法や，模型試験からの実機換算方法などの水力学的研究[7]～[9]，及び構造面の研究も活発に行なわれている。

またオイルショック以後は，社会的要請として省エネルギーを追求した高効率機が要求され，このために更なる高性能，省力型，多用途な機種が各方面で研究開発されてきている[10]～[12]。

この中でも最近では高速化の傾向が特に顕著であり[13]～[15]，高速化の利点を生かした，小型軽量，高出力のポンプが社会的要求としてあらゆる方面から求められるようになっている。特に高速化による小型軽量のメリットを最大限に生かしたロケットエンジンターボポンプは，SSME(Space Shuttle Main Engine)[16]の液体酸素ポンプが 27,500 rpm，液体水素ポンプが 34,700rpm，又国産のH－Ⅱロケット用の LE-7 エンジン[17]は，液体酸素ポンプが 20,000rpm，液体水素ポンプは実に 46,000rpmを定格点とする超高速ポンプ(Super High-Speed Pump)である。一方陸用ポンプにおいてもニーズの多用化に伴って高揚程化のための高速化の傾向は著しく，回転数が 20,000rpm，揚程が 6,000mの水ジェット砕岩用ポンプ[18]や，ガスタービン直結駆動の 10,000rpm，揚程が 3,500mの海底油田用インジェクションポンプ[19]等が超高圧ポンプ(Supre High-Pressure Pump)として既に開発されている。また舶用においても40～50knotを実現する超高速船のウォータジェット推進ポンプ(Water Jet Propulsion Pump) [20]～[22] では，吸込性能を高めつつ小型軽量化することが求められており，一般ポンプの２倍以上の回転数がとれるような，インデューサ付タンデム翼配列のポンプや，後段の回転数を前段の回転数の２倍とする，２スピード２段ポンプ等が開発されており，今後も各分野でこういったポンプの高速化の傾向は続いて行くものと考えられる[23] [24]。

しかしながら前述のような高速化の傾向は，同時にポンプのエネルギー密度を高めることになり，例えばボイラー給水ポンプを例にとれば[25]，戦後の1950年代には，単段当りの揚程が 200m，羽根車１段当りのエネルギー負荷率（１段当り軸入力（MW）／羽根車面積（πD^2 ／４）（m^2））が 5MW／m^2に過ぎなかったものが，1980年には単段当りの揚程が700 m，負荷率が30MW／m^2と実に６倍のエネルギー密度となっており，構造系の設計に

はそれだけ難しさが増している[26][27]。

またポンプは作動流体が液体であることから，他のターボ機械に比べて回転体にかかる力の中で流体力Fの占める割合が大きく，高速化する場合$F \propto n^2$（n：回転数）より益々流体力への配慮が必要となってくる。この場合強制加振力として作用するような軸方向推力や半径方向推力[28][29]は，その変動成分も含めて当然考慮しなければならないが，一次危険速度よりも上に常用回転数が設定されるような高速ポンプでは，軸系設計と関係して不安定振動の原因となる非定常流体力が特に大きな問題となってくる[30]~[34]。

このため高速化の傾向が著しくなった 1970 年代後半に米国 Electric Power Research Institute では，大学，ユーザー，メーカーが一体となり，高速ポンプの問題点を組織的に調査，研究を行い，高速化に伴う，水力設計，軸振動，不安定現象，キャビテーション，材料等に関して一つの設計指針[35]を示すに至った。

しかしながら現在でも，非定常流体力はさまざまな形で振動問題や破損事故をもたらしており，スペースシャトルのメインエンジンのポンプでさえ，その初期には流体力による自励振動が発生しこのため定格推力に達せず，これが打ち上げを遅らせる一原因となった[36]。また米国の原子力プラントでは給水ポンプがディフューザとの干渉により異常振動起こし，この解決まで1年間プラントが休止している[37]。更に現在開発中の国産のロケットエンジン LE-7 の液体水素ポンプも定格 46,000rpmを 1,000rpm 越えただけで流体力が構造系の振動と連成し問題となり，羽根車を設計変更することでこれを解決している[38]。

このように高速化は主に非定常流体力に関連して多くの課題を含んでいるが，この他にも低流域運転での再循環流れによる振動や圧力変動の問題[39]~[41]，また高エネルギー密度化に伴う配管系との連成振動の問題[42][43]，高速流れ下におけるキャビテーションを伴う振動問題[44][45]やキャビテーションエロージョンの問題[46]~[49]が大きな課題であり，これらの問題についてもあらゆる方面で活発に研究が行われている。

本研究では，時代の趨勢となっているこのようなポンプの高速化の状況の中で，軸流流体機械に比べてその基本流れの難しさから，今まで研究例が少なかった遠心羽根車の非定常流れに関する諸問題について，高速化に際して特に課題となっている非定常流体力をもたらす非定常流れについて研究を進める。

このような遠心羽根車に作用する非定常流体力は，大別して軸振動に対して強制加振力としての性格を持つものと，軸振動自体が原因となって発生するものとに分けて考えることができる[32]。後者の流体力は，その大きさ自体は小さくても流体力の位相が振動に対しエネルギーを与えるような場合には，自励振動をひき起こす可能性があり，高エネルギー密度化が進む高速ポンプでは，最近特に注目されるようになっている[31]。

ここではまず強制加振力としての性格を持つ非定常流体力について考える。一般に遠心羽根車はボリュートケーシングやベーン付ディフューザと共に用いられることから，羽根車はこれら構成要素の作る非一様な流れ場の中で作動している。従って，一定流量，一定回転数の定常運転にあっても，羽根車に固定した座標系から見ると流れは非定常性を持つことになり，羽根枚数が有限である羽根車には非定常流体力が作用する。従来の研究では主としてボリュートとの干渉による定常流体力が軸の定常負荷との関係から，流れの非定常性を無視して実験的に調べられてきたが[28][29]，これら静止構成要素と羽根車との干渉による非定常流れや非定常流体力の特性を明らかにしておくことは，軸振動との関係のみならず，管路系の圧力脈動問題[42][50]の面からも重要な課題である。本研究の第2章ではこのような場合の例として，ボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉による圧力変動や，羽根車に作用する流体力について解析面から明らかにして行く。

一方，羽根車まわりの流れの対称性を仮定すると，上記の様な流体力は現れないが，これとは別に流量や回転数が変動する場合の羽根車の非定常流れの特性を把握しておくことは，非定常流れの基本的な性格を理解しこれに起因する非定常流体力を知る上で重要なことである[51][52]。またこのような流れを解析することは，管路系の中の一つの要素とし

てのポンプの動特性[43]の把握，および起動停止時の過渡特性の予測[51]の面からも重要である。そこで本研究の第3章では遠心羽根車の非定常流れの基本的性格を明らかにするために，無限に広がった流体中で作動する遠心羽根車について，回転数変動や流量変動がある場合の非定常流れの解析を，非定常トルクに着目して行なう。

前述の非定常流れは，いずれもポンプの構成上，あるいは運転上，いわば強制的に生じる非定常流れである。一方，ターボ機械の低流量域において旋回失速が発生することは従来から良く知られているが，これは流体系の不安定によって現れる非定常現象であり，軸系の振動に対しては強制力として作用する非定常流体力を生む。従来のポンプは，軸系の設計に比較的余裕がありこういった流体力が問題となることは少なかったが，近年の高速化に伴ない，旋回失速がその原因と考えられる軸振動の事例[39][53]が報告されるようになってきている。旋回失速は軸流流体機械については，多くの研究がなされているが[54]，遠心流体機械，特に後ろ向き羽根を持つポンプについての研究は非常に少ない。そこで本研究の第5章ではボイラ給水ポンプを対象に，特にディフューザと羽根車の干渉効果に着目して，種々の旋回失速の発生要因や，これによって生じる圧力変動について調べる。

これまで述べた非定常流れによる流体力は，軸振動の有無とは関係せずに生じ，軸振動に対しては強制力として作用するものである。しかし前述のように常用回転数を1次危険速度よりも高く設定する場合には，軸振動に伴って生じる非定常流体力が軸の自励振動を引き起こす可能性がある[33]。このような自励振動の原因として，従来はシール部[55]や軸受[56]に作用する流体力が注目され，各方面で研究がなされてきたが，近年，羽根車自体に作用する流体力も種々の条件下で軸振動に対して励振的に作用する可能性が示されるようになった[34]。そこで，本研究の第4章では，ボリュート中で軸がふれ回り運動する場合の遠心羽根車に作用する非定常流体力を測定し，これに及ぼす諸因子の影響について調べる。

このように非定常流れは，高速ポンプで問題となる非定常流体力と密接な関係にあり，

本研究では各々の非定常流れについてその特性を明らかにして行く。本研究で扱う研究主題のより詳細な背景については各章の緒言で改めて述べることにする。

以上本研究で取扱うこれら非定常流れに起因する非定常流体力は，今まで高速ポンプのトラブルの原因として考えられていたが，定量的な把握が不充分であり，設計段階でこれらを推定することが難しかった。そのため本研究では，非定常流れによって生じる遠心羽根車に作用するこれら非定常流体力を，各々の場合の流れの非定常性と関連付けてその特性を明らかにし，得られた成果から設計段階でこれらを予測することを可能とし，その低減手法を設計に反映して，より一層の高速ターボ機械の開発に貢献することを目的としている。

1.2 本論文の構成

前節で述べたように，ポンプの高速化は時代の趨勢となっており，その開発に際しては非定常流れや，それに起因する非定常流体力を十分考慮して行く必要がある。ポンプ羽根車に作用する非定常流体力については，前節最後の部分で概観したが，本論文で取扱う非定常流れと，非定常流体力についての各章における具体的な研究内容と構成は，以下に示すとおりである。

1.2.1 第2章（ボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉の解析）

遠心羽根車は多くの場合ボリュートケーシングを持ち，非対称流れの中で作動しているが，低速ではさほど問題とならないボリュートケーシングが羽根車に与える干渉効果も，高速ポンプではこれら干渉が生む圧力変動や変動流体力が設計上無視できないものとなる。本章で扱う干渉による流体力は主に強制力として作用するものであるが，これを理論的に把握しておくことは，設計段階での予測に非常に寄与することになる。このため第2章ではボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉問題を取扱い，遠心羽根車に対するケーシングのポテンシャル干渉による羽根車の循環変動とこれに伴う変動流体力，及びケーシング壁の圧力変動に対する遠心羽根車のポテンシャル干渉と粘性伴流干渉を理論面から明らかにして行く。

1.2.2 第3章（遠心羽根車の非定常トルクの解析）

高速ポンプではエネルギー密度が高いため，流れの変動が微小であっても，これによって羽根車に作用する変動流体力は大きくなる。またポンプは作動流体が液体であることから非定常性が高い場合の仮想質量による変動流体力も他の流体機械に比べて大きい。しかしながらこういった流れ場に非定常性がある場合に羽根車に作用する非定常流体力については，理論的にはほとんど研究がなされておらず，設計段階でこれ

らを予測することは今までほとんどできなかった。そこで第３章では変動流れ場にある，遠心羽根車の非定常トルクを特異点法で解析する方法を示し，これに物理的考察を加えることにより，これらが準定常成分，仮想質量成分，流出渦成分に分離できることを示し，各々の成分の性格を明確にする。また角速度変動，および流量変動がある場合の非定常トルクの計算例を示すとともに，広範囲な遠心羽根車について，仮想質量トルク係数，流出渦トルク係数をチャートで示し，設計に寄与するデータを提示する。

1.2.3　第４章（ボリュートケーシング中でふれ回りながら回転する遠心羽根車に作用する流体力）

SSME (Space Shuttle Main Engine)の軸系の振動問題では，当初，軸振動に伴って現れるシール部に作用する流体力がその主原因と考えられていたが，研究が進むに従って羽根車に作用する流体力自体も，この振動を励振していることが明らかになりつつある。このような励振力は常用回転数を１次危険速度以上にとる高速ポンプでは非常に問題となり，流体力による自励振動問題として近年急速に注目を集めている。そこで第４章では超高速ポンプの軸系の設計で，非定常励振力として問題になっているボリュートケーシング中でふれ回りながら回転する遠心羽根車に作用する非定常流体力を実験的に調べ，本流体力の軸のふれ回りに対する励振範囲と条件を明らかにするとともに，ボリュートケーシングとの干渉効果を明らかにし，設計上必要なその低減策について調査して行く。

1.2.4　第５章（遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に生じる旋回失速）

ボイラ給水ポンプは高速で，かつエネルギー密度が高く，多段ポンプであることから軸長も長く，そのトラブルの半数以上が軸の振動問題である。そして最近の回転速度を１ランク上げた高速ボイラー給水ポンプでは，低流量域で非同期振動が発生する

トラブルが多発している。これは低流量では流れの不安定性から旋回失速が発生しこれが非定常流体力を生み，羽根車に強制力として作用しているものと考えられる。

第５章ではこういったボイラー給水ポンプの非同期振動の一原因と考えられている遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に発生する旋回失速について，流れの不安定性に着目し，羽根車とディフューザの干渉効果と，種々の旋回失速の発生要因を明らかにするために，実験と理論両面から研究を行い各旋回失速の発生原因を解明して行く。

1.2.5　第６章（結　論）

謝　辞

文　献

(1) 中山, “機械発達史”, 大河出版, (1987).

(2) 板谷, “水力学”, 朝倉書店, (1975).

(3) Pfleiderer, C., "Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase", Springer-Verlag, (1955).

(4) Stepanoff, A. J., "Centrifugal and Axial Flow Pumps", John Willey & Sons, (1967).

(5) Kováts, A., "Design and Performance of Centrifugal and Axial Flow Pumps and Compressors", Pergamon Press, (1964).

(6) 火力原子力発電技術協会, 講座①ポンプ, (昭51), p.21.

(7) “大型水力機械の問題点調査研究分科会報告書”, 日本機械学会, (昭52)

(8) Osterwalder, J. and Hippe, L., "Studies on Efficiency Scaling Process on Series Pumps", J. of Hydraulic Research, Vol.20, No. 2, (1980-2), pp.175-201.

(9) “Survey of Feed Pump Outage", EPRI, FP-754, April 1978.

(10) 小室, 吉田, “下水道可動翼ポンプ”, ターボ機械, Vol.14, No. 8, (1986-8), pp.467-473.

(11) Yoshida, Y., Nakamura, Y. and Nanbu, K., "Design Method of Curved Diffusers for High Performance Mixed Flow Pumps", IAHR The 14th Symposium 1988, Trondheim, pp.541-552.

(12) Nanbu, K., Mitsui, N. and Yoshida, Y., "Development of Variable Pitch Vane Mixed Flow Pump for Slurry", The 3rd Japan-China Joint Conference on Fluid Machinery, Osaka, April 1990, Ⅱ-155～Ⅱ-162.

(13) Leith, T. O., "High Speed Pumps for the Process Industries", The South African Mechanical Engineering, Vol.26, March 1976, pp.87-95.

(14) Burke, P. Y., "High Speed Pumps Are No Longer Limited to Low Flow-Application" 10th International Conference of the British Pump Manufacture's Association, (1987), pp.29-40.

(15) 小笠原, "ボイラ給水ポンプの高速化", ターボ機械, Vol.16, No. 3, (1988-3), pp.150-154.

(16) Chang, J. L. C., "A Three-dimensional Incompressible Flow Simulation Method and Its Application to the Space Shuttle Main Engine", The 23rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, Jan. 1985.

(17) Kamijo, K., Hashimoto, R., Shimura, T., Yoshida, M. and Okayasu, A. "Design of LE-7 LOX Turbopump", Proc. of the 15th International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, (1986).

(18) Manabe, N., Kawakami, T., Tagawa, M., Kubo, S., Sakamoto, M. and Kanki, H., "Development of Super High Pressure Centrifugal Pump for Water Jet Bedrock-Crushing", Mitsubishi Technical Review, Oct. 1981, pp.211-221.

(19) Benvenuti, E. and Ross, R.R., "Development of an Advanced Gas Turbine Driven High-Speed Centrifugal Pump for Injection Services", Proc. of the 3nd International Pump Symp., May 1986, pp.77-88.

(20) Haglund, K., Svensson, R. and Bjorheden, O. "Design and Testing of a High-Performance Water Jet Propulsion Unit", Symposium on Small Fast Watership and Security Vessels, (1982), pp.223-237.

(21) 山田, 吉田, 木原, 家田, 後河内, "ウォータジェット推進器用ポンプ", 第20回ターボ機械講演会, (昭62-5), pp.48-53.

(22) Bulter, E. G., "The Surface Effect Ship", Naval Engineering Journal, Modern Ships and Craft, Feb. 1985, pp.200-258.

(23) Karrasik, I. J. and Hirschfeld, F., "The Centrifugal Pump of Tomorrow", Mechanical Engineering, May 1982, pp.41-45.

(24) Florjancic, D. and Medgyesy, S., "Injection Pumps: Stata of the Art and Development Trends", Sulzer Technical Review, (1989-2), pp.19-26.

(25) "Power Plant Pumps", Symposium Proceedings, EPRI CS-5857, June 1988.

(26) Black, H. F., "Lateral Stability and Vibrations of High Speed Centrifugal Pump Rotors", Proceedings of IUTAM Symposium, (1974), pp.56-74.

(27) Pace. S. E., Florjancic, S. and Bolleter U., "Rotor dynamic Developments for High Speed Multistage Pumps", Proceedings of the 3rd International Pump Symposium, (1986), pp.45-54.

(28) Guelich, J., Jud, W. and Hughes, S. F., "Review of Parameters Influencing Hydraulic Forces on Centrifugal Impellers", I. Mech. E., Vol.210, No A3, (1987), pp.163-174.

(29) Flack, R. D. and Allaire, P. E., "Lateral Forces on Pump Impellers Literature Review", Shock Vib. Dig,, Vol.16, (1984), pp.5-14.

(30) "Centrifugal Pump Hydraulic Instability", EPRI, CS-1445, June 1980.

(31) Ehrich, F. and Childs, D. W., "Self-Excited Vibration in High-Perfprmance Turbomachinery", Mechanical Engineering, May 1984, pp.66-79.

(32) 神吉, "高圧遠心ポンプの流体振動", 機械学会第636回講習会, (昭61-11), pp.31-36.

(33) Liebe, R., "Fluid Effects on Rotor Dynamics of Hydraulic Turbomachine", IFTOMM, The International Conference on Rotordynamics, (1986-9), pp.40-47.

(34) Ohashi, H., "Unsteady Characteristics of Turbomachinery", ISROMAC-2, (1988), Keynote Paper.

(35) "Recommended Design Guidelines for Feed Water Pumps in Large Power Generating Units", EPRI, CS-1512, September 1980.

(36) Childs, D. W. and Moyer D. S. "Vibration Characteristics of the HPOTP (High-Pressure Oxygen Turbopump) of the SSME (Space Shuttle Main Engine), ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.107, Jan. 1985, pp.152-159.

(37) Makey, E. and Brrett, J. A., "Field Experience Brings Help to Embattled Pump Users", Power, July 1987, pp.27-32.

(38) 日経エアロスペース, 1989年2月27日号, p.2.

(39) 真鍋, " 低流量域運転時の高速ポンプの振動 ", ターボ機械, Vol. 8, No.10, (1980-10), pp.21-28.

(40) Fraser, W. H. "Recirculation in Centrifugal Pumps", ASME, In Materials of Contruction of Fluid Machinary and Their Effects on Design and Performance, (1981), pp.65-86.

(41) Breugelmans F. A. E. and Sen, M., "Prerotation and Fluid Recirculation in the Suction Pipe of Certrifugal Pumps", Preceedings of 11th Turbomachinery Symposium, (1982), pp.165-180.

(42) 川田, 江原, 上原, 高田, " 遠心ポンプ低流域動特性の関与したポンプ配管系の脈動現象 ", 機論, Vol.52, No. 480,B(昭61-8), pp.2947-2953.

(43) Kawata, Y., Takata, T., Yasuda, O. and Takeuchi, T., "Measurement of the Transfer Matrix of a Prototype Multi-Stage Centrifugal Pump", I. Mech. E., C346/88, (1988), pp.137-142.

(44) 志村, 上條, " ロケット用液酸ポンプのキャビテーションに伴う振動 ", 機論, Vol.54, No. 503,B(昭63-7), pp.1655-1660.

(45) 山本, “遠心ポンプのキャビテーションに伴う脈動現象”, (第一報, 現象の分類と振動特性, 第二報, エネルギーの授受), 機論, Vol.56, No.523, B(1990-3), pp.636-650.

(46) Gülich, J. F., and Pace, S. E., "Quantative Prediction of Cavitation Erosion in Centrifugal Pumps", IAHR Symposium 1986, Montreal, Paper 42

(47) Okamura, T., "Intensity of Cavitation Erosion in Centrifugal Pumps Operating at Low Flow Rate", Proc. Cavitation in Hydraulic Structures and Turbomachinery, ASME FED-Vol.25, (1985-6), pp.63-70.

(48) 山田, 吉田, 川上, 上出, “ポンプのキャビテーション気泡崩壊衝撃パルスの計測”, 日本学術会議, キャビテーションに関するシンポジウム (第6回), (1989-6), pp.151-160.

(49) 吉田, 川上, 山田, 上出, “AEセンサーによるポンプのキャビテーション衝撃パルスの計測”, ターボ機械, Vol.18, No. 6, (1990-6), pp.321-326.

(50) 佐野, “ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究”, 機論, Vol.51, No.461,B (昭60-1), pp.115-124.

(51) 大橋, “ターボ形ポンプの非定常性能”, ターボ機械, Vol.3, No.6, (1975-11), pp.914-921.

(52) 塚本, 松永, 米田, 清水, 相良, “遠心ポンプの回転数変動時の動特性”, 日本機械学会, No.890-2 <セミナー&シンポジウム>, (1989-1), pp.49-52.

(53) Kanki, H., Manabe, N. and Kawakami, T., "Solution for Vertical Pump Vibration Problem", KSME/JSME Joint Vibration Conference, (1987), pp.11-21.

(54) Greitzer, E.M., "Review-Axial Compressor Stall Phenomena", ASME, J. of Fluids Engineering, Vol.102, June 1980, pp.134-151.

(55) Kanki, H. and Kawakami, T., "Experiment Study on the Dynamic Characteristics of Pump Annular Seals", I. Mech. E., C297/84, (1984), pp.159-166.

(56) Inagaki, T. and Kawakami, T., " A Study on Non-Steady Stability of a Rotor Journal Bearing System ", I. Mech. E., C255/88, (1988), pp.317-324.

第２章　ボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉の解析

2.1 緒　言

遠心羽根車の定常性能の理論解析については，特異点法を中心として幾多の解析方法が提案され，古くから国内外で数多くの研究[1]~[10]がなされており有用な結果が得られている。そして現在では，ＣＦＤの発達により３次元粘性解析[11]も行なわれるようになっている。

一方軸流流体機械の動翼と静翼の干渉による非定常流れの解析は，Kemp-Sears[12][13]の先駆的な研究をはじめとして，Meyer[14]，Lefcort[15]，Perker[16]から現在に至るＣＦＤによる動翼と静翼の粘性解析[17]~[19]まで，数多くの研究が積極的になされている。

これに対し遠心流体機械では，多くの場合ボリュートケーシングを持つにもかかわらず，ボリュートケーシングと羽根車の干渉による非定常問題を，理論的に扱った研究は少なく，今までのケーシングに関する研究[20]~[26]は羽根車との非定常干渉の影響を無視したものがほとんどである。

一方ケーシング内での羽根車の特性を扱った研究においても，その理論研究では，非定常流れを便宜的に準静的に扱ったもの[27]~[30]や，単独翼に対する解析結果を形式的に遠心羽根車に適用したもの[31]があるのみであり，厳密に非定常性を考慮しているものではない。

しかし流体機械の高速化，高エネルギ密度化が進む中で，ケーシングと羽根車の干渉は，圧力変動や流体力の変動の原因となるため，機械の安全性，信頼性を論議する上で重要な問題となっている。こういった非定常性については，実験的にその変動成分が調べられているが[32]~[36]，干渉要因を理論的に解明しておくことは，その低減策を設計に反映する上で重要なことである。

一方遠心羽根車とケーシングの干渉は，大別してポテンシャル干渉と粘性伴流干渉に分けて考えることができる。羽根車はボリュートケーシングの存在で生じる非対称な流れ中で作動するが，羽根車に対するケーシングの干渉効果は主としてポテンシャル干渉によるもので

あると考えられる。一方ケーシング壁は羽根車下流で作動し，羽根車がケーシング壁に及ぼす干渉効果としては前述のポテンシャル干渉のほかに，羽根車の粘性伴流との干渉と，羽根車循環変化にともなって羽根後縁から放出される自由渦との干渉が考えられる。

本研究の最初の部分では厳密に非定常性を考慮して，ケーシングとのポテンシャル干渉によって生じる羽根車の翼の循環変化を明らかにし，これによって発生する羽根車のトルク変動，および径方向推力変動を自由渦も考慮して理論的に扱った。またこれに伴う流出渦エネルギも求めた。

次に後半ではケーシング壁上の圧力変動をポテンシャル干渉によるものと粘性伴流干渉によるものに分離して求めた。但しポテンシャル干渉による壁面圧力変動の計算では羽根車の循環はケーシングがない場合の一定値をとりながら回転するものと仮定し，循環変化やこれに伴う自由渦の影響は省略した。また粘性伴流干渉による壁面圧力変動の計算では，Kemp-Sears [13] や Simpson [31] が仮定したように，速度欠損の形を平板翼のそれに等しいと仮定して粘性の影響を考慮した。

本章では流体は非粘性，非圧縮性であるとし，流れは翼面に沿って流れると仮定し，はく離やキャビテーションは考慮しないで，二次元流れを特異点法を用いて物理面で直接解析した。

2.2 記　号

b ： ケーシング吐出幅

C_D ： 抗力係数

C_P ： 圧力係数

c ： 積分路（c_1：ケーシング壁，c_2：吐出し口）

F ： 半径方向推力（F_x：x方向，F_y：y方向）

g ： 重力加速度

i ： 虚数（$=\sqrt{-1}$）

K_v ： 流出渦エネルギーの平均仕事に対する割合（%）

N ： 羽根枚数

p ： 圧　力

Q，q ： 流量（わき出し），わき出し分布

r_1，r_2 ： 羽根車内径，外径

r_t ： ケーシング舌端半径

s，s' ： 積分路（羽根面，流出渦流面）

T ： トルク，周期

t ： 時　間

U，u ： 流速（一様流），周速

$w=u-iv$ ： 複素速度（u：x方向，v：y方向）

V ： 相対速度

V．E． ： 流出渦エネルギー

Y ： 距　離

z ： 複素数（$z=x+iy$）

α ： 渦巻き角

ε ： 羽根車位置を示すパラメータ

β : 羽根角度

Γ : 循　環

γ : 渦 分 布

θ : 偏　角

ϕ : ヘッド係数 ($=gH/u_2^2$)

φ : 流量係数 ($=Q/2\pi r_2 u_2$)

ω : 角 速 度

Φ, ϕ : 速度ポテンシャル

τ : 羽根車の仕事

添　字

s : 接線方向速度成分

n : 法線方向速度成分

r : 相対速度

t : 後縁での値

v : 流 出 渦

c : ケーシング壁上

1 : 羽根上面，羽根車入口

2 : 羽根下面，羽根車出口

2.3 基 礎 式

本研究では図1に示すような遠心羽根車とボリュートケーシングの干渉を考える。ケーシングは渦巻き角$\alpha=8.53^{\circ}$の対数らせんを基本にしていて，羽根車は羽根角$\beta=20^{\circ}$，内外径比$r_1/r_2=0.5$の4枚羽根の対数らせん羽根車をモデルとしている。本研究では後述するように物理面で直接流れ場を解くので，本計算法ではこのモデルのみでなく任意形状の羽根車，ボリュートケーシングに対する計算が可能である。また舌端の干渉効果の影響を調べるために図1(b)に示すように二種の舌部形状に対して計算を行った。

ケーシングと羽根をそれぞれγ_c, γ_sの渦分布であらわし，羽根車中心にQのわき出しと吐出し口に吸込み分布$-q_c$を置くと，領域$\overset{\frown}{ABCA}$内の任意の位置zでの共役複素速度wはGreenの定理により次のようにあらわされる。

$$w=u-iv=\frac{Q}{2\pi}\frac{1}{z}+\frac{1}{2\pi i}\int_{c_1}\frac{\gamma_c(c_1)}{z-z(c_1)}ds(c_1)+\frac{1}{2\pi}\int_{c2}\frac{q_c(c_2)}{z-z(c_2)}ds(c_2)$$
$$+\sum^{N}\frac{1}{2\pi i}\int_{s}\frac{\gamma_s(s)}{z-z(s)}ds(s)+\sum^{N}\frac{1}{2\pi i}\int_{s'}\frac{\gamma_v(s')}{z-z(s')}ds(s') \qquad \cdots\cdots(1)$$

ただし，γ_vは羽根の循環変化により生じる自由渦分布をあらわす。積分径路c_1はケーシング壁面$\overset{\frown}{ABC}$を，c_2は吐出し口$\overset{\frown}{AC}$を，sは羽根面を，s′は後流渦面をあらわす。

ここでu_s, u_nを境界での接線及び法線方向速度成分をあらわすものとする。このとき境界条件は次のようにあらわされる。

$u_n=0$　　(ケーシング壁c_1で)

$u_s=0$　　(吐出し口c_2で)

$[w]_n=[-i\omega\bar{z}]_n$　　(翼面Sで)

ここで，ωは羽根車の角速度で$[\ ]_n$は法線方向成分をあらわす。吐出し口c_2での条件は便宜的なものであるが，吐出し口と羽根車中心の距離を計算例の2倍の$4r_2$にして羽根車の循環変化を計算した結果，計算精度以上の差は認められなかった。さらに，A点とC点に対し，速度が唯一であることよりそれぞれ，$\gamma_{c1}^{A}=-q_{c2}^{A}$，$\gamma_{c1}^{C}=q_{c2}^{C}$の条件を用いた。

また羽根後縁の非定常の Kuttaの条件としては，圧力差０の条件を用いた。非定常のベルヌーイの式を，羽根車と共に回る回転座標で羽根上下面（添字１，２を用いる）に対して適用すると，

$$p_2 - p_1 = -\frac{1}{2}(u_{r2}+u_{r1})(u_{r2}-u_{r1}) - \frac{\partial}{\partial t}(\phi_2 - \phi_1) \quad \cdots\cdots (2)$$

となる。ただし添字ｒは相対速度をあらわす。ここで，$u_{r2}-u_{r1}=\gamma_s^t, u_r^t = (u_{r2}+u_{r1})/2$，$p_2 - p_1 = 0$と置くと式（２）は，

$$\frac{d}{dt}\Gamma_s = -u_r^t \gamma_s^t \quad \cdots\cdots (3)$$

となる。ただし添字ｔは後縁での値をあらわし，後縁で成り立つ$\phi_2 - \phi_1 = \int \gamma_s \, ds \equiv \Gamma_s$（$\Gamma_s$は翼の循環）の関係を用いた。式(3)は，翼の循環の時間変化分が後縁から自由渦$\gamma_s^t = \gamma_v^t$として相対速度u_r^tで流れ出すことをあらわしている。このようにして流出した自由渦に外力は作用しないので局所速度に乗って流れる。本研究では自由渦は羽根車の循環の時間平均値が原点に集中したとしたときの流線に乗ってケーシング内を流れるとし，自由渦の誘導速度の影響は渦の移動に対しては無視した。流量係数φ=0.06，0.08，0.10に対するこのような流れ場を図２に示す。速度ベクトルの大きさは羽根車周速u_2に対して示し，u_2の大きさは図中左上に示した。これらの条件より，自由渦γ_vの強さと位置ｓ′は，過去の翼面渦分布γ_sより得ることができる。そこで式(1)の未知量はγ_c，q_c，γ_sとなり，これらは式(1)の共役複素速度に，上述の境界条件を時々刻々適用することにより求まる。実際の数値計算では有限点でのγ_c，q_c，γ_sの値を未知数とし，これと等しい個数の点で境界条件を適用すると，積分方程式は離散化され線形連立方程式に変換される。これを適当な時間間隔（計算例では１／32回転毎）で解くことにより順次流れ場が求められる。ここで未知数となる特異点の処理については村田ら[6]が用いた方法を採用し計算精度を上げた。また計算では自由渦は各時間間隔中に流出したものをまとめて点渦として扱った。

図３に計算例の羽根車のケーシングがない場合のヘッド曲線を示した。実線は上述の特異点法で求めた渦分布にオイラーの公式を用いた結果であり，Busemann[7]の結果とよく一致

する。図中の一点鎖線は式(2)で与えられる圧力差を積分して得られるトルクに基づくものであり，これに前縁吸引力[38]の補正を行った結果を破線で示した。このように無衝突流入流量以外では前縁吸引力が大きく，本計算のように翼面渦を離散化する方法では前縁吸引力の評価の際に誤差を生じやすくなる。そこで本計算では角運動量および運動量の式を用い，後述するように渦分布より直接トルクあるいは径方向推力を求める式を導き，これを計算に用いた。図3にはまたケーシングの渦巻き角αより決まる特性線$\varphi/\psi=\tan\alpha=0.15$を示しているが，この直線と羽根車の特性曲線との交点$\varphi=0.08$を設計流量とした。

2.4 羽根まわりの循環変動

図4の実線は羽根まわりの循環の瞬時値を羽根後縁と舌部先端のなす角θをパラメータとして表示したものである。図中一点鎖線は定常流に対するKuttaの条件（後縁の速度差0）$\gamma_s^b = 0$を用いて準静的に解いた場合の結果である。また破線は，圧力差0の条件式(3)を用いるが，一段階前以前の時間きざみで流出した流出渦の誘導速度を無視した場合の結果である。この図より定常の場合のKuttaの条件を用いると循環変動が過大に評価されることがわかる。また，後縁の条件式(3)を用いる限り自由渦の影響はそれほど大きくはあらわれていない。図中の細い一点鎖線はケーシングがない場合の循環であるが，どの流量でもケーシングがある場合の循環の平均値に極めて近くなっている。設計流量では舌部先端半径の大きいtongue Iの方が循環変動が大きいが，非設計流量では舌部先端の位置が羽根車に近いtongue IIの方が干渉が大きく循環変動が大きくなっている。

図5にΨ=0.06，0.08，0.10の羽根面速度分布の時間変化を示す。後縁が舌部付近を通過する際に強い自由渦が流出することがわかる。また，羽根圧力面側の方が速度変動が大きいことがわかる。

2.5　羽根車に作用する非定常トルクおよび径方向推力

図3では定常の場合について，設計流量以外では前縁吸引力の影響が大きいことを示した。前縁吸引力は，前縁近傍の渦分布の特異性を考慮して，前縁近傍の運動量のバランスを考えることにより評価できるが[38]，このためには前縁近くの渦分布を正確に求めねばならない。しかし本数値計算では渦分布を離散化しているので計算誤差が大きくなる可能性がある。そこで，羽根車外径と，中心まわり無限小の円で囲まれる領域に対し，角運動量と運動量の式[42]を適用すれば非定常トルクTおよび径方向推力$F_x - iF_y$は次のようにあらわされる。

$$T=\frac{\rho Q}{2\pi}\sum^{N}\int_s \gamma_s(s)ds(s)+\rho R_e\Big[\sum^{N}\int_s \gamma_s(s)z(s)\Big\{\frac{1}{2\pi i}\int_{c_1}\frac{\gamma_c(c_1)}{z(s)-z(c_1)}ds(c_1)$$
$$+\frac{1}{2\pi}\int_{c_2}\frac{q_c(c_2)}{z(s)-z(c_2)}ds(c_2)+\frac{1}{2\pi i}\sum^{N}\int_{s'}\frac{\gamma_v(s')}{z(s)-z(s')}ds(s')\Big\}ds(s)\Big]$$
$$-\frac{\rho}{2}\sum^{N}\Big[\int_s r^2\frac{\partial}{\partial t}\gamma_s(s,\ t)ds(s)-r_2^2\int_s\frac{\partial}{\partial t}\gamma_s(s,\ t)ds(s)\Big]$$

..... (4)

$$F_x-iF_y=i\rho\Big[\sum^{N}\int_s\gamma_s(s)\Big\{\frac{Q}{2\pi}\frac{1}{z(s)}+\frac{1}{2\pi i}\int_{c_1}\frac{\gamma_c(c_1)}{z(s)-z(c_1)}ds(c_1)+\frac{1}{2\pi}\int_{c_2}\frac{q_c(c_2)}{z(s)-z(c_2)}ds(c_2)$$
$$+\frac{1}{2\pi i}\sum^{N}\int_{s'}\frac{\gamma_v(s')}{z(s)-z(s')}ds(s')\Big\}ds(s)\Big]-i\rho\sum^{N}\int_s\frac{\partial\bar{z}(s)}{\partial t}\gamma(s)ds(s)-i\rho\sum^{N}\int_s\bar{z}(s)\frac{\partial\gamma_s(s)}{\partial t}ds(s)$$
$$+i\rho\sum^{N}\bar{z}_2\frac{\partial}{\partial t}\int_s\gamma_s(s)ds(s)$$

..... (5)

式(4)第1項はわき出しQにより羽根車に作用するトルク成分，第2項はγ_c, q_c, γ_vによる成分，第3項はγ_sの時間変化による成分である。また式(5)第1項はQ，γ_c, q_c, γ_vにより羽根車に作用する力の成分，第2項は羽根車の回転による成分，第3，4項はγ_sの時間変化による成分である。

図1に示したモデルについて変動トルクを計算したものを図6に示す。低流量時には羽根車後縁が舌部付近を通過するときに一度減少し，高流量時には逆に増加する傾向を示している。図中一点鎖線でケーシングのない場合のトルクを示したが，ケーシングのある場合トルクはこの値を中心として変動している。

図7に径方向推力の時間変動をリサジュー線図で示す。極めて複雑な変化を示しているが，後縁が舌部付近を通過するときに大きく変化し，設計流量から離れると時間平均分，変動分ともに増大する。図8には径方向推力の時間平均について，Stepanoff[39]とBiheller[40]の実験式と比較して示すが，計算値は絶対値，傾向とも良く一致している。

2.6 流出渦エネルギー

羽根車が流体に与えるエネルギーはトルクから求まり，定常の場合にはこれよりヘッドが計算できる。非定常流の場合には，先に述べたように自由渦が流出し羽根車下流に流出渦が存在し，これによって生じる余分の運動エネルギーは通常仕事として利用できない。そこでケーシングを持つポンプや送風機の有効ヘッドは羽根車のした仕事から流出渦エネルギーを引いたものであると考えられる。

この流出渦エネルギーを評価するため，ここでは次のモデルを考えることにする。まず吐出し管無限下流で隣り合う二つの渦層と管壁で囲まれた領域の運動エネルギーを考える（図9参照）。無限下流では自由渦は配列をくずさず流れると仮定すると，速度ポテンシャルΦは，$\Phi=\widetilde{U}X+\phi$と表現できる。ただしϕは自由渦による速度ポテンシャルである。ここで$\widetilde{U}$は，$\widetilde{U}b+\int_0^l v_n\,ds=Q=Ub$すなわち連続の式を満足するように決める。$v_n$は自由渦により誘起される自由渦層での法線方向速度成分である。このとき，領域内の運動エネルギーは次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\text{K.E.}=\frac{\rho}{2}\int\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial n}ds=\frac{\rho}{2}\Big\{&U^2bt-Ut\int_0^l v_n ds\\&+\Big(U-\frac{1}{b}\int_0^l v_n ds\Big)\int_0^b(\phi_2-\phi_1)dY\\&+\int_0^l(\phi_2-\phi_1)v_n ds\Big\}\end{aligned}\qquad\cdots\cdots(6)$$

上式第1項は平均流の運動エネルギーで残りは流出渦の存在によってあらわれる成分であり，これをV．E．とあらわす。ところで流出渦はX軸方向に間隔$t=2\pi Q/(N\omega b)$の渦列を形成するが，その速度ポテンシャルは良く知られている[42]。管壁上の境界条件を満足されるため，この渦列の鏡像をY軸方向に順次重ね合わせる。このようにすればϕ，v_nはγ_vのかかった無限級数の積分で表現できる。また，領域左右両端での速度ポテンシャルの差は，

$$\phi_2-\phi_1\Big|_Y=\int_Y^b\gamma_v\,dY$$

で与えられる。

流出渦エネルギーV．E．の，羽根車のなす平均の仕事$\tau = 2\pi\overline{T}/n$に対する割合$K_v$%を図10に示した。ケーシングがない場合のヘッド係数ψ_{free}から流出渦エネルギー損失を差し引き，有効ヘッドψ^*を算出すると図11のようになる。設計流量付近では流出渦エネルギーは羽根車の仕事の数%にすぎないが，設計流量の 1／2 では約19%にも達する。Tongue Ⅱは設計流量付近ではTongue Ⅰより流出渦エネルギーは小さいが，低流量時には大きくなる。

2.7　ポテンシャル干渉によって生じるケーシング壁面上の圧力変動

本項では羽根車の渦分布が，ケーシングがないとした場合に生じる一定値をとりながら回転する場合にケーシング壁面に生じる圧力変動を扱う。羽根車循環の変動分を無視する仮定は軸流機械の動－静翼干渉の計算でよく用いられており，図4の結果からも設計流量付近では循環変動は小さくこれを無視したことによる誤差は小さいと考えられる。速度場の計算は2.5の場合とほぼ同様で，γ_s を既知とする点のみが異なる。圧力は，吐出し口のC点での圧力を基準に計算した。これは吐出し口が圧力一定の大きな体積部に解放された場合の壁面圧力を求めることに相当する。Bernoulli の式より，$z = z_c$ の圧力に対する $z = z_i$ の圧力係数 C_p は次のようにあらわされる。

$$C_p|_{z=z_i}=\frac{p_i-p_c}{\rho u_2^2}=C_p^v+C_p^B+C_p^c \qquad (7)$$

$$C_p^v=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{v_c}{u_2}\right)^2-\left(\frac{v_i}{u_2}\right)^2\right\}$$

$$C_p^B=\frac{1}{2\pi u_2^2}\sum^N\int_s\gamma_s\frac{\partial}{\partial t}(\theta_c-\theta_i)ds(s)$$

$$C_p^c=\frac{1}{2\pi u_2^2}\left\{\int_{c_1}(\theta_c-\theta_i)\frac{\partial\gamma_c}{\partial t}ds(c_1)+\int_{c_2}\ln(r_c/r_i)\frac{\partial q_c}{\partial t}ds(c_2)\right\}$$

ただし，r_i, r_c は吸込み－q_c の位置から $z = z_i$，$z = z_c$ までの距離，θ_i，θ_c は渦 γ_c から $z = z_i$，$z = z_c$ へのベクトルの偏角である。成分 C_p^c は速度項 $(1/2)v^2$ をあらわし，C_p^B, C_p^c は $\frac{\partial \phi^B}{\partial t}$，$\frac{\partial \phi^C}{\partial t}$ による圧力成分である。ただし，ϕ^B と ϕ^C はそれぞれ，翼面上の渦分布および境界上の特異点分布による速度ポテンシャルをあらわす。

図12に，図1に示した計算モデルの4枚羽根の羽根車とのポテンシャル干渉で生じる圧力変動を示す。圧力は，各羽根の循環の合計が羽根車中心に集中した定常の場合の圧力分布を中心として変動している。変動の振幅は舌部のボリュート側で最大となり，羽根車中心まわり45°毎に極大極小を示している。図13に羽根枚数N＝4とN＝8の場合の変動成分を示す。8枚羽根の場合には圧力振幅は4枚羽根にくらべてずっと小さいが，22.5°毎の極大極小が

見られる。図14で式(7)の各項の圧力成分を示した。これによると極大極小があらわれるのは主として$\partial \phi / \partial t$に起因し，その中でも，ケーシング内では$C_p^v$と$C_p^n$がほぼ相殺し合うのでケーシング上の渦分布$\gamma_c$による成分$C_p^c$の大きさが最も強く影響している。そこでこの極大極小は次のように解釈できる。羽根車との干渉により境界付近の流体は羽根車の回転角に従いある部分では加速され，ある部分では減速される。そして基準点Cと考えている点の間には幾つかの加速部と減速部が存在し，この加速，減速のパターンは羽根車と共に回転する。

圧力変動が極小の点では，基準点との間の加速部の効果と減速部の効果が羽根車の位置によらず常に相殺し合う。加速部または減速部の数は，考える点と基準点の角位置の間に含まれる羽根数に等しいため，圧力変動の極小は隣接する羽根間の角度に応じてあらわれる。

舌部から離れた位置での圧力変動の振幅は舌部形状や流量にあまり強く影響されない。これらの影響を強く受ける定常速度が高い舌部付近で圧力振幅も比較的強く影響される。そしてこれらは主としてC_p^vにあらわれる。そこで図15に舌部付近の圧力変動波形を各成分に分けてこの様相を示した。

2.8 粘性伴流干渉による圧力変動

軸流機械の粘性伴流干渉に関する研究は数多いが，遠心に対する解析は著者の知るところでは Simpson[31] によるものがあるだけである。彼はボリュートを直線翼列に写像し，これに対して単独翼に対する解析結果を拡大適用している。本項ではこれまでと同様，特異点法を直接物理面に適用して考える。遠心羽根車の羽根面に生じる境界層については三宅ら[41]により研究されているが，伴流の形状までは触れられていないのでここでは，羽根車の粘性伴流の速度分布形状として，Kemp-Sears[13] や Simpson[31] が用いたのと同じ単独翼の後流形状を用いることにする。但し遠心羽根車の粘性伴流の強さや減衰率は単独翼のものとは異なるので本章の結果は定性的のものにすぎない。

速度欠損 u を次のように仮定する。

$$\left.\begin{aligned} u/u_c &= \cos^2\left\{(\pi/2)\,(Y'/Y)\right\} \\ Y &= 0.68\sqrt{2}\,C_D^{1/2}\,C\,(s^*/C+0.3)^{1/2} \\ u_c/\overline{V} &= -\,(2.42\,C_D^{1/2})/(s^*/C+0.6) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (8)$$

ただし，s^* は後縁から流線に沿って計った長さ，$\overline{V}$ は相対速度，$2C$ は羽根の弦長，C_D は抗力係数，Y' は後流中心からの距離である。速度 $\overline{V}$ としては羽根車中心のわき出し Q と羽根車の平均の循環 $N\overline{\Gamma}$ を羽根車中心に置いた場合に生じるケーシング壁面での流速を用いた。流量が変化すれば $\overline{V}$ も変化し速度欠損の大きさも変化するが，ここでは $\overline{V}$ として設計流量時の値を用い，流量による速度欠損の大きさの変化は無視した。また後流の位置は後流が平均流に乗って流れるものとして決定した。速度じょう乱をこのようにして与えると γ_c および q_c の強さはポテンシャル干渉の場合と同様 c_1 上で $u_n = 0$，c_2 上で $u_s = 0$ の条件を用いて決めることができる。

圧力場の計算では，後流の速度場はそれ自体では圧力場に影響しないと仮定した。これは薄い噴流や後流中では幅方向に静圧がほぼ一定となる事実に基づくが，厳密には後流の渦場と一様でない主流流れ場との干渉で何らかの圧力じょう乱が生じる可能性はある。このような影響を無視すればケーシング壁面での圧力係数は次のようにあらわされる。

$$C_p \Big|_{z=z_i} = \frac{p_i - p_c}{\rho u_z^2} = C_p^v + C_p^c \quad \cdots\cdots (9)$$

ただし，C_p^v，C_p^c は式(7)で与えられ，圧力の基準点は先と同様吐出し口の $z = z_c$ に選んだ。

図16に粘性伴流干渉による変動圧力を示す。ポテンシャル干渉の場合には，ケーシング内部（f点～j点）でも圧力はかなり変動するが，粘性伴流干渉の場合ケーシング内部での変動は小さい。これは主として羽根の循環によるじょう乱のパターンは羽根車と同じ角速度で動くのに対して粘性伴流によるじょう乱は，これよりもずっと遅い流体の速度で動くため，壁面上の渦分布 γ_c による $\partial\phi/\partial t$ 成分 C_p^c が小さくなったためである。

図17に一本の粘性伴流による圧力変動を示した。舌部吐出し管側の点aでは，舌部が伴流を切り始める $t/T = 1/32$ では大きな圧力変動は生じず，速度欠損がa点に近づいて始めて変動を生じる。圧力変動はa点を通過する速度欠損に主として支配され，C_p^v と C_p^c は互いに反対の符号を持つ。これに対して舌部ボリュート側では舌部が伴流を切り始めた瞬間に圧力は大きく変化し，その後ゆっくりと回復する。最初に生じる大きな変動は舌部付近の流体の加速に伴う $\partial\phi/\partial t$ の変化が原因で，その後の圧力のゆっくりした回復は主として速度項 C_p^v による。図16の圧力変動は図17のような一本の粘性伴流による圧力変動を重ね合わせて得たものであるが，ケーシング内部での圧力変動は舌部が伴流を切った瞬間の $\partial\phi/\partial t$ による変動がケーシング内で同相であらわれたものである。流量係数による違いは定常速度の違いとして C_p^v にあらわれている。舌部を切った瞬間の大きな圧力変化に続くゆっくりした圧力回復のために，ケーシング内の平均圧力は図18に示すように粘性伴流がない場合の圧力よりも低下する。これはまた，ケーシング内の流体が羽根車に働く抗力により羽根車の回転方向と同じ方向の回転を与えられた結果であると考えることができる。ケーシングの設計に際しては羽根車の循環による回転だけでなくこのような効果も考える必要がある。流量係数や舌部形状の影響は，図19に示したように，定常速度の高い舌部付近で最も顕著にあらわれる。

2.9 結　言

本章ではボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉問題を扱い，ケーシング内で回転する羽根車の循環変動および非定常流体力を理論的に解析するとともに，ポテンシャル干渉，粘性伴流干渉によって生じるケーシングの圧力変動を理論解析した。本研究で得られた結果は次のとおりである。

(1) 定常の場合の Kuttaの条件を用いた準静的な計算では，羽根車の循環変動を過大に見積もることになり，非定常な流れ場を扱う場合，従来の研究で適用されている本仮定は適切でない。

(2) 設計点付近では羽根車の平均の循環や平均トルクはケーシングの存在にさほど左右されない。

(3) 非定常トルク及び径方向推力を羽根車の渦分布で表現する式を導いた。本計算で得られた平均の径方向推力はこれまで得られている実験式とよく一致した。

(4) 羽根車とケーシングの干渉による流出渦エネルギーは設計流量では羽根車の仕事量の数%にすぎないが，設計流量の 1／2 程度ではかなり大きくなる。

(5) ポテンシャル干渉によって生じるケーシング内の圧力変動は，羽根枚数に応じた数の腹と節を持つ。そして羽根枚数が増せば振幅は急激に小さくなる。

(6) 粘性伴流干渉によるケーシング内の圧力変動は，舌部が伴流を切る瞬間に，ケーシング内全体でほぼ同相で変動する。

(7) ポテンシャル干渉，粘性伴流干渉いずれの場合も，ケーシング内の圧力変動に及ぼす流量，舌部形状の影響は，平均速度の高い舌部近くで最も顕著にあらわれる。

文　献

(1) 藤本, 広瀬, "任意型羽根のうず巻ポンプ計算法", 機論, Vol.15, No.50, (昭24), Ⅲ-39～Ⅲ-44.

(2) 田原, "遠心羽根車の理論", 機論, Vol.18, No.66, (昭27), pp.122-126.

(3) 神元, 松岡, "うず巻形流体機械の羽根車内の流れについて", 機論, Vol.25, No.153, (昭34-5), pp.389-396.

(4) 村田, "うず巻ポンプ羽根車の流れに関する研究" (第1報～第4報), 機論 (第2部), Vol.27, No.177, (昭36-5), pp.666-698.

(5) 松岡, "うず巻形流体羽根機械の羽根車内の流れについて", 機論 (第2部), Vol.29, No.198, (昭38-2), pp.270-279.

(6) 村田, 小川, "任意の翼形翼を用いた遠心羽根車内の流れの研究", 機論 (第2部), Vol.39, No.326, (昭48-10), pp.3029-3038.

(7) Busemann, A., "Das Förderhöhenverhältnis radialer Kreiselpumpen mit logarithmisch-spiraligen Schaufeln", Z. AMM, Band 8, Heft 5, Oktober 1928, pp.372-384.

(8) Isay, W. H., "Beitrag Zur Potentialströmung durch radiale Schaufelgitter", Ing.-Arch, Band 22, 1954, pp.203-210.

(9) Acosta, A. J., "An Experimental and Theoretical Investigation of Two-Dimensional Centrifugal Pump Impeller", ASME, July 1954, pp.749-763.

(10) Reddy, Y. R. and Kar, S., "Study of Flow Phenomena in the Impeller Passage by Using a Singularity Method", ASME, J. of Basic Engineering, Sept. 1972, pp.513-520

(11) Walker, P. J. and Daws, W. H., "The Extension and Application of 3-D Time Marching Analysis to Imcompressible Turbomachinery Flows", ASME, 89-GT-212.

(12) Kemp, N. H. and Sears, W. R., "Aerodynamic Interference Between Moving Blade Rows", J. Aero. Sci., Vol.20, No.9, 1953, pp.585-597.

(13) Kemp, N. H. and Sears, W. R., "The Unsteady Force Due to Viscous Wakes in Turbomachines", J. Aero. Sci., Vol.22, No.7, 1955, pp.478-483.

(14) Meyer, R. X., "The Effect of Wakes on the Transient Pressure and Velocity Distribution in Turbomachine", ASME, Oct. 1958, pp.1544-1552.

(15) Lefcort, M. D., "An Investigation Into Unsteady Blade Forces in Turbomachines", ASME, J. of Engineering for Power, Oct. 1965, pp.345-354.

(16) Parker, R., "Calculation of flow through cascades of blades having relative motion and the generation of alternating pressures and forces due to interraction effects", I. Mech. E., Vol.182, Pt 1 No.11, 1967, pp.229-242.

(17) Rai, M. M., "Unsteady Three-Dimensional Navier-Stokes Simulations of Turbine Rotor-Stator Interaction", AIAA-87-2058, June 1987.

(18) Jorgenson, P. C. E. and Chima, R. V., "An Explicit Runge-Kutta Method for Unsteady Rotor/Stator Interaction", AIAA-88-0049, Jan. 1988.

(19) 山本, 大宮司, "非定常静動翼列干渉問題の数値計算法", 第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 1988, pp.93-96

(20) Bowerman, R. D. and Acosta, A. J., "Effect of the on Performance of a Centrifugal-Pump Impeller", ASME, July 1957, pp.1057-1069.

(21) Worster, R. C., "The Flow in Volutes and Its Effect on Centrifugal Pump Performance", I. Mech, E., Vol.177, No.31, 1963, pp.843-865.

(22) 妹尾, "ポンプうず形室における圧力分布の理論解析", 機論 (第2部), Vol.35, No.278, (昭44-10), pp.2091-2098.

(23) Kurokawa, J., "Theoretical Determinations of the Flow Characteristics in Volute", IAHR 10th Symposium 1980, Tokyo, pp.623-634.

(24) Wesche, W., "Designing Pump Volutes with Thick Casing Tongues", Sulzer Tech. Review, April 1980, pp.157-161.

(25) Kurokawa, J. and Amasaka, Y., "Experimental Determinations of Flow Characteristics in Volute", IAHR 11th Sumposium, Amsterdem, 1982, Vol.3, paper 75.

(26) Thomas, M. E., Shimp, N. R., Raw, M. J., Galpin, P. F. and Raithby, G. D., "The Development of an Efficient Turbomachinery CFD Analysis Procedure", AIAA-89-2394, July 1989,

(27) Manfrass, U., "Effect of the Volute Casing on the Impeller Flow of a Centrifugal Pump", Proc. 4th Conf. on Fluid Machinery, Budapest, 1972, pp.783-799.

(28) Ogawa, T., "Eine theoretische Analyse der Storömung durch ein Radiallaufrad mit nachgeschaltetem Spiralgehäuse", Instituts Bericht, Institut für Strahlantriebe und Turboarbeitsmaschinen, R. W. T. H. Aachen, Nr. 77-02, 1977.

(29) Corniglion, J., Albano, G., "Theoretical and Experimental Study of Flow Through Centrifugal Pumps", IAHR 9th Symposium, Colorado, 1978.

(30) Kamimoto, G., Ohshima, T., Mizutani, M and Mizutani, H., "Applications of Singularity Method in Turbomachinery", IAHR 10th Symposium, Tokyo, 1980, pp.649-660.

(31) Shimpson, H. C., Clark, T. A. and Weir, G. A., "A Theoretical Investigation of Hydraulic Noise in Pumps", J. Sound. Vib., 5-3 (1967), pp.456-488.

(32) 湯浅, 日向, "遠心ポンプ羽根車後方の変動流れ", 機論, Vol.45. №392, B (昭54-4), pp.484-494.

(33) Murakami, M., Kikuyama, K. and Asakura, E., "Velocity and Pressure Distributions in the Impeller Passages of Centrifugal Pumps", ASME, J. of Fluids Engineering, Vol.102, Dec. 1980, pp.420-426.

(34) 長谷川, 菊山, 前田, "遠心ポンプ羽根車内のキャビテーションに及ぼすうず巻室の影響", ターボ機械協会15周年記念沖縄講演会, 昭63-11, pp.114-119.

(35) 菊山，長谷川，前田，“遠心ポンプ羽根車内の圧力変動”，機論，Vol.54，No.504，B（昭和63-8），pp.2038-2046.

(36) 菊山，長谷川，前田，“遠心ポンプ羽根車流路内の圧力変動”，機論，Vol.55，No.518，B（1989-10），pp.3113-3121.

(37) Milne, L. M. and Thomson, C. B. E., "Theoretical Hydrodynamics", Macmilian & Co LTD., (1968), p.214.

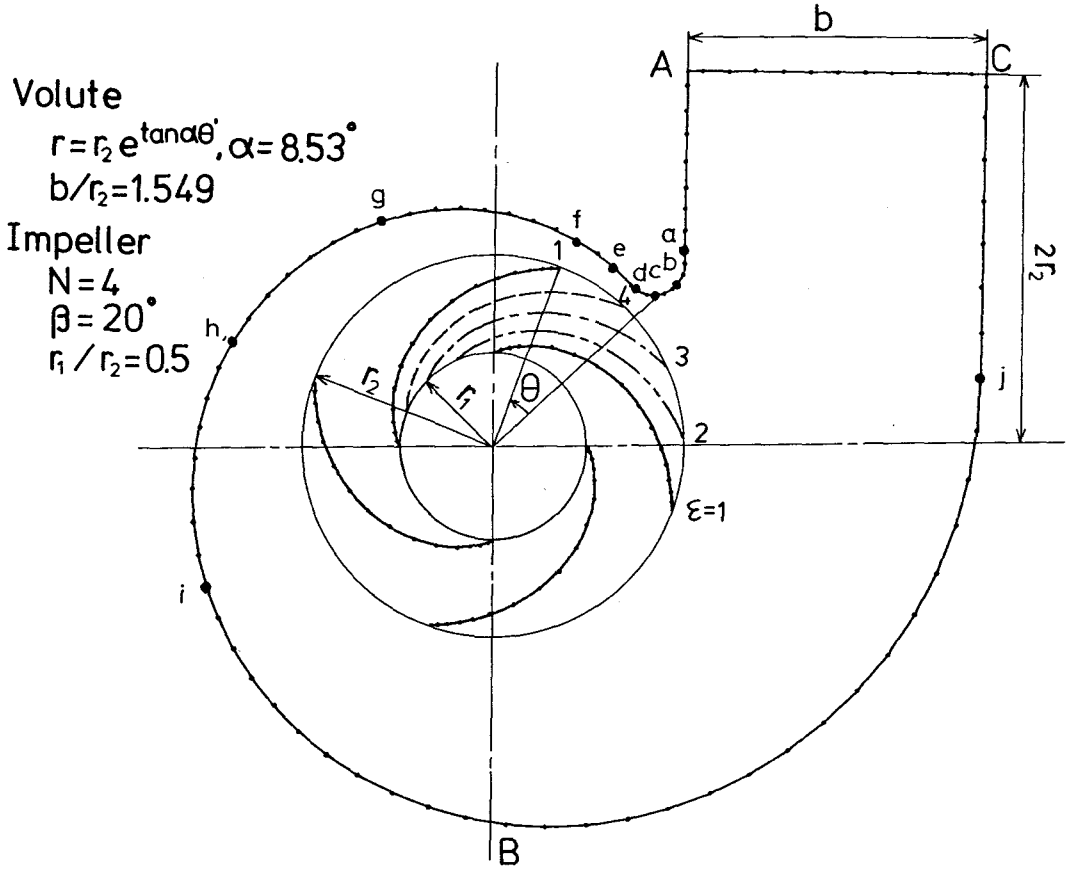
(38) Von Kármán, T. and Burgers, J. M., "General Aerodynamic Theory Vol.2", Julius Springen, (Berlin), 1935, p.50.

(39) Stepanoff, A. J., "Centrifugal and Axial Flow Pumps", John Willey & Sons, 1967.

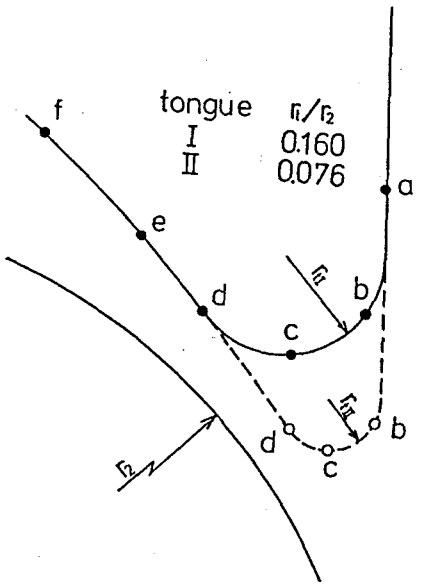
(40) Biheller, H. J., "Radial Force on the Impeller of Centrifugal Pumps With Volute, Semivolute, and Fully Concentric Casings", ASME, Trans. Ser. A, Vol.187, No.3, 1965, pp.319-323.

(41) 三宅，小川，池本，“遠心羽根車の羽根面境界層について”，機論（第２部），Vol.41，No.342，(昭50-2)，pp.492-501.

(42) 今井，“流体力学（前編）”，（昭48），裳華房

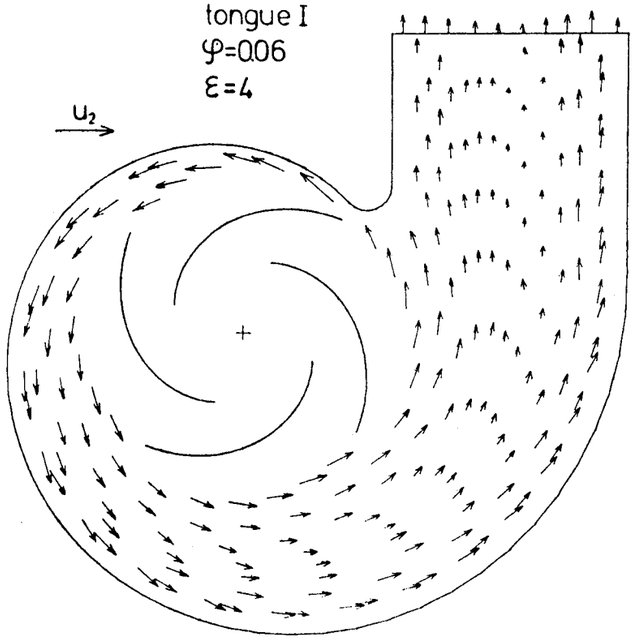


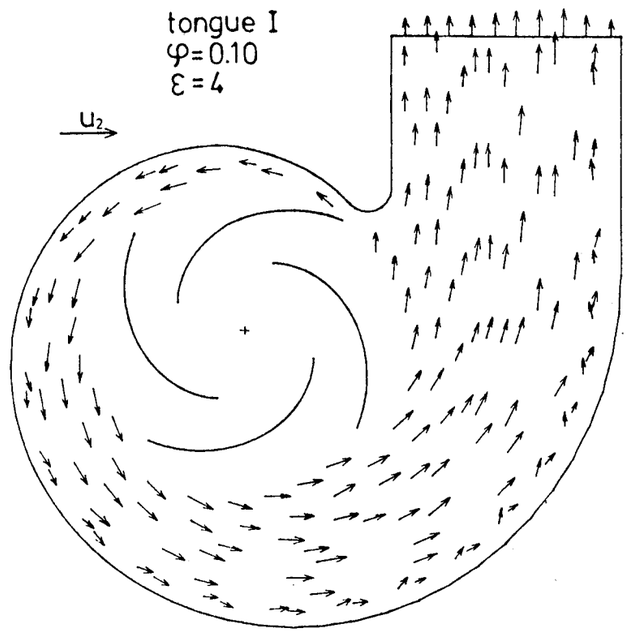
(a) 羽根車とケーシングの形状

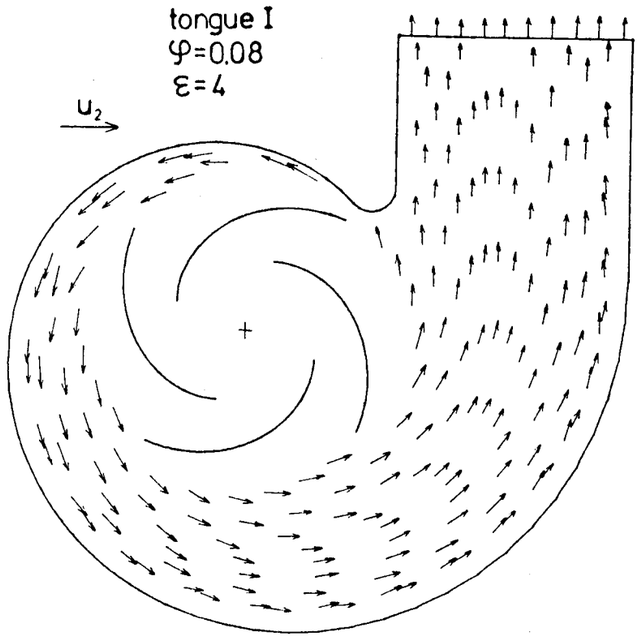


(b) 舌部形状

図1 (a) 羽根車とケーシングの形状 (b) 舌部形状







Volute
$r = r_2 e^{\tan\alpha\theta}$, $\alpha = 8.53^\circ$
$b/r_2 = 1.549$

Impeller
$N = 4$
$\beta = 20^\circ$
$r_1 / r_2 = 0.5$

図 2　流れ場の計算例

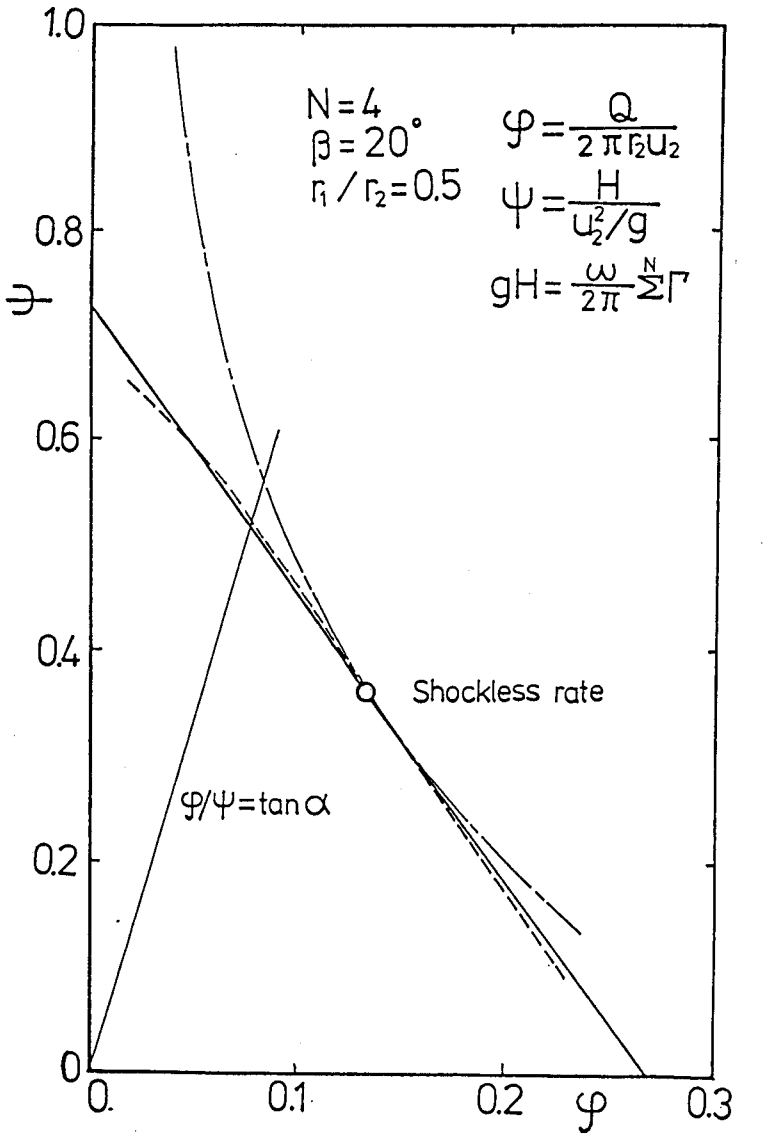

—— 渦分布にEularの公式を適用
—·— 圧力差によるトルクから算出（前縁吸引力補正なし）
-------- 圧力差によるトルクから算出（前縁吸引力補正あり）
N=4
β=20°
r1/r2=0.5
φ=Q/2πr2u2
ψ=H/u2²/g
gH=ω/2π ΣΓ
Shockless rate
φ/ψ=tanα
ψ
φ
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0.
0.1
0.2
0.3

図 3　羽根車性能曲線

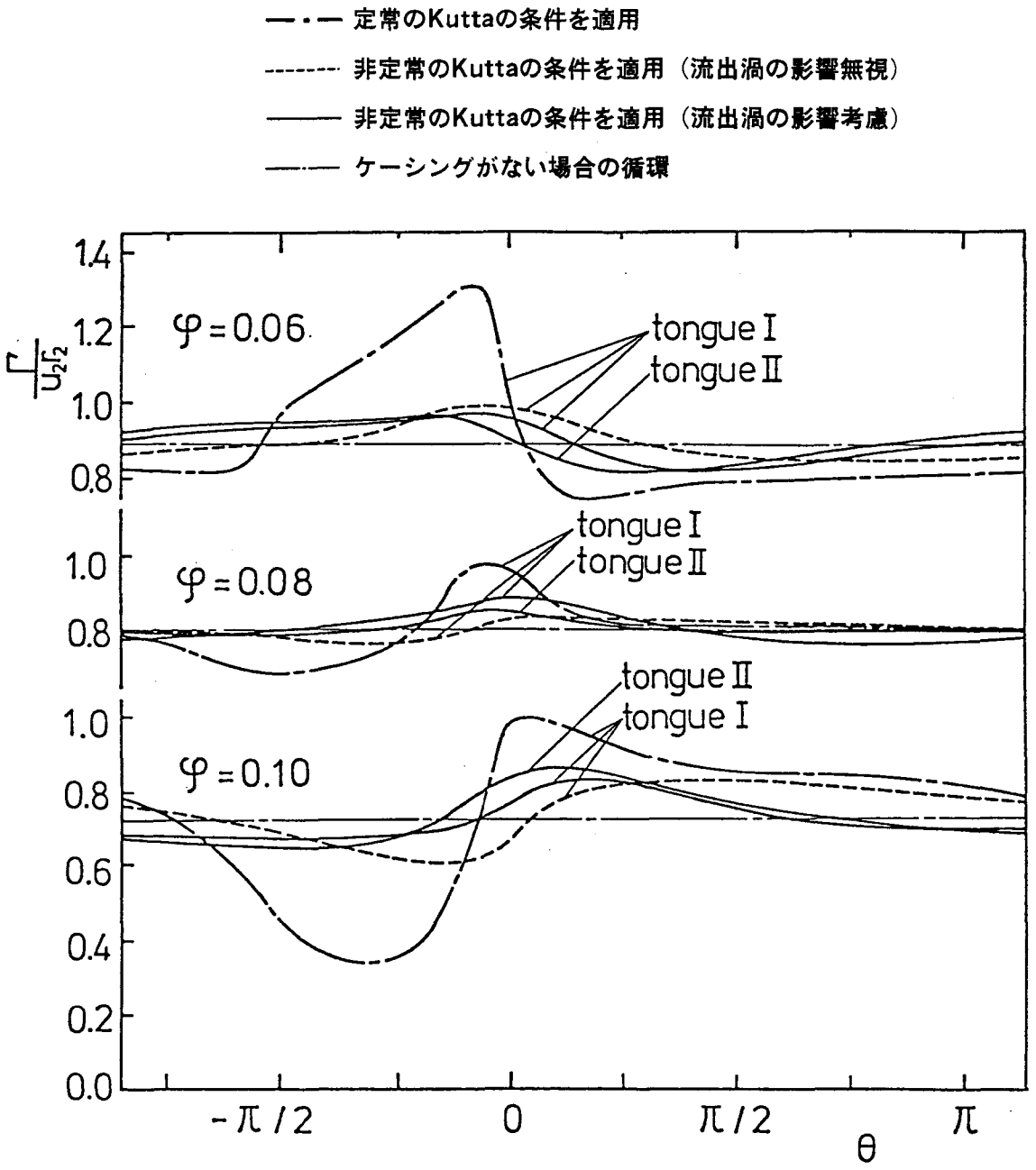
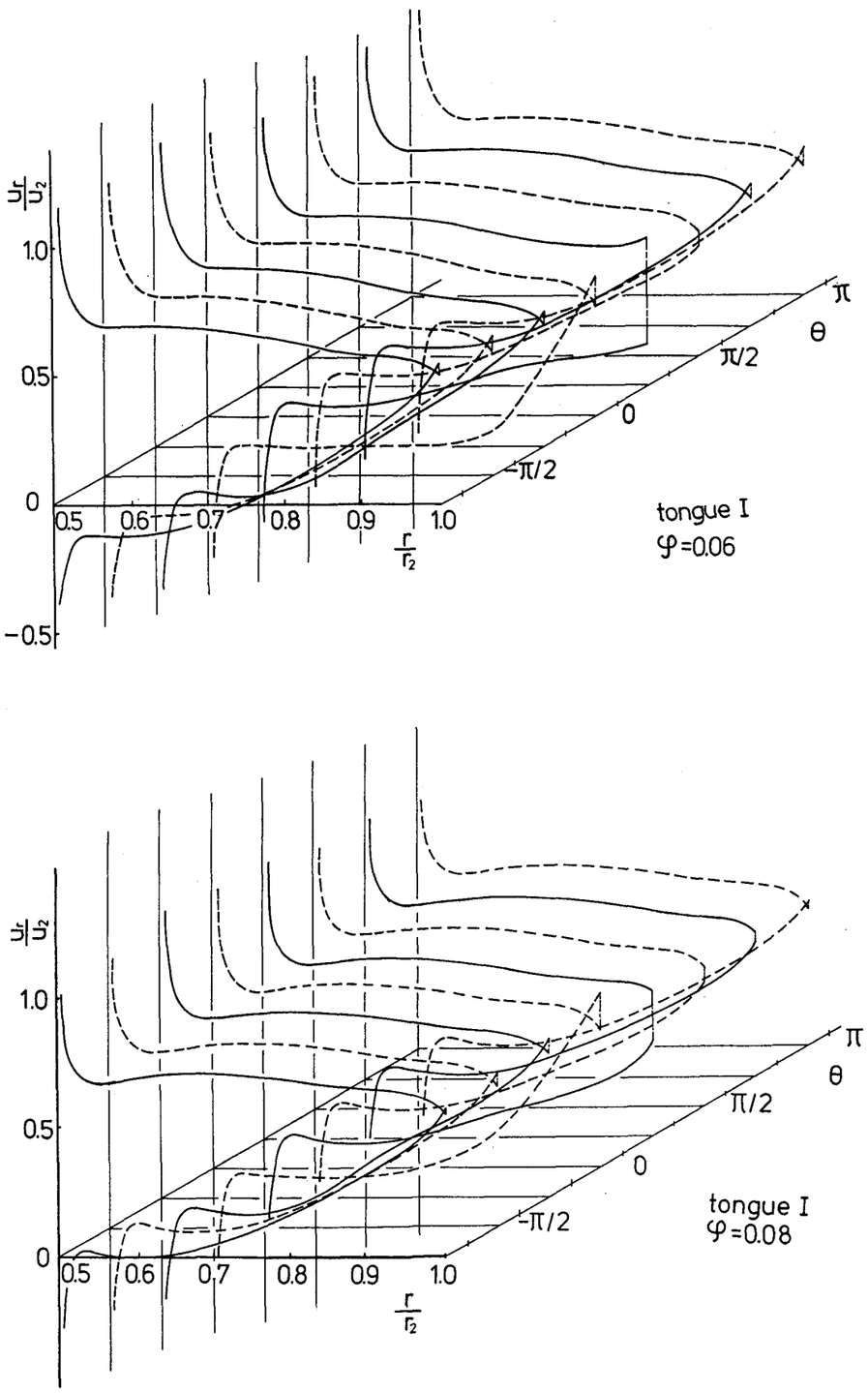
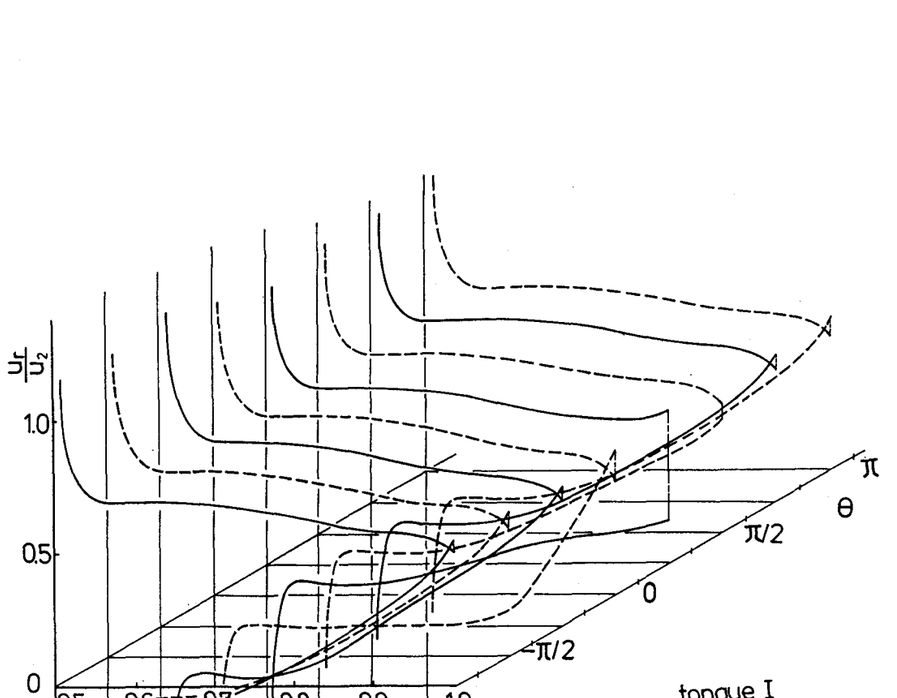


図４　羽根車循環変動（翼１枚当り）


$\frac{v_r}{v_2}$
1.0
0.5
0
−0.5
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
$\frac{r}{r_2}$
π
θ
π/2
0
−π/2
tongue I
φ=0.06


$\frac{v_r}{v_2}$
1.0
0.5
0
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
$\frac{r}{r_2}$
π
θ
π/2
0
−π/2
tongue I
φ=0.08

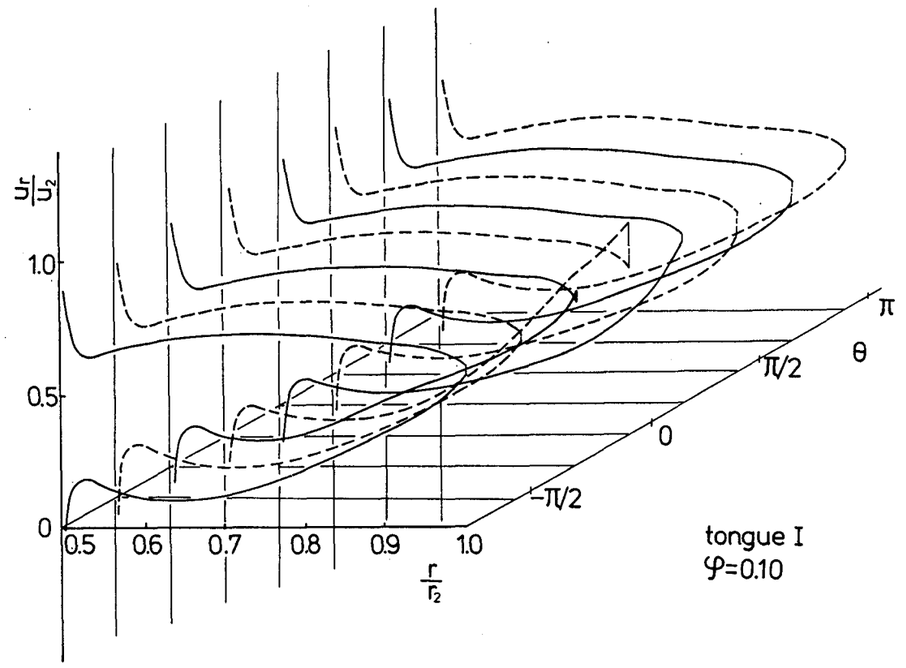

$\frac{v_r}{v_2}$
1.0
0.5
0
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
$\frac{r}{r_2}$
π
θ
π/2
0
−π/2
tongue I
φ=0.10

図 5　羽根面速度分布

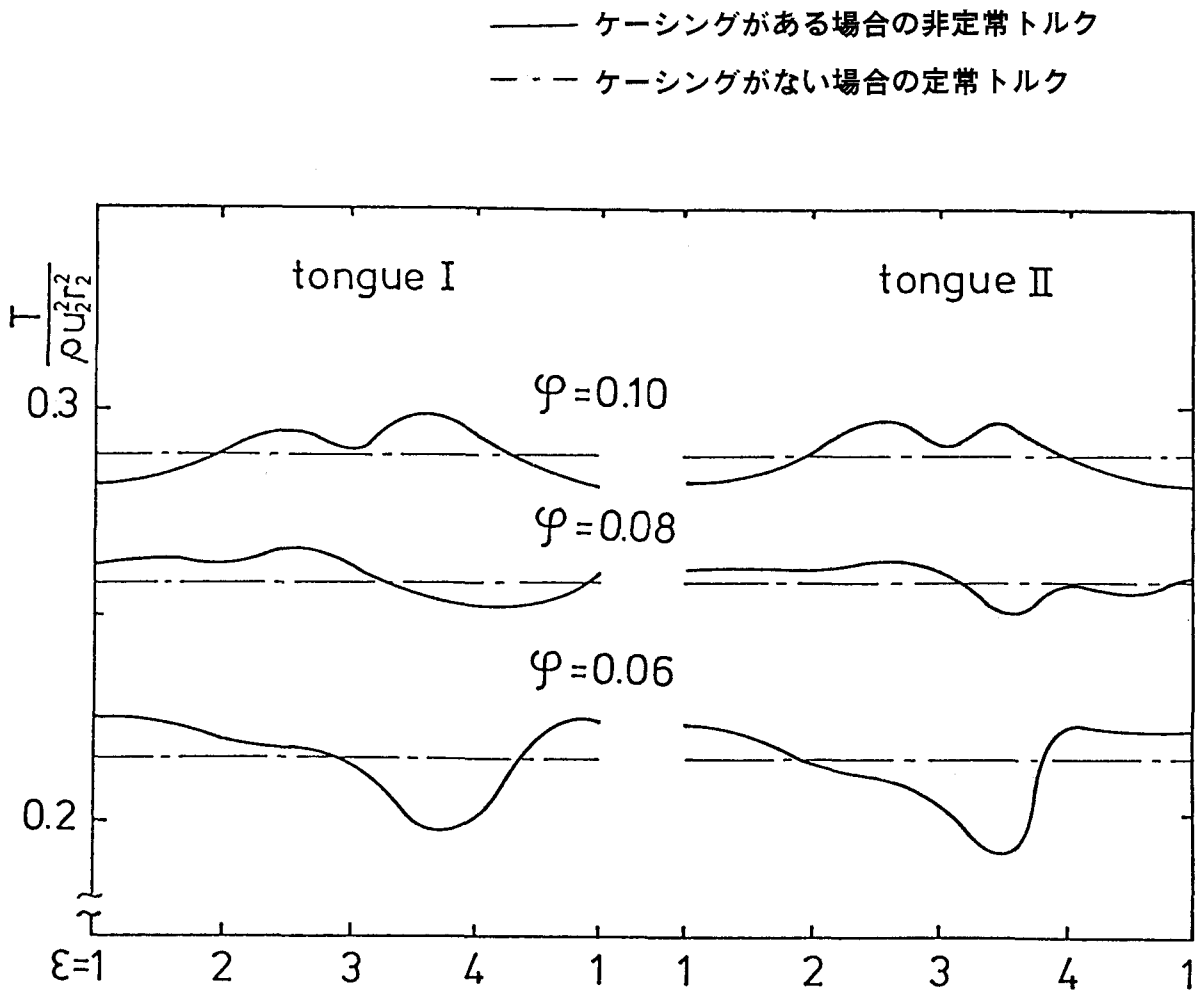


図6　羽根車のトルク変動（羽根車位置 ε は図1に示す）

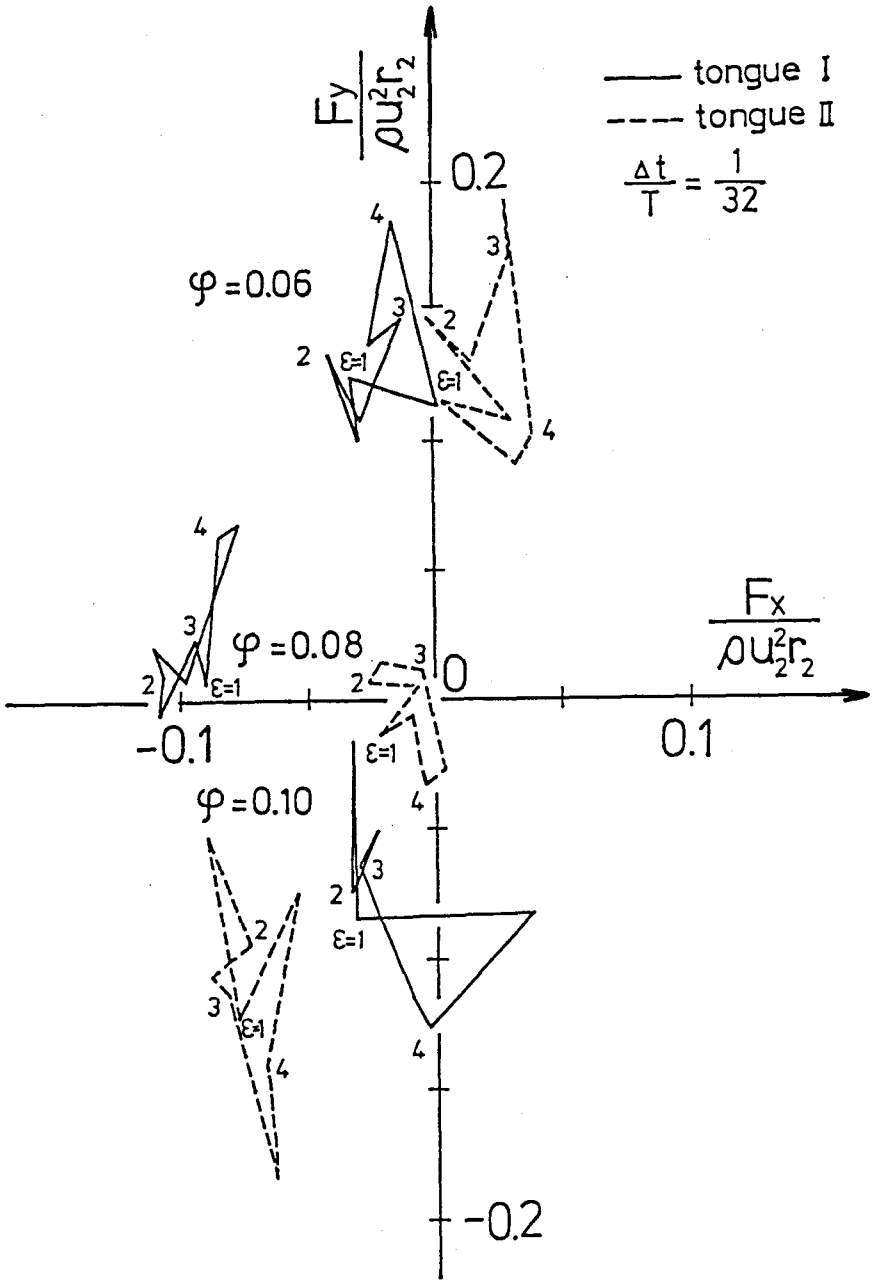


図7　径方向推力の変動

（羽根車位置 ε は図1に示す）

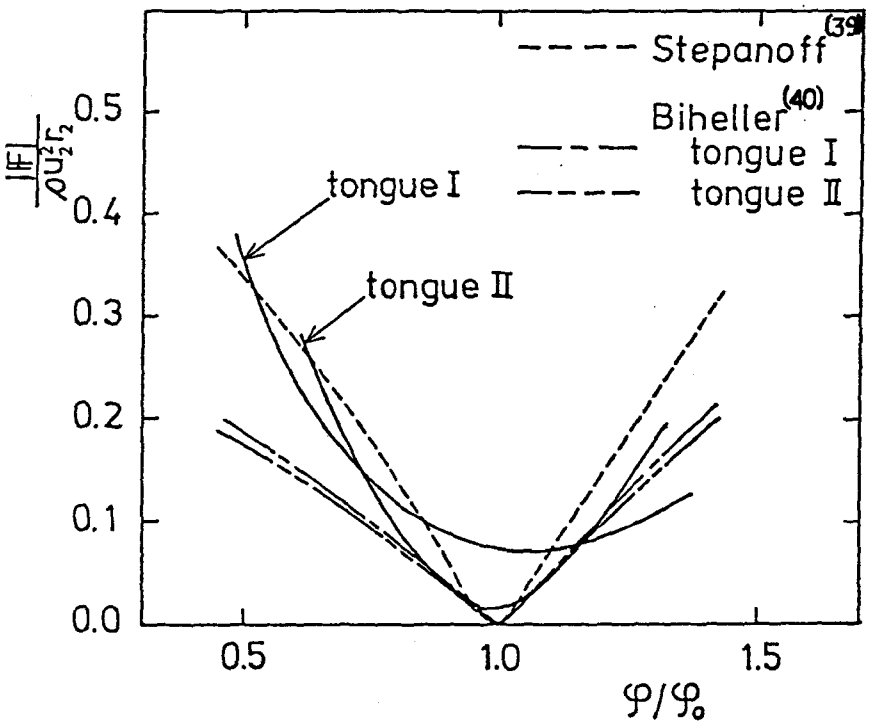


図 8　径方向推力の時間平均の実験式との比較

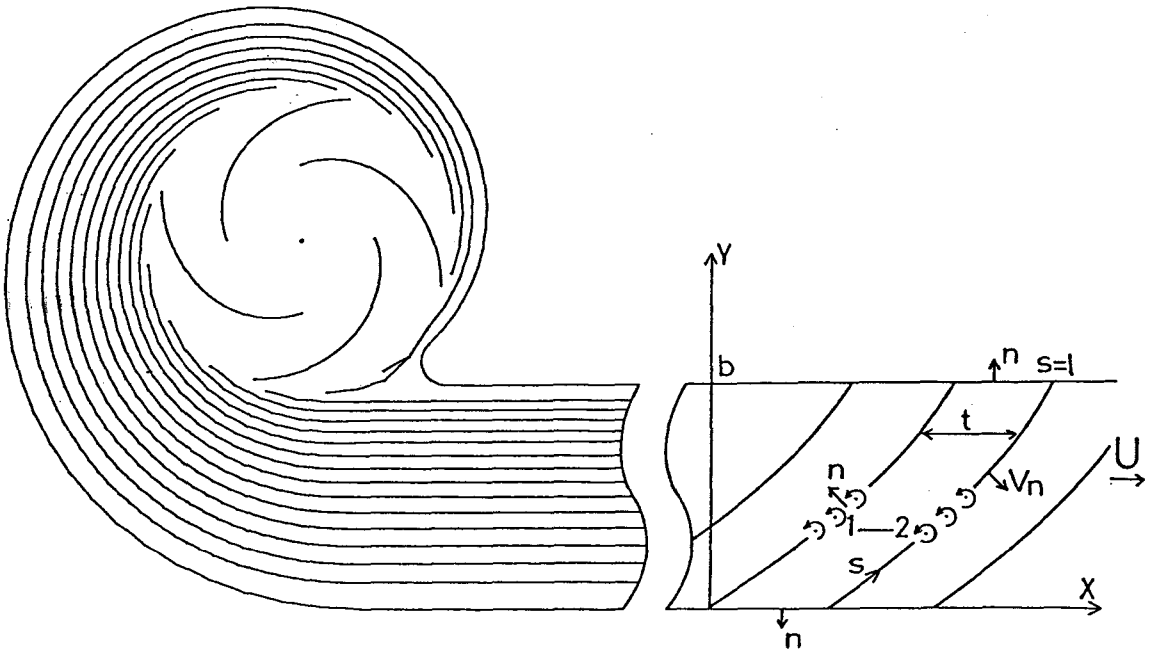


図 9　流出渦エネルギーの計算のための検査面

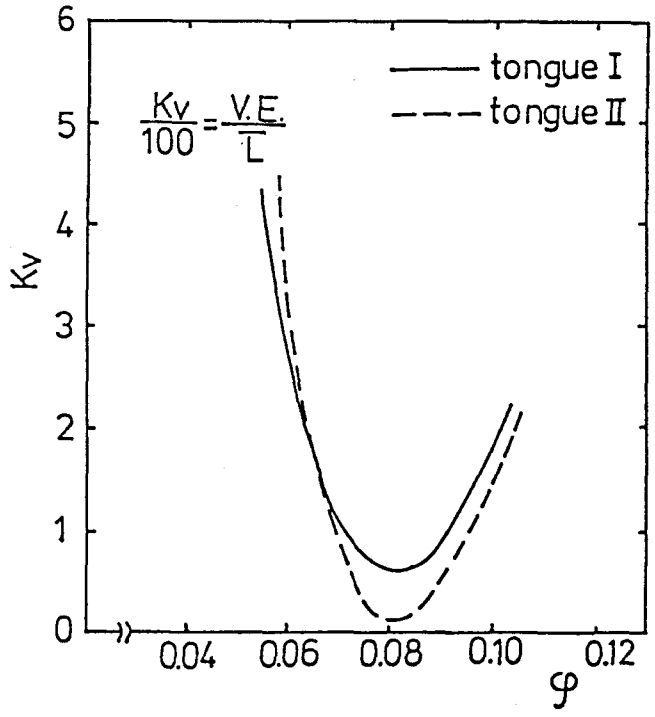


図10　流出渦エネルギー

ψ_{free}　：ケーシングがない場合のヘッド係数

ψ^*　：流出渦エネルギー損失を引いた有効ヘッド

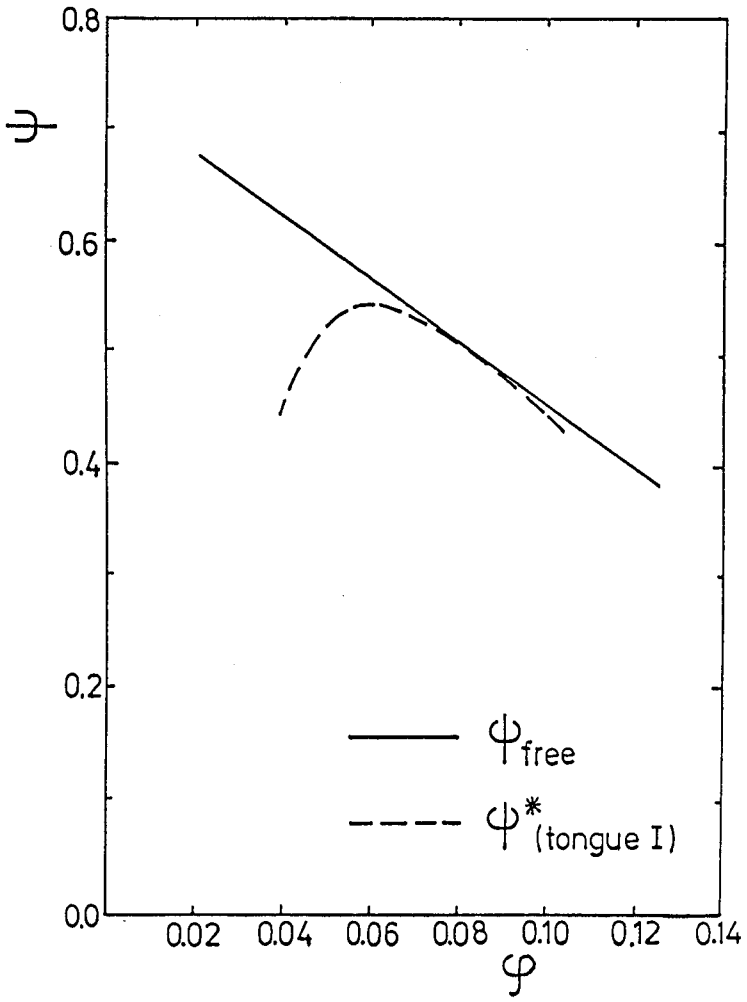


図11　流出渦エネルギーを考慮した有効ヘッド

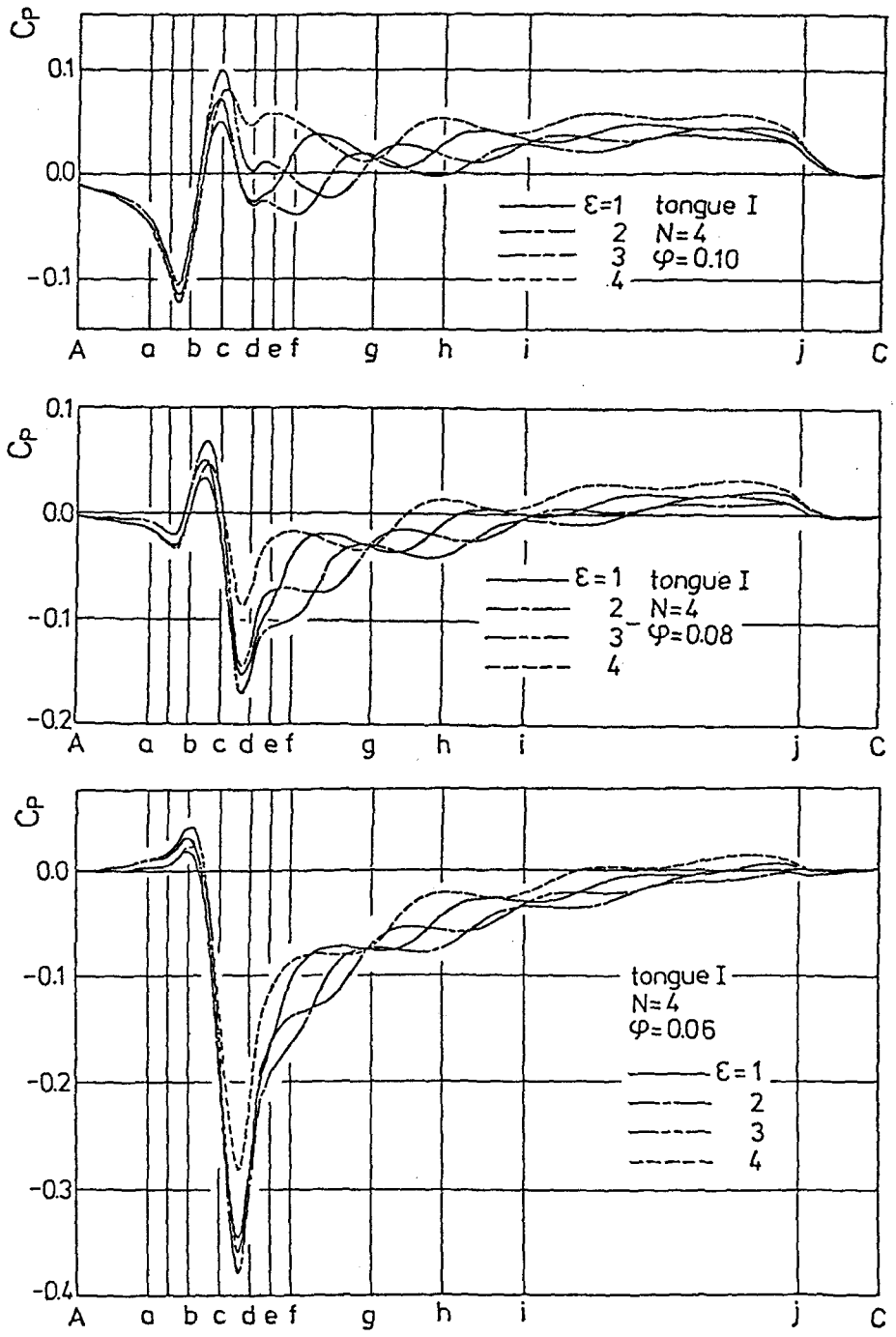
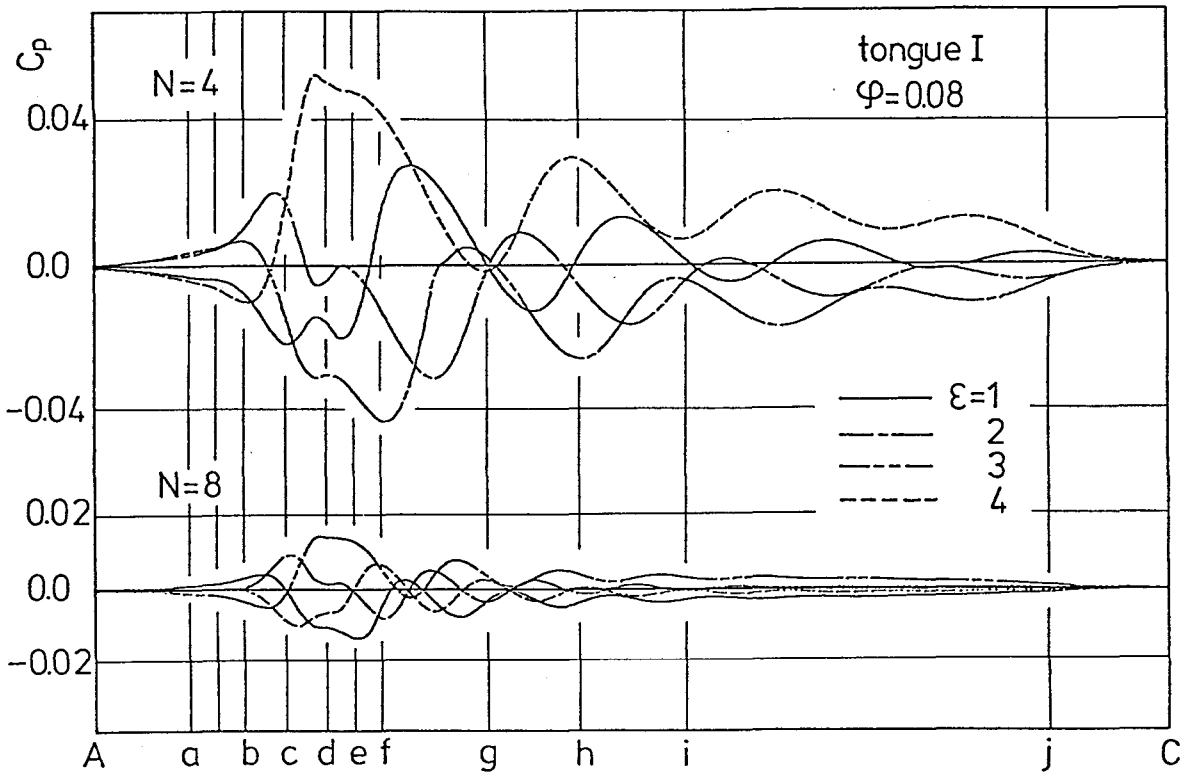
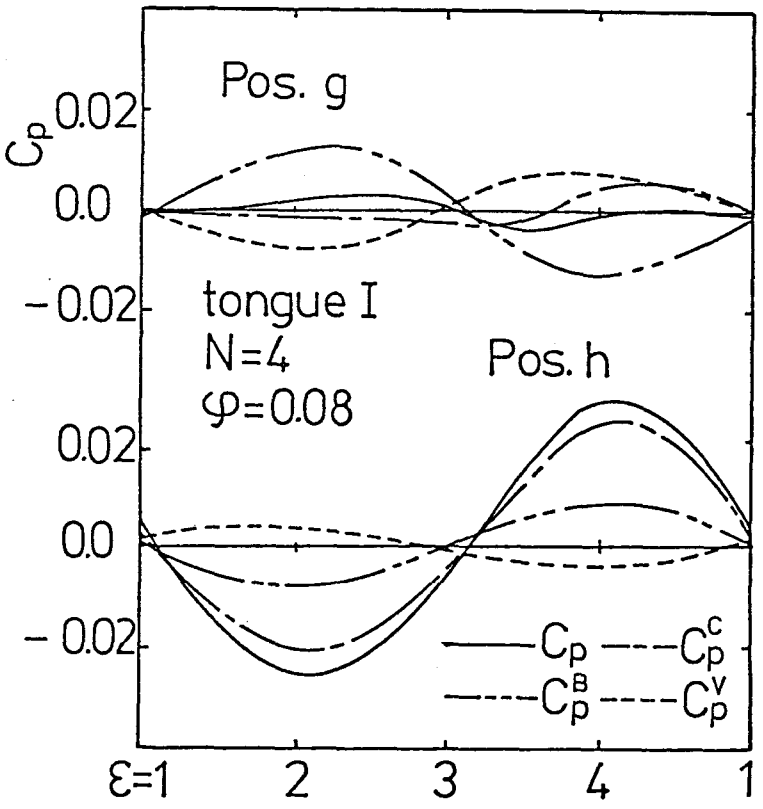


図12　ポテンシャル干渉によるケーシング壁圧力変動（位置a-jは図１に示した）



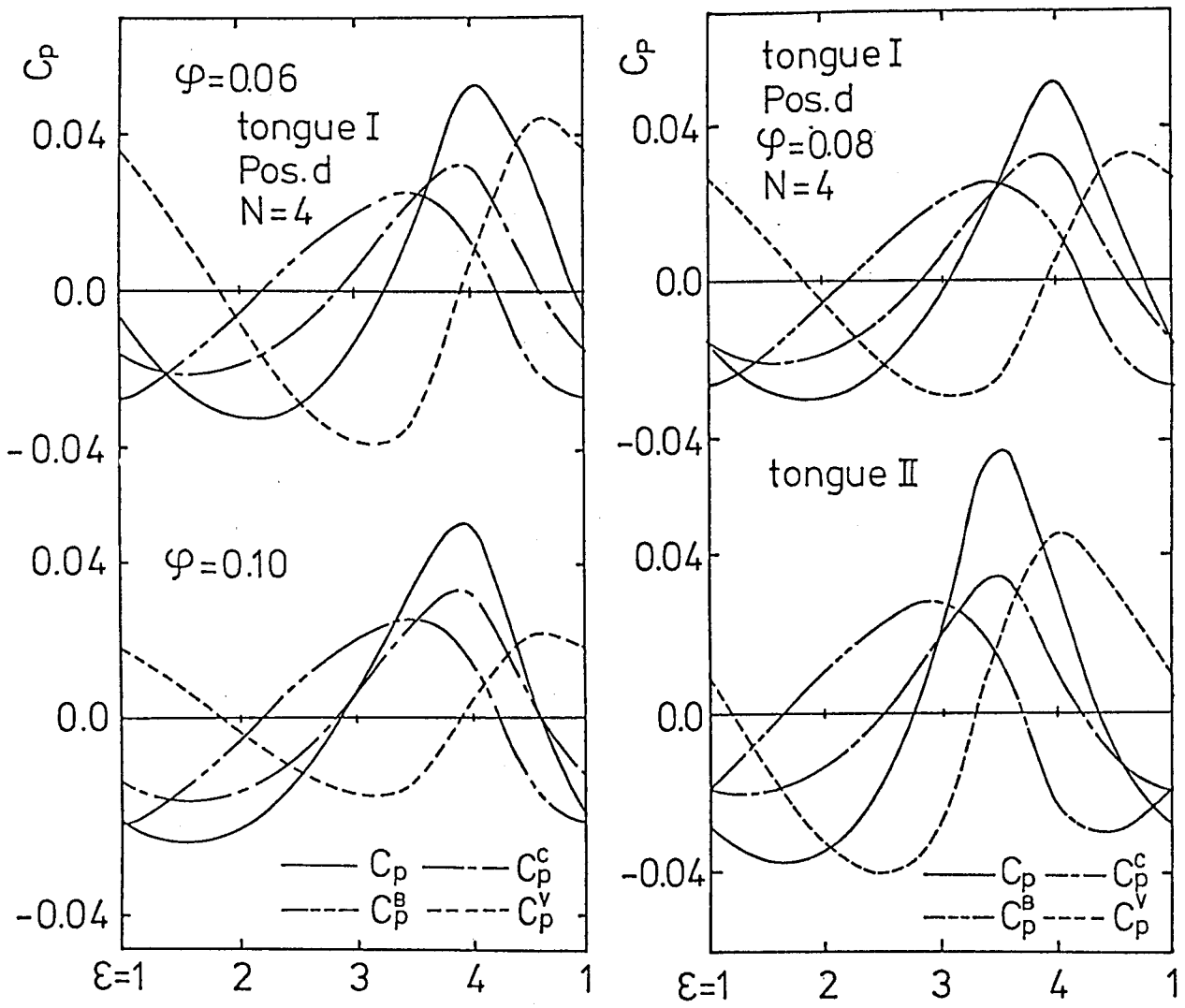
（位置a-jは図１に示した）

図13　ポテンシャル干渉によるケーシング壁圧力の変動成分（羽根枚数の影響）



（羽根車位置εは図1に示す）

図14　位置g, hの圧力変動の成分表示



（羽根車位置 ε は図 1 に示す）

図15　ポテンシャル干渉による圧力変動に及ぼす流量，舌部形状の影響

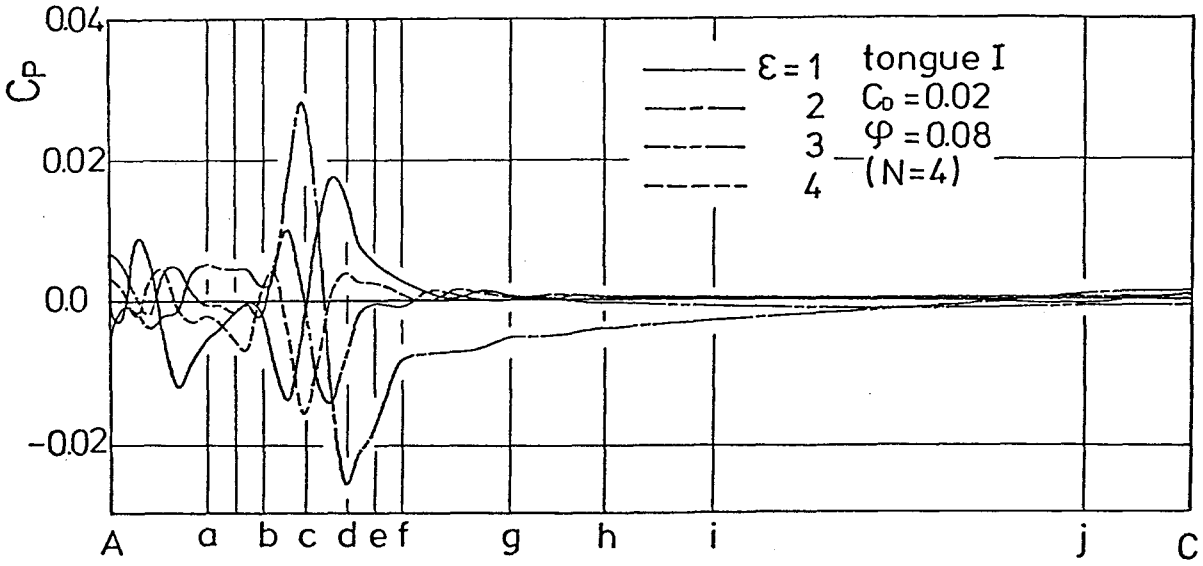


図16　粘性伴流干渉によるケーシング壁の変動圧力

（位置a-jは図１に示した）

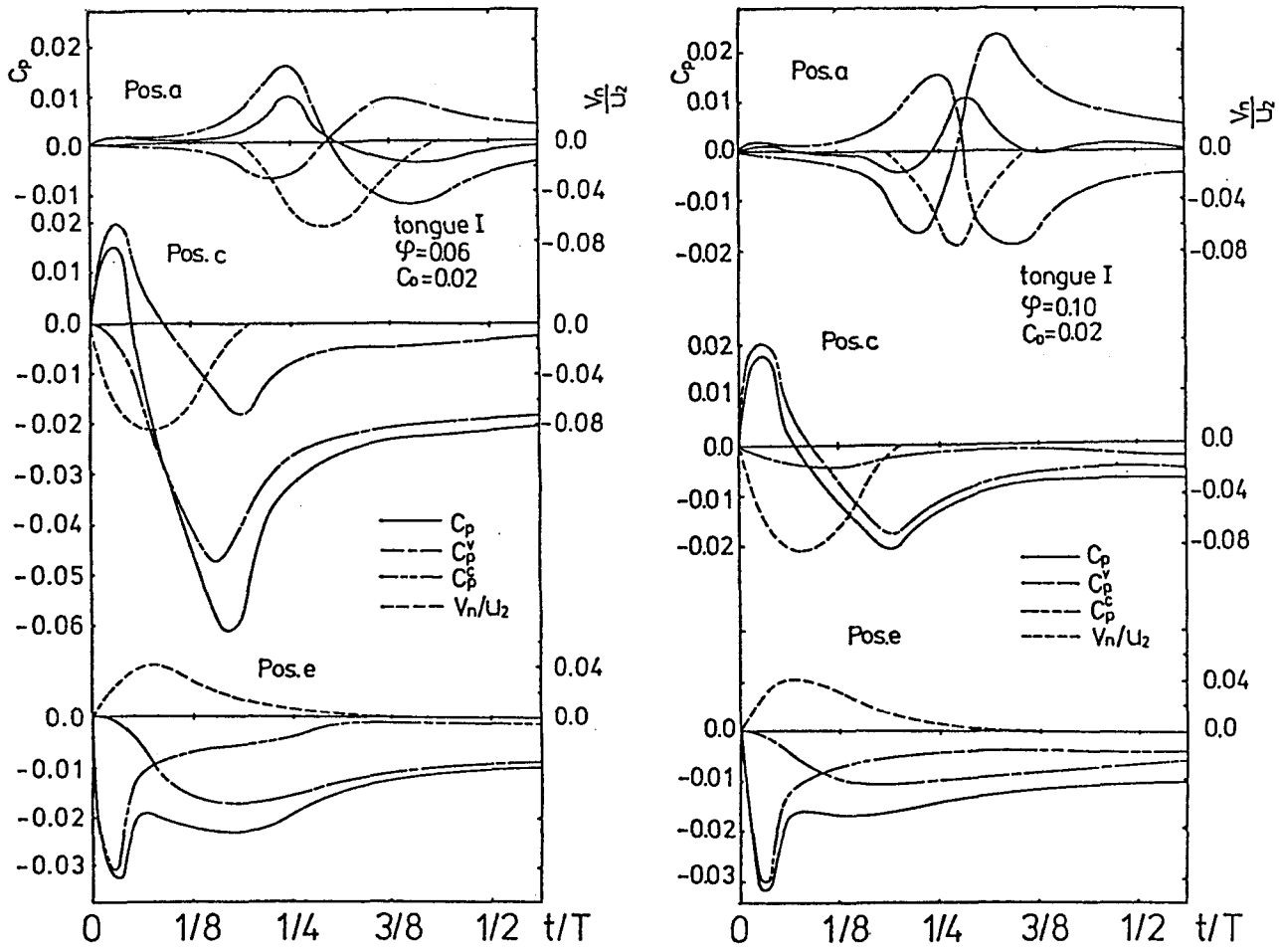


図17　単一の伴流によって生じるケーシング壁の圧力変動

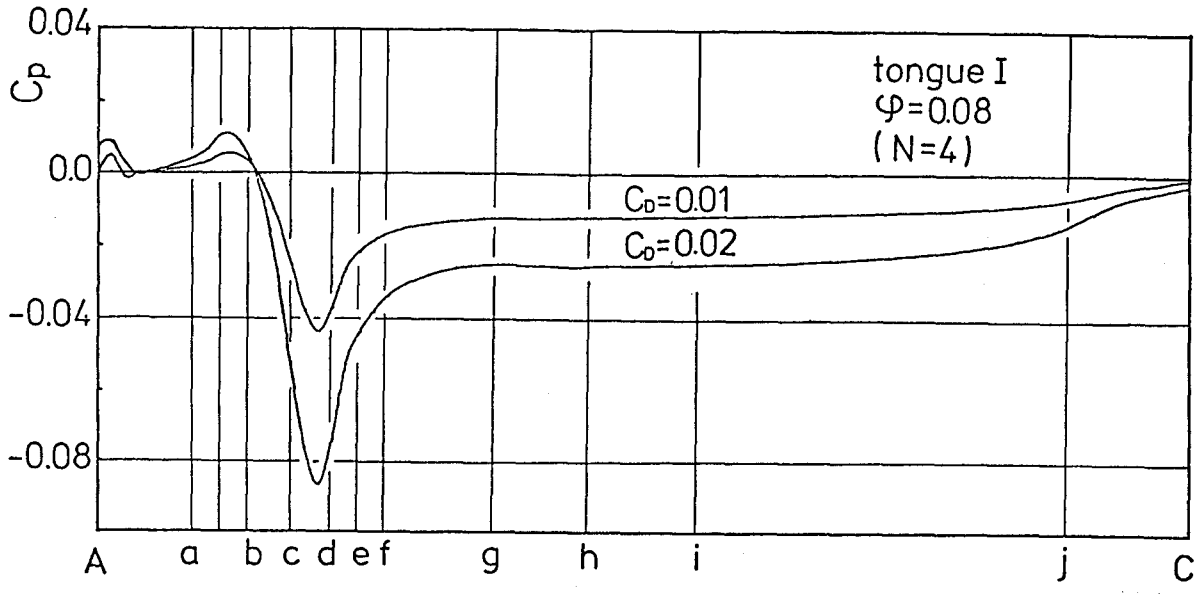


図18　粘性伴流の存在によって生じるケーシング壁の平均圧力の降下

（位置a-jは図１に示した）

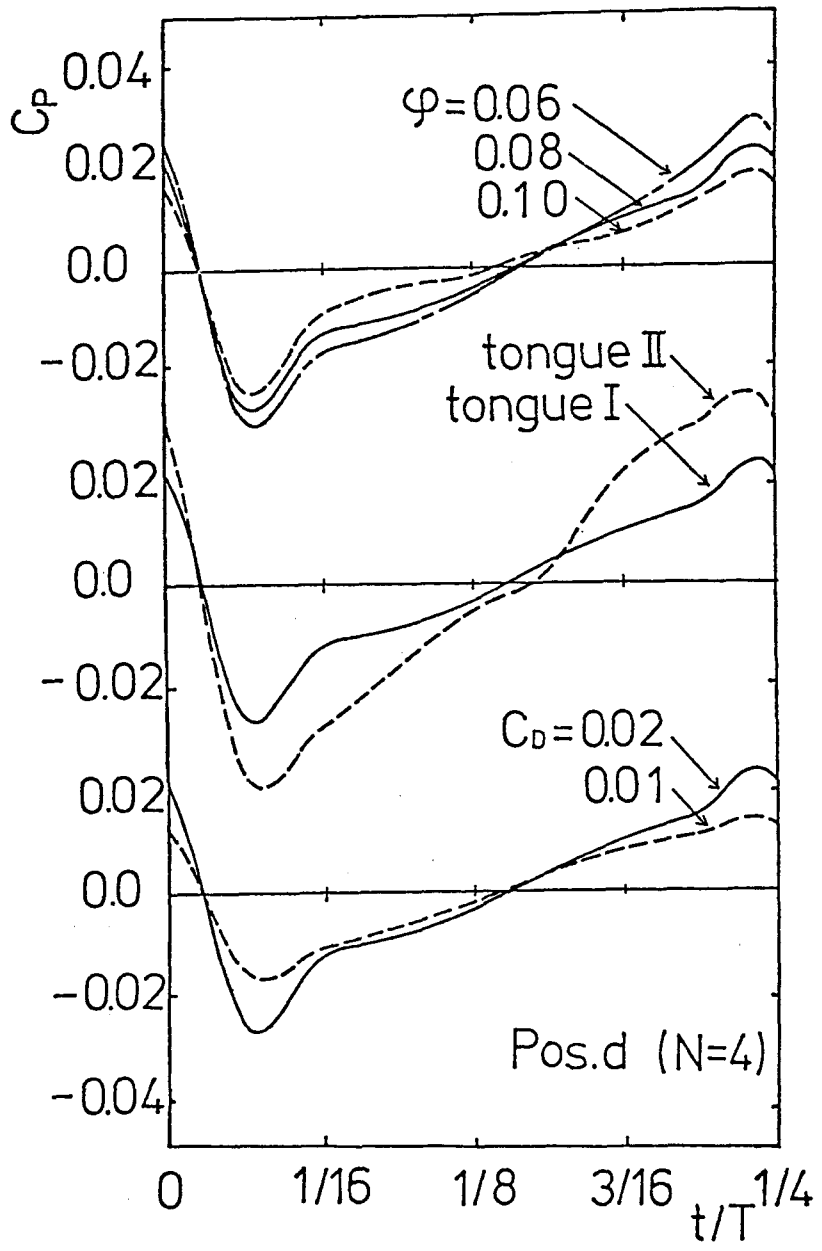


図19　粘性伴流干渉による圧力変動に及ぼす流量，舌部形状，抗力係数の影響

第３章　遠心羽根車の非定常トルクの解析

3.1 緒　言

遠心流体機械の定常性能については，すでに多くの研究がなされてきているが，非定常性能については，その基本流れの複雑さから軸流の場合に比べて研究は少ない。しかしポンプ水車のポンプトリップ時や系統のサイクル変動にともなう回転数変動，また原子力一次冷却材ポンプの緊急停止等，プラントおよび機器の安全性と信頼性には，非定常性能を把握しておくことは設計上重要な課題となっている。

ポンプの非定常性能を扱った研究としては，実験的には Miyashiro[1]，塚本[2]～[4]，斉藤[5] らによって，ポンプの起動および停止時の過渡性能が研究されており，こういった場合の性能予測には準静的な考え方だけでは限界があることが指摘されている[3]。

一方理論面では，大橋らは等角写像により円形翼列を直線翼列に置き換える方法により流量が周期的に変動する場合[6] や始動時の過渡性能[7] を，また特異点法を直接円形翼列に対して用いる方法により流量急変時の過渡性能[8] を計算し，実験結果と詳細に比較している。また Isay[9]，谷田は actuator disk理論[10] と特異点法[11] により遠心羽根車の翼のフラッタ問題を扱い，西岡らは[12]～[13] 直線放射状羽根車の振動に着目し，特異点法により翼が位相差を持って振動する場合の非定常流体力を解析している。

しかし非定常性能を扱った文献（６）～（８）の研究は，特定の羽根車について非定常性能の実験値と理論値を比較することにより非定常流れ現象を解明しようとするものであり，羽根車諸元と非定常性能の関係についてはとくに言及されていない。

またこういった非定常流れ下においては，その非定常性により仮想質量[14] が大きく影響することが予想され，軸系の設計にもこれを考慮しておく必要があるが，振動物体に対する仮想質量に関する理論的研究は，簡単な形状の物体に対しても意外と少なく[15]，遠心流体機械の羽根車に対しては，鬼頭による放射直線羽根を持つ水車ランナ模型の実験[16] とねじり振動に対する理論解析[17]，古屋[18] らによるプロペラ形羽根車による実験と簡単な計算

法が見られるにすぎない。一方，von Kármán，Sears [19] は，一様流中の単独翼に働く非定常揚力が，準定常揚力，仮想質量による揚力，流出渦による揚力の三成分に分離できることを示し，これらの影響を明確に示している。

こういった状況の中で本研究では，非定常性を考慮する必要がある遠心流体機械において，設計段階で遠心羽根車に作用する非定常トルクが予測出来るデータを得ることを目的とし，遠心羽根車について理論的に非定常トルクを解析し，これに物理的解釈を加え，各々の成分について広範囲な遠心羽根車について推定できる方法を提案した。

本研究では流量および角速度が周期的ならびに過渡的に変動する場合を扱い，遠心羽根車の非定常トルクについても，準定常成分，仮想質量成分，流出渦成分に分離でき，多くの場合流出渦によるトルク成分は他の成分にくらべて小さいことを示す。また，流量変動および回転数変動に対する仮想質量トルク係数を広範囲の対数らせん羽根車について求め，流出渦の影響が無視できる場合については，仮想質量トルク係数と羽根車の定常特性より容易にトルク変動が計算できることを示す。

流れは二次元非粘性非圧縮性流れでケーシングのない場合を考え，流れは翼面に沿うものと仮定し，はく離やキャビテーションはないものとする。解析には物理面で直接特異点法を適用する方法を用いた。

また本研究は後，準三次元羽根車 [20]，斜流羽根車 [21] について拡張され，実験的にも仮想質量トルク係数 [22] について確認された。

3.2 記　号

C_a^{φ}, C_a^{Ω} ： 仮想質量トルク係数（流量変動，角速度変動）

F ： トルク係数

i, j ： 虚数（$=\sqrt{-1}$）（座標，時間）

k ： 無次元振動数

N ： 羽根枚数

p ： 圧　力

Q(t), Q_0 ： 流量，平均流量（わき出し）

r_1, r_2 ： 羽根車内径，外径

T ： トルク

t ： 時　間

u_x, u_y ： 複素速度（x方向成分，y方向成分）

z ： 複素数　$z = x + iy$

β ： 羽根角度

γ_0, Γ_0 ： 翼面の法線方向誘起速度が0の渦分布，循環

γ_1, Γ_1 ： 翼面の法線方向じょう乱速度を打消す渦分布，循環

γ_2, Γ_2 ： 流出渦によって誘起される速度を打消す渦分布，循環

γ_b ： 翼の渦分布（総和）

γ_s, Γ_s ： 定常渦分布，定常循環

γ_v ： 流出渦分布

τ ： 加速時間

ϕ ： 速度ポテンシャル

φ, φ_0, $\Delta\varphi$ ： 流量係数，平均流量係数，変動流量係数振幅

ψ, ψ_s ： 揚程係数，締切揚程係数

Ω, Ω_0, $\Delta\Omega$ ： 角速度，平均角速度，変動角速度振幅

ω	:	変動角速度

添　字

s	:	定常成分
a	:	仮想質量成分
q_s	:	準定常成分
w	:	後流成分
*	:	無次元値を示す
—	:	共役複素数

3.3 基 礎 式

まず最初に，本章で扱う羽根車の非定常流れ場と，非定常トルクを表わす基礎式について述べる。

3.3.1 複素速度

計算モデルとして第1章と同様，図1に示すように羽根車中心に原点を持つ静止座標 $z = x + iy$ を考える。羽根車中心にわき出し $Q(t)$ を置き，翼の渦分布を $\gamma_b(s,t)$，流出渦分布を $\gamma_v(s',t)$，とするとある時刻 t での複素速度は次式で与えられる。

$$u_x - iu_y\Big|_{\substack{z=z\\t=t}} = \frac{Q(t)}{2\pi}\frac{1}{z} + \frac{1}{2\pi i}\sum^{N}\int_{s_1}^{s_2}\frac{\gamma_b(s,t)}{z-z(s)}dh(s) + \frac{1}{2\pi i}\sum^{N}\int_{s_2'}^{\infty}\frac{\gamma_v(s',t)}{z-z(s')}dh(s') \qquad \cdots\cdots (1)$$

ここで $\sum^{N}$ は各翼についての和を意味する。

後縁で圧力差が0となる非定常の場合の Kuttaの条件は，第2章で述べたとおり次式となる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}\int_{s_1}^{s_2}\gamma_b(s,t)dh(s) &= -w(s_2)\gamma_b(s_2,t)\\ &= -w(s_2')\gamma_v(s_2',t)\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots (2)$$

ただし，$w(s_2) = w(s_2')$ は後縁での相対速度の翼上下面の平均値であり，式(2)は翼の循環の時間変化分が流出渦となって後縁から流出することを示している。このようにして流出した渦には外力が作用しないのでその点の局所速度で流される。そこで渦の減衰を考えない場合，$\gamma_v(s',t)$ の強さと位置は，$\tau < t$ での $Q(\tau)$，$\Omega(\tau)$，$\gamma_b(s,\tau)$，$\gamma_v(s',\tau)$ により決めることができる。

3.3.2 境界条件

羽根車の角速度を$\Omega(t)$とし，翼の接線方向と座標系$z=x+iy$のx軸のなす角をαとすると，翼面に沿って流れる仮定から翼面の相対速度の法線方向成分が0となることより，

$$I_m\{e^{i\alpha}(u_x-iu_y+i\Omega(t)\cdot\overline{z})\}=0 \qquad \cdots\cdots (3)$$

従って，本章で扱う遠心羽根車の非定常の流れ場を解く問題はKuttaの条件（2）の下で$\gamma_b(s,t)$に関する積分方程式（1），（3）を解くことになる。この積分方程式は翼面上の数点で渦分布γ_bを未知数とし，後縁に対して式（2）を，翼面上の点に対して式（3）を適用して未知数の数に等しい数の条件を作ることによりγ_bに関する線形連立方程式に変換できる。この場合，特異点の処理及び前縁，後縁の処理については第2章と同様，村田ら[23]の方法を用いて計算精度を上げる手法を採用した。

3.3.3 羽根車に作用するトルク

羽根車に作用するトルクは，羽根車外径で囲まれた領域の角運動量の時間変化とこの領域への流入流出を考えると，次式で与えられる（付録に式（4）の導出を示した）。

$$\begin{aligned}T(t)=&\frac{\rho Q(t)}{2\pi}\sum^{N}\int_{s_1}^{s_2}\gamma_b(s,t)dh(s)+\rho\,\mathrm{Real}\Big[\sum^{N}\int_{s_1}^{s_2}\gamma_b(s,t)z(s)\\&\times\Big\{\frac{1}{2\pi i}\sum^{N}\int_{s_2}^{\infty}\frac{\gamma_w(s',t)}{z(s)-z(s')}dh(s')\Big\}dh(s)\Big]+\frac{\rho}{2}r_2^2\sum^{N}\frac{d}{dt}\int_{s_1}^{s_2}\gamma_b(s,t)dh(s)\\&-\frac{\rho}{2}\sum^{N}\int_{s_1}^{s_2}r^2(s)\frac{\partial}{\partial t}\gamma_b(s,t)dh(s)\end{aligned} \qquad \cdots\cdots (4)$$

上式第1項は原点のわき出し，第2項は流出渦の誘導速度によって翼面渦分布が受けるトルク成分を，第3項，第4項は翼面渦分布の非定常性による時間加速度によって生じるトルク成分を表している。

3.4 計 算 例

この節では前節で述べた計算方法に基づき，角速度変動がある場合の計算例について述べる。他の変動（例えば流量変動）がある場合についても，同じ方法で計算することが出来る。

3.4.1 周期的角速度変動がある場合

式（1）～（4）の計算例としてまず流量Q_0が一定で羽根車の角速度が

$$\Omega=\Omega_0+\Delta\Omega\, e^{j\omega t} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

で変動する場合を考える。ここで角速度の変動振幅$\Delta\Omega$は定常分Ω_0にくらべて十分に小さいとし，流出渦は原点に置いたわき出しQ_0と定常角速度Ω_0がある場合に生じる$\sum^{N}\Gamma_s$を原点に縮退させたときの流線に乗って流れるものと仮定する。この仮定より，回転座標系から見た流出渦形状は時間的に一定となる。この様子を図2に示す。また流出渦に関する式（1）右辺第3項の無限積分は，精度に影響しないところまで数値積分を行った。また翼面上の特異点の処理は，第2章と同様村田ら[23]が用いた方法を採用した。また式（4）を適用するにあたり微小じょう乱の仮定より時間変動量の積であらわされる項は高次の微小量として省略しトルク$T=T_s+\Delta T e^{j\omega t}$の時間変動量のみを考えた。本項の計算例では流量係数として表1に示す無衝突流入流量を選んだが，これ以外の場合についても本方法の適用は当然可能である。

本計算例では羽根数N，羽根角β，内外径化r_1/r_2の対数らせん羽根車について計算をおこなった。図3～5に次式で表される変動トルク係数の計算結果を示した。

$$F=\Delta T/\rho r_2^4\Omega_0\,\Delta\Omega \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

ただし，kは無次元振動数で

$$k=\omega/\Omega_0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

で定義する。

3.4.2　角速度がランプ状に変動する場合

次に流量Q_0が一定で，角速度が図6に示すように大幅にランプ状に変化する場合を考える。この計算では$t<0$では流量Q_0および角速度Ω_0は一定で，流出渦は加減速の始まる$t=0$で流出し始めるが，トルクがほぼ一定となるまで計算を行った。式（1）～（3）を時間ステップで時々刻々解くのであるが，変動の大きい場合を考えているので，流出渦は流出渦自体の誘導速度も含めて時々刻々の局所速度に乗って流れるとして計算を行った。図7，図8にこの時の流出渦の動きを示す。図9，10に変動トルクを$t<0$での角速度Ω_0を用いて無次元化したトルク係数

$$F=T/\rho r_2^4\Omega_0^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

の計算結果を無次元時間

$$t^*=t/(2\pi/\Omega_0) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

に対して実線で示した。ケース1，2とも$t=0$での流量係数は，$\varphi=Q_0/(2\pi r_2^2\Omega_0)=0.2$であり$t>0$では流量$Q_0$を一定に保った。また角速度変動は$\Delta\Omega/\Omega_0=\pm0.5$，加速時間$\tau^*=\tau/(2\pi/\Omega_0)=0.1$，0.5について計算した場合である。

3.5 非定常トルクの分離

3.5.1 一般の場合

ここでは図3～5，図9，10で得られた非定常トルクを物理的に解釈するために翼面の渦分布γ_bを次の4成分に分けて考える（図11参照）。

（1）基準流量Q_0，角速度Ω_0に対して生じる定常渦分布$\gamma_s(s)$，

$$\int_{s_1}^{s_2}\gamma_s(s)\,dh(s)=\Gamma_s$$

（2）翼面の法線方向誘起速度が0で循環Γ_0をもつ渦分布$\gamma_0(s,t)$，

$$\int_{s_1}^{s_2}\gamma_0(s,t)\,dh(s)=\Gamma_0$$

（3）角速度変化や流量変化による翼面の法線方向じょう乱速度を打消し，循環が0となる渦分布$\gamma_1(s,t)$，

$$\int_{s_1}^{s_2}\gamma_1(s,t)\,dh(s)=0$$

（4）流出渦によって，翼面に誘起される法線方向速度を打消し後縁で非定常のKuttaの条件を満足する渦分布$\gamma_2(s,t)$，

$$\int_{s_1}^{s_2}\gamma_2(s,t)\,dh(s)=\Gamma_2$$

循環$\Gamma_0(t)$は渦分布$\gamma_0(s,t)+\gamma_1(s,t)$が定常のKuttaの条件を満足するように決める。すなわち，$\gamma_0(s,t)+\gamma_1(s,t)$は角速度変化または流量変化によって生じる翼面での法線方向速度を時々刻々打消し後縁で定常のKuttaの条件を満足するような渦分布である。このように分離すると翼面の渦分布は

$$\gamma_b(s,t)=\gamma_s(s,t)+\gamma_0(s,t)+\gamma_1(s,t)+\gamma_2(s,t) \qquad \cdots\cdots (10)$$

となり式（2）は

$$\gamma_2(s_2,t)+\frac{1}{w(s_2)}\frac{d}{dt}\int_{s_1}^{s_2}\gamma_2(s,t)dh(s)=-\frac{1}{w(s_2)}\frac{d\Gamma_0}{dt},\qquad \gamma_2(s_2,t)=\gamma_v(s_2',t) \qquad \cdots\cdots (11)$$

となる。さらに式（10）を式（4）に代入してトルクを3成分に分離する。

$$T=T_s+T_{qs}+T_a+T_w \qquad \cdots\cdots (12)$$

$$T_s+T_{qs}=\frac{\rho Q(t)}{2\pi}\left(\sum^{N}\Gamma_s+\sum^{N}\Gamma_0\right) \qquad \cdots\cdots (13)$$

$$T_a=-\frac{\rho}{2}\sum^{N}\int_{s_1}^{s_2} r^2(s)\frac{\partial}{\partial t}\gamma_1(s,t)dh(s) \qquad \cdots\cdots (14)$$

$$\begin{aligned}T_w=&\frac{\rho Q(t)}{2\pi}\sum^{N}\Gamma_2+\rho\,\mathrm{Real}\Big[\sum^{N}\int_{s_1}^{s_2}\{\gamma_s(s)+\gamma_0(s,t)+\gamma_1(s,t)+\gamma_2(s,t)\}z(s)\\&\times\Big\{\frac{1}{2\pi i}\sum^{N}\int_{s_2'}^{\infty}\frac{\gamma_v(s',t)}{z(s)-z(s')}dh(s')\Big\}dh(s)\Big]+\frac{\rho}{2}r_2^2\sum^{N}\frac{d}{dt}\{\Gamma_0(t)+\Gamma_2(t)\}\\&-\frac{\rho}{2}\sum^{N}\int_{s_1}^{s_2} r^2(s)\frac{\partial}{\partial t}\{\gamma_0(s,t)+\gamma_2(s,t)\}dh(s)\end{aligned} \qquad \cdots\cdots (15)$$

$T_s + T_{qs}$は各瞬間の翼面速度そのものから決まる準定常のトルク成分である。従って羽根車の$\varphi-\phi$曲線が与えられればこの項によるトルク成分は求められる。次にT_aはγ_1 (s, t) の時間変化すなわち翼面に生じるじょう乱の時間変化に関係したトルク成分であり，$\partial\phi/\partial t$により生じるので羽根車の仮想質量によるトルク成分と考えることができる。T_a はγ_1 だけから決まるので，羽根車の幾何学的形状とその瞬間のじょう乱加速度のみに依存し，過去の履歴や流量，循環等とは無関係である。T_w の各項はγ_2，γ_v，(d／dt) γ_0 など主として準静的な環境の時間変化 (d／dt) Γ_0 と関係している。また循環変化は流出渦として流出するのでT_w の各項はすべて流出渦と関係している。そこでT_w は流出渦によるトルク成分であると考えることができる。

3.5.2 線形の場合の流出渦トルク成分

ここで変動が微小で$\gamma_s \gg \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$ である場合を考える。流出渦は羽根車に固定された座標から見て定常な場合の流線に乗って流れるとする。(d／dt) $\Gamma_0(t)=\delta(t)$

の場合を考えると総量1の強さの流出渦が翼後縁から流出する。このとき流出した流出渦の誘起速度を打消し，後縁で非定常の Kuttaの条件を満足するような渦分布を f (s, t) であらわす。この f (s, t) を用いると $\gamma_2(s,t)$ は

$$\gamma_2(s,t)=\int_0^\infty \left[\frac{d}{d\tau}\Gamma_0(\tau)\right]_{\tau=t-t'} f(s,t')dt' \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

と表現できる。f (s, t) は羽根車形状と流出渦の流れ方で決まる関数である。w (s') を羽根車に固定した座標に対する流出渦の流出速度とすると，Kelvinの循環定理より

$$\gamma_v(s',t)w(s')=\gamma_v\left(s_2',\ t-\int_{s_2'}^{s'}\frac{dh(s'')}{w(s'')}\right)w(s_2') \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

$F(t)=\int_{s1}^{s2} f(s,t)dh(s)$ とおくと式 (11)，(17) より

$$\gamma_v(s',t)=-\frac{1}{w(s')}\left[\left[\frac{d}{d\tau}\left\{\Gamma_0(\tau)+\int_0^\infty\left[\frac{d}{d\tau'}\Gamma_0(\tau')\right]_{\tau'=\tau-t'}F(t')dt'\right\}\right]\right]_{\tau=t-\int_{s_2'}^{s'}\frac{dh(s'')}{w(s'')}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

式 (16)，(18) より γ_2, γ_v は γ_1 とは無関係に (d／dτ) $\Gamma_0(\tau)$，$\tau<t$ のみで決まる。

ここで簡単に変動量が $e^{j\omega t}$ の形で変化する場合を考える。例えば角速度が $\Omega=\Omega_0+\Delta\Omega e^{j\omega t}$ で変化する場合でもよいし，流量が $\Psi=\Psi_0+\Delta\Psi e^{j\omega t}$ で変化する場合でもよい。このとき，

$$\gamma_0(s,t)=\overline{\Gamma}_0 g(s) e^{j\omega t},\quad \gamma_1(s,t)=\overline{\gamma}_1(s) e^{j\omega t}, \qquad \cdots\cdots\cdots (19)$$

$$\Gamma_0(t)=\overline{\Gamma}_0 e^{j\omega t}$$

とあらわす。式 (16) は

$$\gamma_2(s,t)=j\omega\overline{\Gamma}_0\int_0^\infty e^{j\omega(t-t')}f(s,t')dt'\equiv j\omega\overline{\Gamma}_0 f_w(s)e^{j\omega t} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

また$F_\omega \equiv \int_{s1}^{s2} f_\omega(s)dh(s)$ とおくと式 (18) は

$$\gamma_v(s',t)=-(j\omega-\omega^2F_\omega)\frac{\bar{\Gamma}_0}{w(s')}\exp\left(-j\omega\int_{s_2}^{s'}\frac{dh(s'')}{w(s'')}\right)e^{j\omega t} \quad \cdots\cdots (21)$$

式 (19) ～ (21) を式 (15) に代入し，二次以上の微小量を省略すると

$$T_w(t)=\rho j\omega\bar{\Gamma}_0e^{j\omega t}\Bigg[\frac{Q_0}{2\pi}\sum^N F_\omega+\mathrm{Real}\Bigg[\sum^N\int_{s_1}^{s_2}\gamma_s(s)z(s)$$
$$\times\left\{\frac{1}{2\pi i}\sum^N\int_{s'_2}^{\infty}\left(-(1+j\omega F_\omega)\exp\left(-j\omega\int_{s_2}^{s'}\frac{dh(s')}{w(s'')}\right)\Big/w(s)\{z(s)-z(s')\}\right)dh(s')\right\}dh(s)\Bigg]$$
$$+\frac{1}{2}r_2^2\sum^N(1+j\omega F_\omega)-\frac{1}{2}\sum^N\int_{s_1}^{s_2}r^2(s)\{g(s)+j\omega f_\omega(s)\}dh(s)\Bigg] \quad \cdots\cdots (22)$$

式 (22) は $(d/dt)(\bar{\Gamma}_0\ e^{j\omega t})$ に比例しこの項が流出渦によるものであることがわかる。また，線形の場合$T_w/\bar{\Gamma}_0$は羽根車形状と平均流量係数および周波数ωだけで決まり，角速度変動，流量変動にかかわらずこの値は同一となる。周期的変動でない場合も変動が微小でΓ_0の履歴が同じであれば，$T_w/\bar{\Gamma}_0$は翼面のじょう乱速度の形とは無関係に定まる。

3.5.3 トルク成分の分離

(1) 仮想質量成分T_a

前述のように仮想質量によるトルク成分は式（14）で与えられる。角速度変化に対して$\partial\gamma_1/\partial t=(\partial\gamma_1/\partial\Omega)d\Omega/dt$，また流量変化に対して$\partial\gamma_1/\partial t=(\partial\gamma_1/\partial\varphi)d\varphi/dt$であるので代表速度$r_2\Omega_0$，代表長さ$r_2$で式（14）を無次元化し，

角速度変化に対し

$$T_a\Big/\left(\rho r_2^4\frac{d\Omega}{dt}\right)=-\frac{1}{2}\sum^{N}\int_{s_1^*}^{s_2^*}r^{*2}\frac{\partial\gamma_1^*}{\partial\Omega^*}dh^*(s^*)\equiv c_a^{\Omega}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(23)$$

流量変化に対し，

$$T_a\Big/\left(\rho r_2^4\Omega_0\frac{d\varphi}{dt}\right)=-\frac{1}{2}\sum^{N}\int_{s_1^*}^{s_2^*}r^{*2}\frac{\partial\gamma_1^*}{\partial\varphi}dh^*(s^*)\equiv c_a^{\varphi}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(24)$$

を仮想質量トルク係数と定義する。＊の付いた量は上記の代表長さ，代表速度で無次元化した量をあらわす。$\partial\gamma_1^*/\partial\Omega^*$，$\partial\gamma_1^*/\partial\varphi$は単位の角速度および流量による翼面じょう乱速度を打消し，循環が0であるような渦分布である。特異点法によりこれらの量を求め，式（23），（24）で求めたC_a^{Ω}，C_a^{φ}を図12～16に示す。

式（23）はまた，周期的角速度変動に対しては

$$C_a^{\Omega}=T_a/(\rho\,j\,r_2^4\,\Omega_0\,\Delta\Omega\,k\,e^{j\omega t})$$

周期的流量変動に対しては

$$C_a^{\varphi}=T_a/(\rho\,j\,r_2^4\,\Omega_0^2\,\Delta\varphi\,k\,e^{j\omega t})$$

過渡的角速度変動に対しては

$$C_a^{\Omega}=T_a/\left(\rho\,r_2^4\,\Omega_0^2\,\frac{1}{2\pi}\,\frac{d\Omega^*}{dt}\right)$$

過渡的流量変動に対しては

$$C_a^{\varphi}=T_a/\left(\rho\,r_2^4\,\Omega_0^2\,\frac{1}{2\pi}\,\frac{d\varphi}{dt^*}\right)$$

である。ただし，

$$\Omega^* = \Omega / \Omega_0 \quad , \quad t^* = t / (2\pi / \Omega_0)$$

とした。計算結果を見るといずれの場合も内外径比が小さいほど，羽根枚数が多いほど $|C_a^{\Omega}|$, $|C_a^{\varphi}|$ は大きい。C_a^{Ω} は羽根角の影響は小さいが，C_a^{φ} は羽根角が小さいと急激に大きくなる。これは羽根角が小さいほど流量変動による法線方向じょう乱速度が大きくなることと翼弦が長くなるためである。

静止流体中で羽根車が微小角変位する場合や，静止羽根車を通る流量が0付近で微小変動する場合は，循環変化は生じず渦流出もないので $T_w = T_s = T_{qs} = 0$ となり T_a はまさにこのような場合に羽根車に働くトルクをあらわしている。鬼頭[17]は静止流体中でねじり振動する直線放射羽根車の運動エネルギーに関する仮想質量Kを求め，$\Omega = \Delta\Omega \sin\omega t$ の角変位がある場合に流体のもつ運動エネルギーを

$$E = \frac{1}{2} \rho \Delta\Omega^2 \sin^2(\omega t) \left(\frac{1}{2}\pi r_2^4\right) K \qquad \cdots\cdots (25)$$

で与えている。トルクのした仕事が運動エネルギーの増分に等しい事を用いると，Kと C_a^{Ω} の間に次の関係が導かれる。

$$C_a^{\Omega} = \frac{\pi}{2} K \qquad \cdots\cdots (26)$$

図13には鬼頭の結果と比較している。$N \to \infty$ の場合流体は内外径比 r_1 / r_2 の二重円筒の剛体と同じ運動をすると考えられるので

$$C_a^{\Omega} \Big|_{N=\infty} = \frac{\pi}{2}\left\{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4\right\}$$

となり，図12～16にはこの値も記入している。以上のように変動トルクの仮想質量成分のなした仕事は運動エネルギーとして羽根車近くの流体にたくわえられるので，例えば実験的にポンプとしての非定常ヘッドをトルク変動から算出する場合には，この成分を除いて考える必要がある。

(2) 流出渦によるトルク成分

3.5.2節で微小周期変動の場合 $T_w / \overline{\Gamma}_0$ は角速度変動，流量変動について同一にな

ることを示した。そこでこれを無次元化して

$$C_w = \left(\frac{T_w}{\overline{\Gamma}_0} \right) / \left(\rho r_2^2 \Omega_0 e^{j\omega t} \right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (27)$$

とおく。$\overline{\Gamma}_0$ は翼一枚当たりの準静的な循環変動であり羽根車の定常の場合の$\varphi - \psi$曲線（$\psi = \psi_s - A\varphi$）から決めることができる。計算に用いた羽根車の角速度変動，流量変動に対する$\Gamma^*_{0,\Delta\Omega} \equiv \overline{\Gamma}_0 / (r_2^2 \Delta\Omega) = 2\pi\psi_s / N$および$\Gamma^*_{0,\Delta\varphi} \equiv \overline{\Gamma}_0 / (r_2^2 \Omega_0 \Delta\varphi) = -2\pi A / N$を表1に示す。表1に示した無衝突流入流量の場合の$C_w$を図17～19に示す。いずれの場合もkが小さい場合は位相進みであるがkの増大にともなって位相遅れとなることが分る。

(3) 準定常トルク成分

$\varphi - \psi$曲線が$\psi = \psi_s - A\varphi$で与えられるとき，準定常トルクはそれぞれの場合次のようになる。ただし，$\varphi \equiv Q / 2\pi r_2^2 \Omega$，$\psi \equiv g H_{th} / (r_2 \Omega)^2$としている。

周期的角速度変動

$$F_{qs} = T_{qs} / \left(\rho r_2^4 \Omega_0 \Delta\Omega e^{j\omega t} \right) = 2\pi\psi_s \varphi_0$$

周期的流量変動

$$F_{qs} = T_{qs} / \left(\Gamma \rho r_2^4 \Omega_0^2 \Delta\varphi e^{j\omega t} \right) = 2\pi \left(\psi_s - 2A\varphi_0 \right)$$

過渡的角速度変動

$$F_{qs} = T_{qs} / \left(\rho r_2^4 \Omega_0^2 \right) = 2\pi\varphi_0 \left(\psi_s \frac{\Omega}{\Omega_0} - A\varphi_0 \right)$$

過渡的流量変動

$$F_{qs} = T_{qs} / \left(\rho r_2^4 \Omega_0^2 \right) = 2\pi\varphi \left(\psi_s - A\varphi \right)$$

(28)

3.5.4 計算例のトルクの分離

3.4項で求めた変動トルクを3.5.3節の各成分に分離して図3～5，9，10に示す。周期的角速度変動ではいずれの場合も流出渦によるトルク成分は小さく，絶対値，位相共準定常トルクと仮想質量トルクでほぼ推定可能であることが分る。また図9，10に示

したランプ状角速度変動の場合のｔ＝０，τにおけるトルクのとびは仮想質量によるものであることがわかる。ケース１，２では同じτにおける流出渦成分に差がでているが，主として式（15）での$\gamma_0(s,t)+\gamma_1(s,t)$の違いによる非線形の効果があらわれたものと考えられる。ケース２の場合は準定常トルクと仮想質量トルクでほぼ推定可能と考えられるが，ケース１のτ^*が小さい場合には流出渦によるトルク成分が他と同程度の大きさとなっている。しかしこれは羽根車が１／10回転する間に回転数が1.5倍になるというきわめて急激な変化であり，このような特に急激な変化の場合を除いては流出渦成分を無視しても誤差は小さくなるようである。

以上図３～５および図９，10は角速度変化の場合の結果を示したが，周期的微少流量変動がある場合でも$T_w/\overline{\Gamma}_0$は角速度変化の場合と同じで図17～19に与えられる。これと式（24），（28）を用いれば周期的流量変動に対する変動トルク係数が決まり，図３～５と同様な図が得られるが，C_a^{φ}が負であるのでｋ→∞でＦ→－ｉ×∞となる。この場合にもT_wはT_a，T_{qs}に比べて小さくなる。（図20～22に周期的微小流動変動に対する変動トルク係数の計算例を示す。）

一方過渡的流量変化で変動が大きい場合にも，3.4.2で示した方法で計算することができるが，急激な流量変化（１／10回転する場合に流量が１／３になる程度）以外ではやはり流出渦によるトルク成分は他にくらべて小さくなることが図23，24に示したケース３，４の計算例からわかる。

3.6 結　言

本章では遠心羽根車の非定常性能の一つとして，周期的微小角速度変動，流量変動および角速度，流量が過渡的に変化する場合の流れを解析し，そのトルク変動を求め，その成分について物理的考察を加えた。本研究で得られた結果は次のとおりである。

(1) 軸流の場合の von Kármán，Searsの非定常揚力の解析と同様，翼面の渦分布を各成分に分離することにより，遠心羽根車のトルク変動が準静的成分，仮想質量成分，流出渦成分に分離できることを示した。ここで準静的成分は羽根車の定常性能（$\varphi-\psi$曲線）より計算できる成分である。

(2) トルク変動の仮想質量成分は羽根車形状と変動の様式から決まる固有の成分であり，角速度変動，流量変動に対して広範囲の対数らせん羽根車について計算をおこないこれをチャートで示した。これら数値は，設計段階で遠心羽根車の非定常トルクを見積もる際に設計データとして使用できる。

(3) またトルク変動の流出渦成分は，微小変動の場合には変動の様式には無関係で準静的な循環の時間的な履歴から決まるものであり，正弦波状の時間的変動に対してこの成分を無次元化して数値で与えた。

(4) 角速度，および流量がランプ状に変動する場合の計算例よれば，特に変化が急激でない場合にはこの流出渦成分は他の二成分にくらべて小さいことがわかった。

付録　式（4）の導出

付図1に示すように羽根車外径c_0と原点まわりの無限小半径の円c_iで囲まれた領域sについて角運動量保存の法則を適用すると羽根車に作用するトルクTは

$$T=\oint_c dA+\rho\frac{d}{dt}\int\int_s (u_y x-u_x y)ds \qquad \cdots\cdots (29)$$

ただし，dAは線素dcを左から右へ通過する角運動量で次式で与えられる[24]。

$$dA=\frac{\rho}{2}\mathrm{Real}\left[w^2 z dz+\left\{\frac{\partial\phi}{dt}-F(t)\right\}\right]d(z\bar{z})$$

積分経路c（$=c_i+c_0$）上ではd（$z\bar{z}$）＝d（r^2）＝0であるので第1項のみを考えればよい。予旋転を考えない場合には第1項のc_iに関する積分は0となり

$$\oint_c dA=\frac{\rho}{2}\mathrm{Real}\int_{c_0} w^2 z dz \qquad \cdots\cdots (30)$$

$w=u_x-iu_y$として式（1）を用い留数定理を用いると式（4）第1，2項が得られる。式（29）第2項は$z\bar{z}=r^2$，$dW=d\phi+id\psi$として変形すると

$$\rho\int\int_s (u_y x-u_x y)ds=\frac{\rho}{2}\mathrm{Real}\oint_c wz\bar{z}dz=\frac{\rho}{2}\mathrm{Real}\oint_c z\bar{z}dW \qquad \cdots\cdots (31)$$

式（31）は正則領域についてのみ成り立つので$a_j b_j c_j d_j$の小領域について適用すれば，

$$\rho\int\int_s (u_y x-u_x y)ds=\frac{\rho}{2}\left\{\sum_{j=1}^{N}\left(\int_{a_j}^{b_j}+\int_{c_j}^{d_j}\right)r^2 d\phi+\sum_{j=1}^{N}\left(\int_{b_j}^{c_j}+\int_{d_j}^{a_j}\right)r^2 d\phi\right\}$$

$a_j\rightarrow b_j$で$r^2=r_i^2$，$c_j\rightarrow d_j$で$r^2=r_2^2$であるので

$$\sum_{j=1}^{N}\left(\int_{a_j}^{b_j}+\int_{c_j}^{d_j}\right)r^2d\phi=r_1^2\sum_{j=1}^{N}\{\phi(b_j)-\phi(a_j)\}+r_2^2\sum_{j=1}^{N}\{\phi(d_j)-\phi(c_j)\}=r_2^2\sum_{j=1}^{N}\Gamma_j \quad -(32)$$

また

$$\sum_{j=1}^{N}\left(\int_{b_j}^{c_j}+\int_{d_j}^{a_j}\right)r^2d\phi=\sum_{j=1}^{N}\int_{s_1}^{s_2}r^2\frac{d(\phi_{j1}-\phi_{j2})}{ds}ds=-\sum_{j=1}^{N}\int_{s_1}^{s_2}r^2(s)\gamma(s)ds \quad \cdots\cdots\cdots \quad (33)$$

式（32），（33）より式（4）第3，4項が得られる。

文　献

(1) H. Miyashiro and K. Takada, "Axial Hydraulic Thrust Caused by Pump Starting", ASME, J. of Basic Engineering, April 1972, pp.629-635.

(2) 塚本, 松永, 髙井, 秦, "遠心ポンプ停止時の過渡性能", 機論, Vol.49, No.447, B (昭58-11), pp.2354-2362.

(3) 塚本, 松永, 秦, 長野, 米田, "遠心ポンプ始動, 停止時の過渡性能", 機論, Vol.52, No.475, B (昭61-3), pp.1291-1299.

(4) 塚本, "遠心ポンプ始動時の過渡性能", ターボ機械, Vol.7, No.8, 1976-8, pp.463-468.

(5) 斉藤, "ポンプ起動時の過渡性能", 機論, Vol.47, No.419, B (昭56-7), pp.1240-1249.

(6) 大橋, "ターボポンプの動特性に関する研究" (第1報～第3報), 機論 (第2部), Vol.33, No.255, B (昭42-11), pp.1769-1799.

(7) 塚本, 大橋, 醍醐, "遠心ポンプ始動時の過渡性能" (第1報～第2報), 機論, Vol.45, No.396, B (昭54-8), pp.1117-1135.

(8) 金子, 大橋, "流量急変時における遠心ポンプの過渡性能に関する研究", 機論, Vol.48, No.426, B (昭57-2), pp.229-237

(9) W. H. Isay, "Die Strömung durch ein Schwingendes und Rotierendes Radiales Schaufelgitter", Z. Flugwiss., Band 6, Heft 11, Nov. 1958, pp319-328.

(10) 谷田, "遠心羽根車における非定常流れ理論", 機構論, No.710-3, (1971-4), pp.77-80.

(11) 谷田, "放射状直線羽根車の非定常特性", 機構論, No.710-8, (1971-8), pp.173-176.

(12) 西岡, 光中, "直線放射状羽根の非定常特性", 機論, Vol.45, No.391, B (昭54-3), pp.305-316.

(13) 西岡, 河野, "円形翼列の非定常力特性" (内向き流れの場合), 日本ガスタービン学会論文集 (第6回定期講演会), 1978-6, pp.91-96.

(14) Lamb, H., "Hydrodynamics", Cambridge Univ. Press, London, (1975), 163,

(15) Sarpkaya T., "Forces on Cylindres and Spheres in a Sinusoidally Oscillating Fluid", ASME, Ser. E, Vol.42,No.1, March 1975, pp.32-37.

(16) 鬼頭, "水力機械の振動における仮性質量について", 機誌, Vol.53, No.373, (昭25-1), pp.14-18.

(17) 鬼頭, "放射状の翼をもった羽根車の水中よじり振動に対する付加質量について", 機論, Vol.18, No.66, (昭27), pp.127-131.

(18) 古屋, 伊藤, "羽根車の仮性慣性モーメントの実験的研究", 機論 (第2部), Vol.26, No.162, (昭35-2), pp.194-202.

(19) Von Kármán T. and Sears, W. R., "Airfoil Theory for Non-Uniform Motion", J. Aero. Sci., Vol.5, No.10, Oct. 1938, pp.379-390.

(20) 辻本, 今市, 友広, 後藤, "準三次元遠心羽根車の非定常トルクの解析", 機論, Vol.50, No.450, B (昭59-2), pp.371-380.

(21) 辻本, 今市, 友広, 後藤, "斜流羽根車の非定常トルクの解析", 機論, Vol.51, No.463, B (昭60-3), pp.756-764.

(22) 辻本, 今市, 森谷, 金, "遠心羽根車の仮想質量トルク係数に関する実験" (第1報 仮想質量トルク係数の測定), 機論, Vol.52, No.479, B (昭61-7), pp.2588-2594.

(23) 村田, 小川, "任意の翼形翼を用いた遠心羽根車内の流れの研究", 機論 (第2部), Vol.39, No.326, (昭48-10), pp.3029-3038.

(24) 今井, "流体力学 (前編)", (昭48), 裳華房

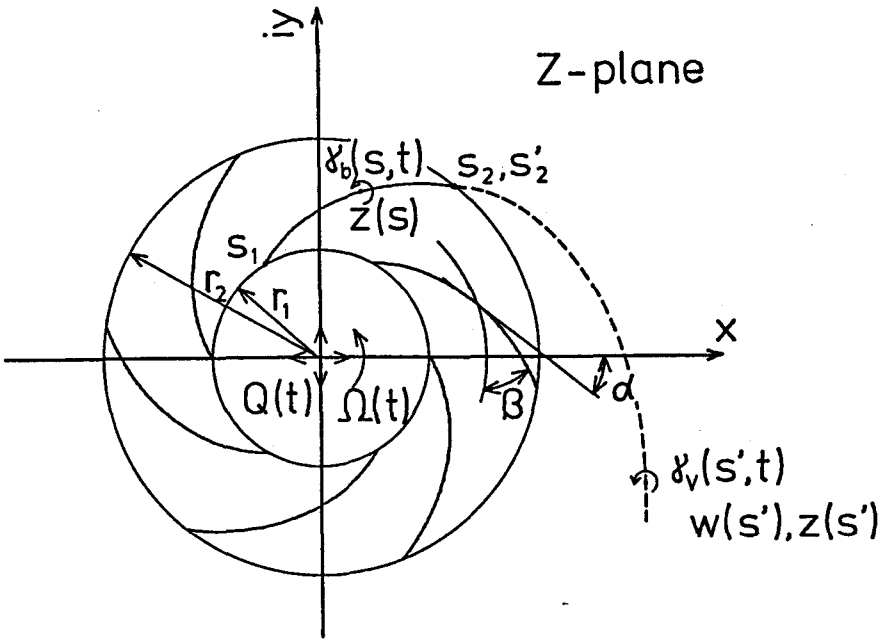
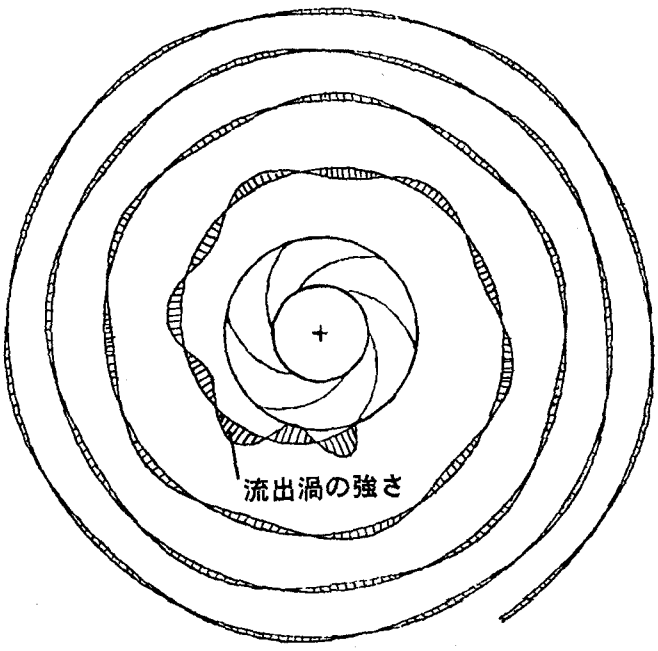

Z-plane
$\gamma_b(s,t)$
s_2, s_2'
$z(s)$
s_1
r_2
r_1
Y
X
$Q(t)$
$\Omega(t)$
β
α
$\gamma_v(s',t)$
$w(s'), z(s')$

図１　羽根車座標系



$N=6$
$\beta=30^\circ$
$r_1/r_2=0.5$
$\varphi=\overline{\varphi_0}$
$k=4$

図2　流出渦形状

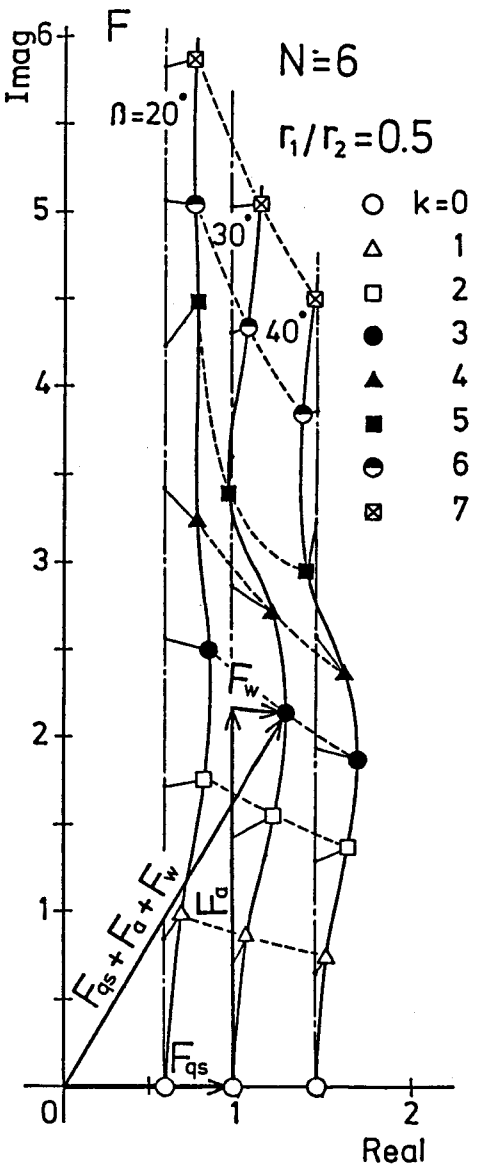


図３　周期的角速度変動に対する変動トルク係数Ｆ（羽根角 β を変えた場合）

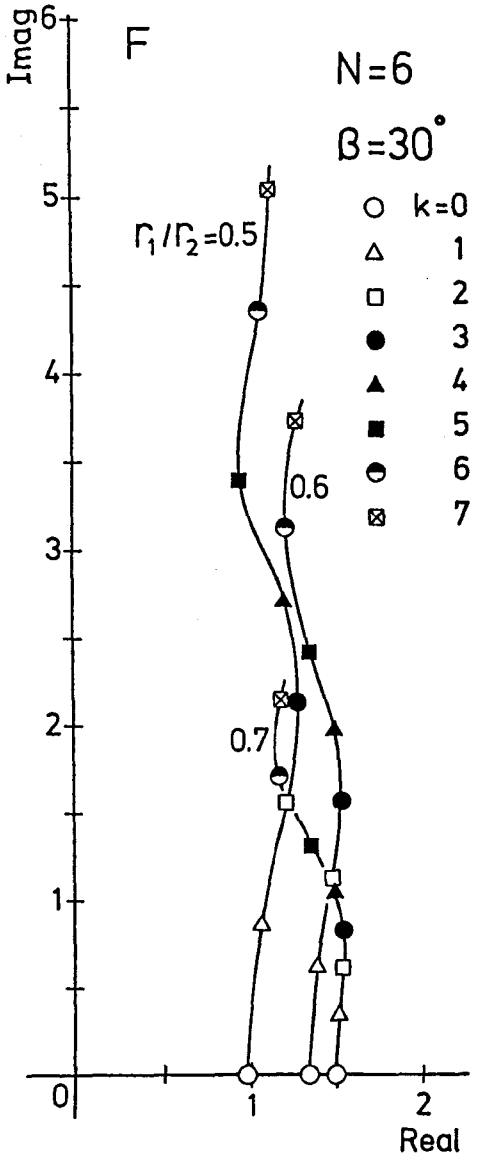


図 4　周期的角速度変動に対する変動トルク係数F（内外径比r_1/r_2を変えた場合）

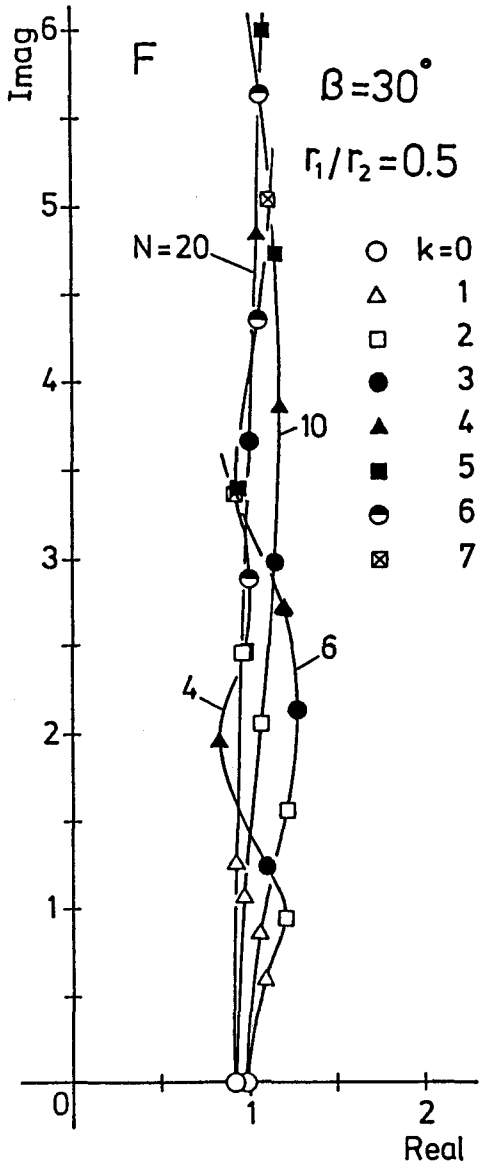


図５　周期的角速度変動に対する変動トルク係数Ｆ（羽根枚数Ｎを変えた場合）

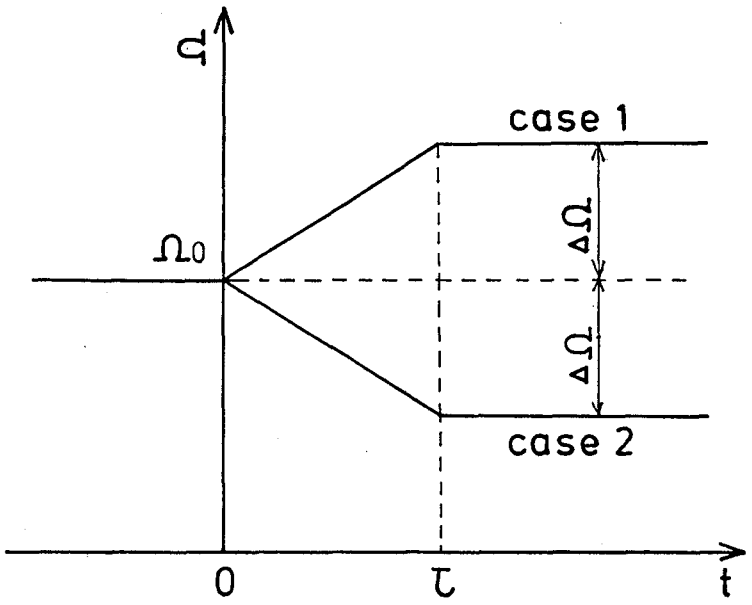


図6　ランプ状角速度変動

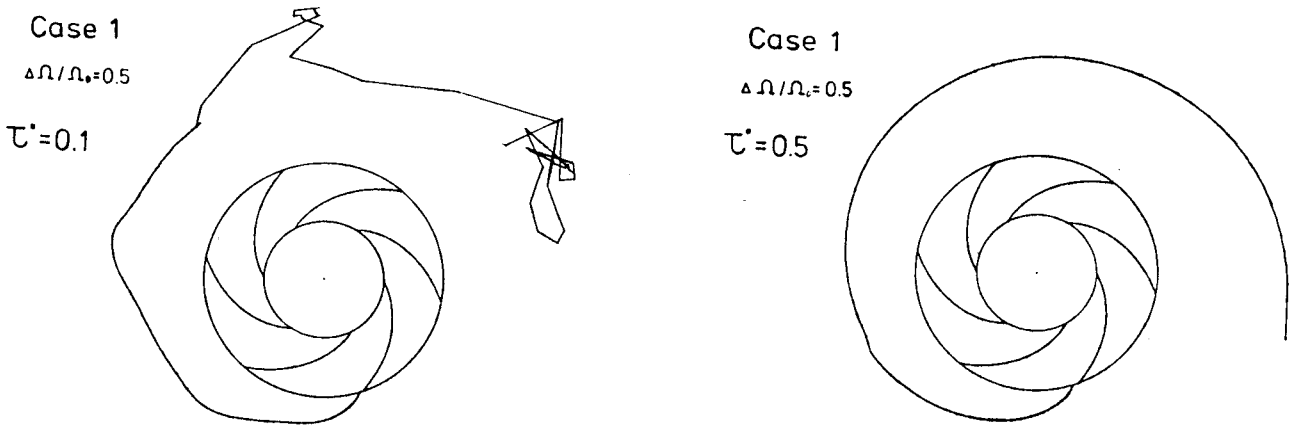


図 7　流出渦の流れ（ケース 1 の場合）

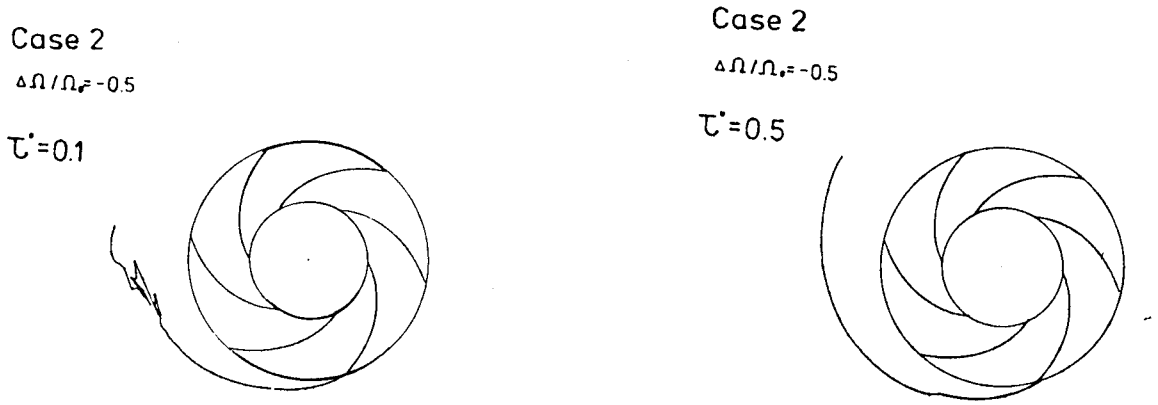
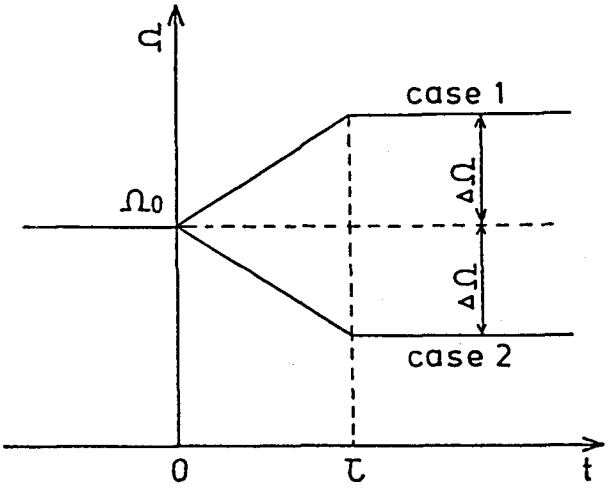


図 8　流出渦の流れ（ケース 2 の場合）



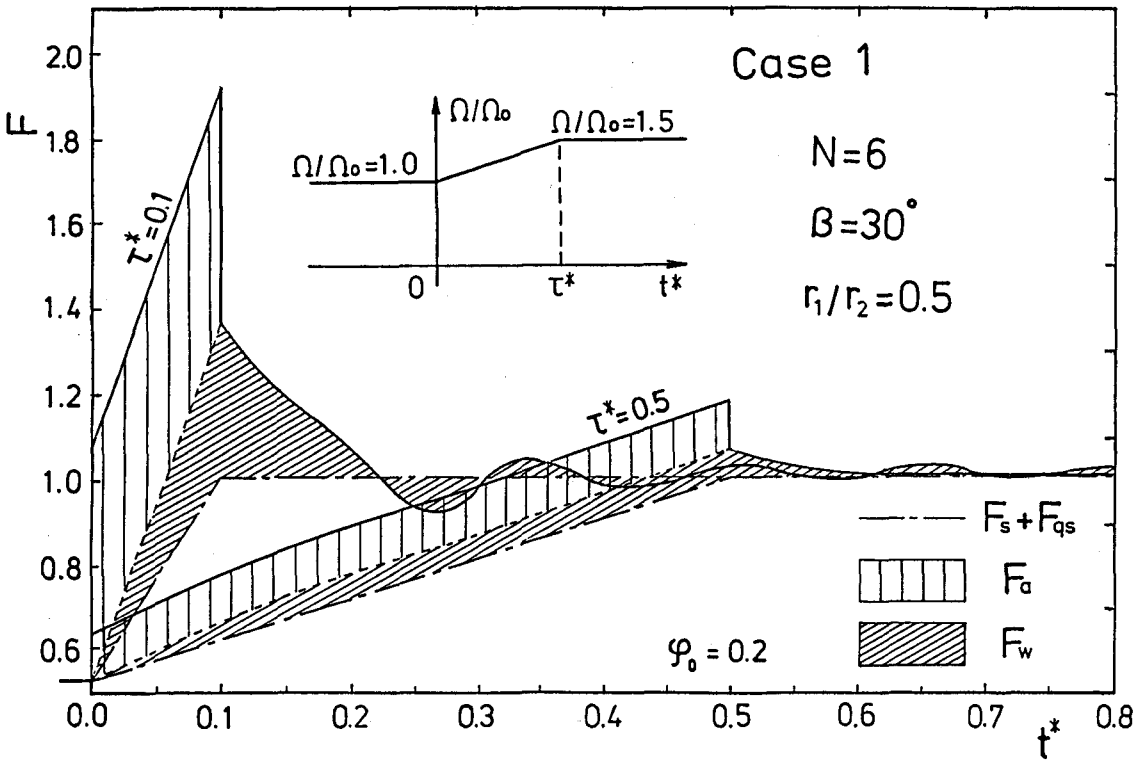
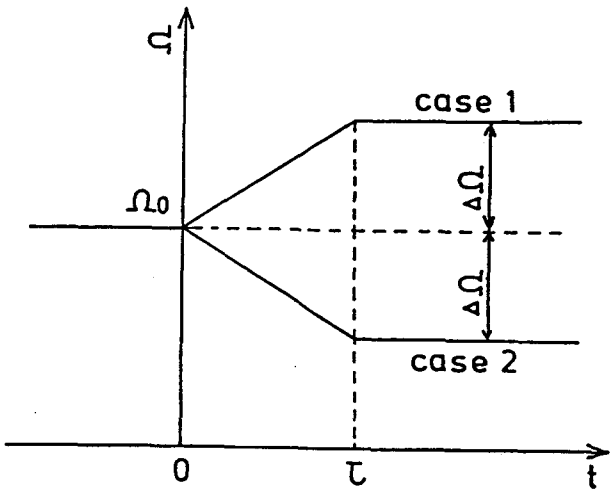


図 9. ランプ状角速度変動に対する変動トルク係数F（ケース１の場合）



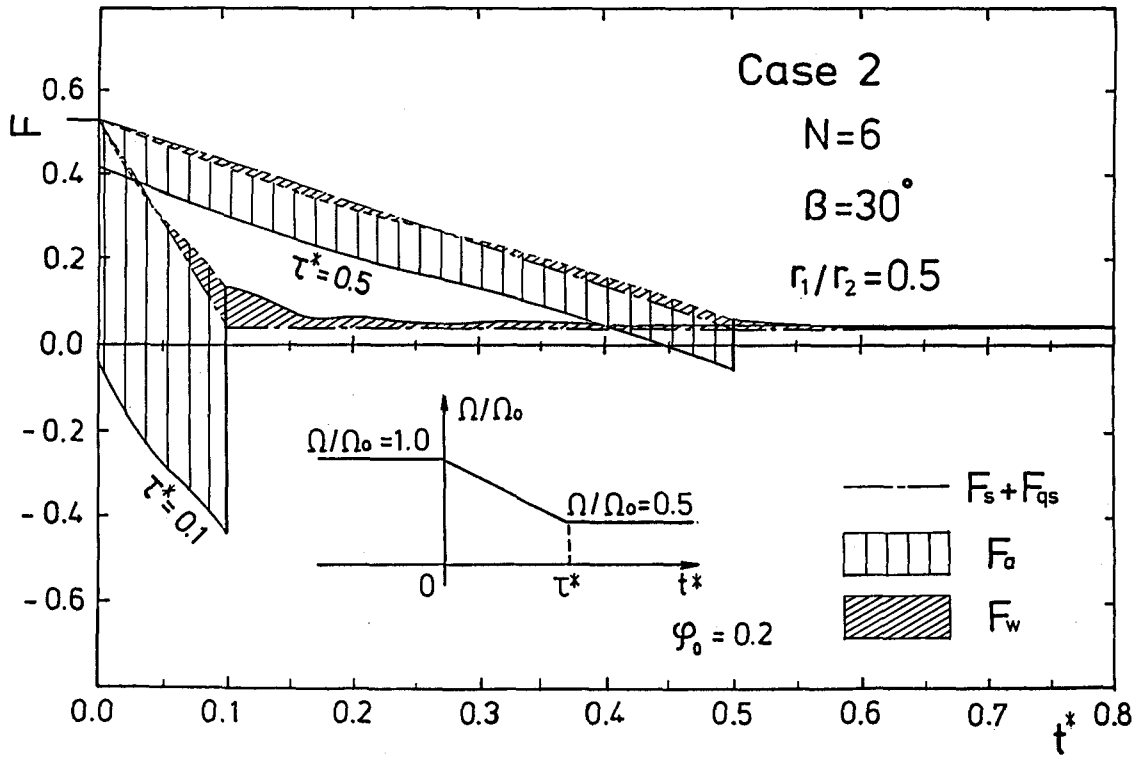
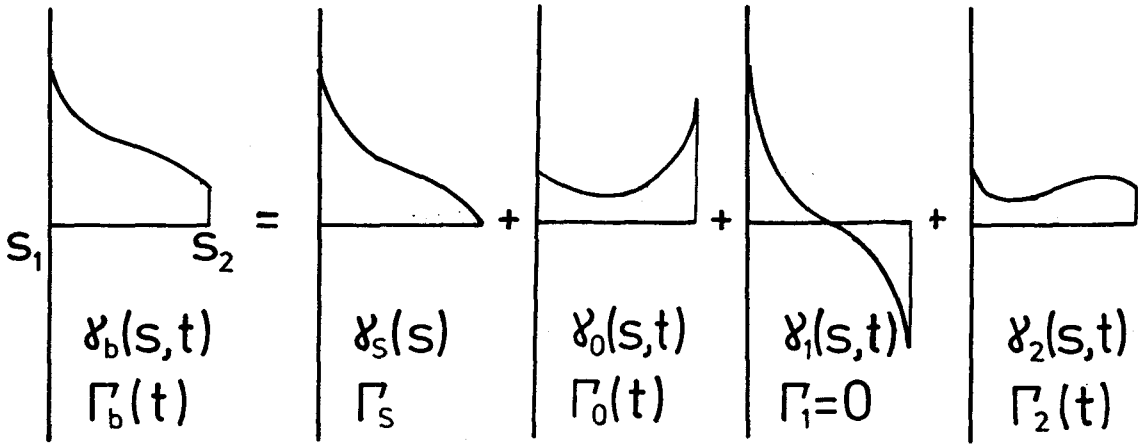


図10　ランプ状角速度変動に対する変動トルク係数F（ケース２の場合）



（1）基準流量Q_0，角速度Ω_0 に対して生じる定常渦分布$\gamma_s(s)$

（2）翼面の法線方向誘起速度が0で循環Γ_0 をもつ渦分布$\gamma_0(s,t)$

（3）角速度変化や流量変化による翼面の法線方向じょう乱速度を打消し，循環が0となる渦分布$\gamma_1(s,t)$

（4）流出渦によって，翼面に誘起される法線方向速度を打消し後縁で非定常のKuttaの条件を満足する渦分布$\gamma_2(s,t)$

図11　翼の渦分布の分類

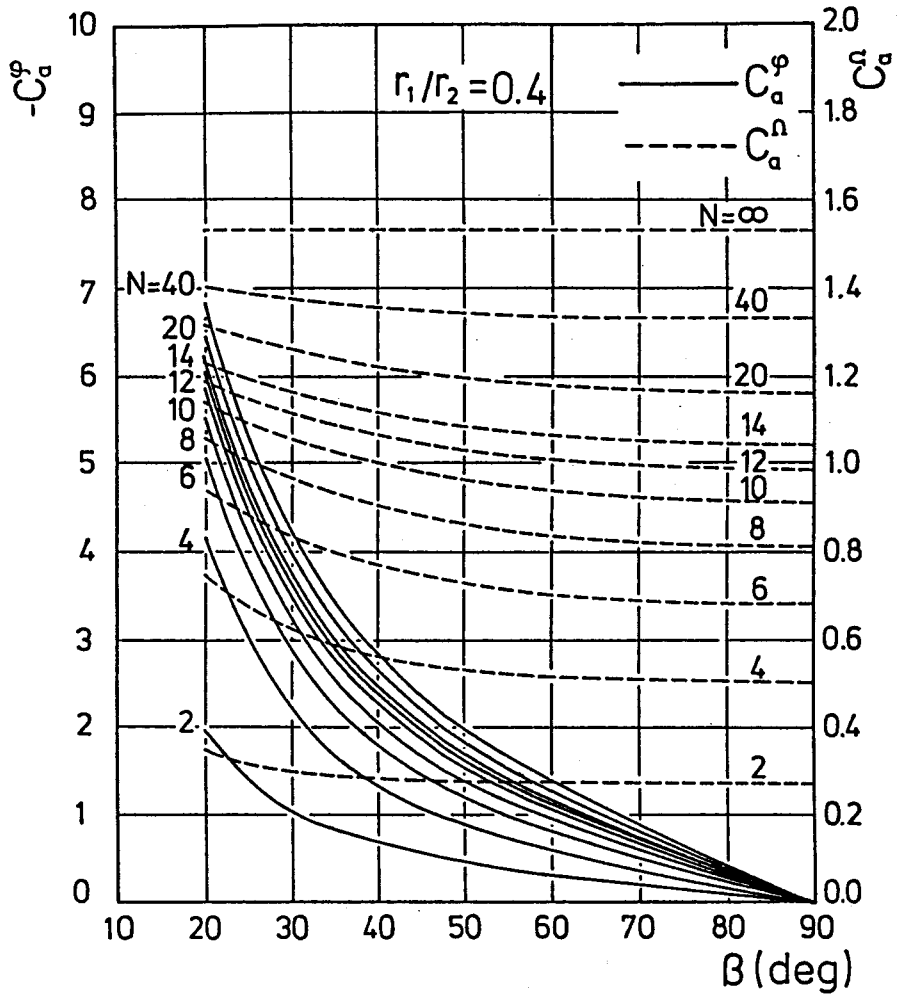


図12　仮想質量トルク係数C_a^Ω, C_a^φ（内外径比$r_1/r_2=0.4$）の場合

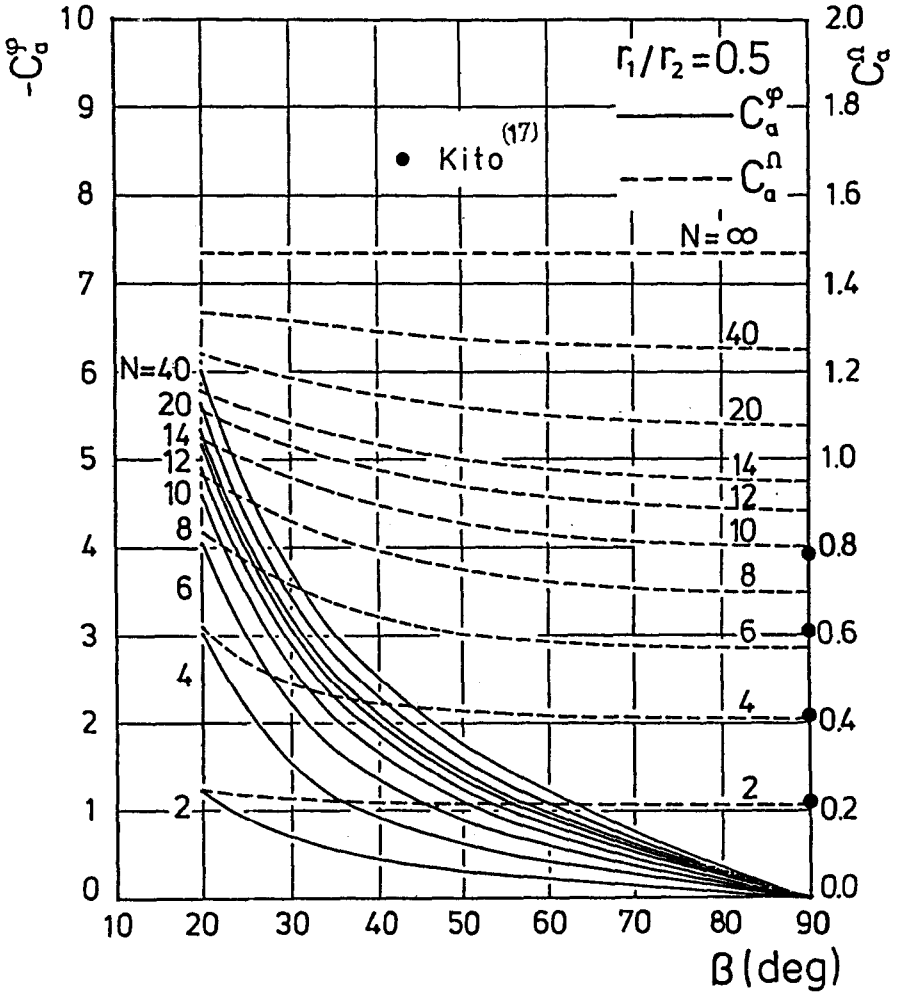


図13　仮想質量トルク係数C_a^{Ω}, C_a^{φ}（内外径比$r_1/r_2=0.5$）の場合

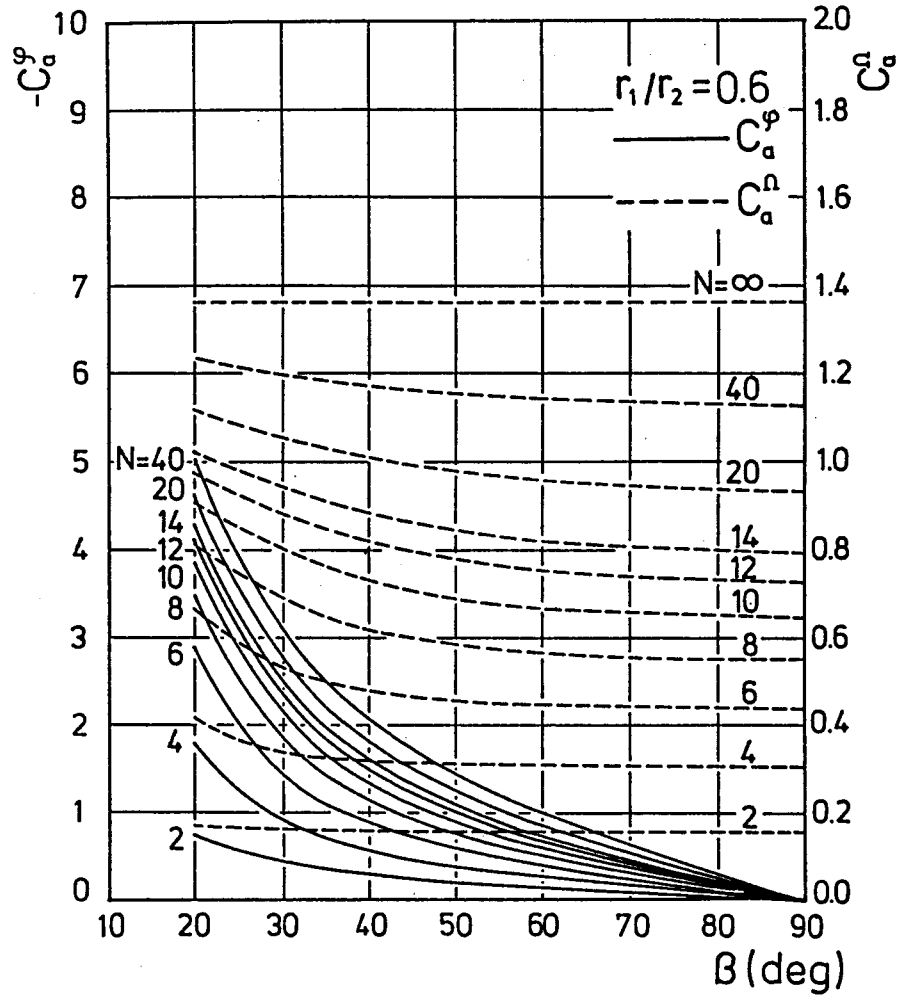


図14　仮想質量トルク係数C_a^{Ω}, C_a^{φ}（内外径比$r_1/r_2=0.6$）の場合

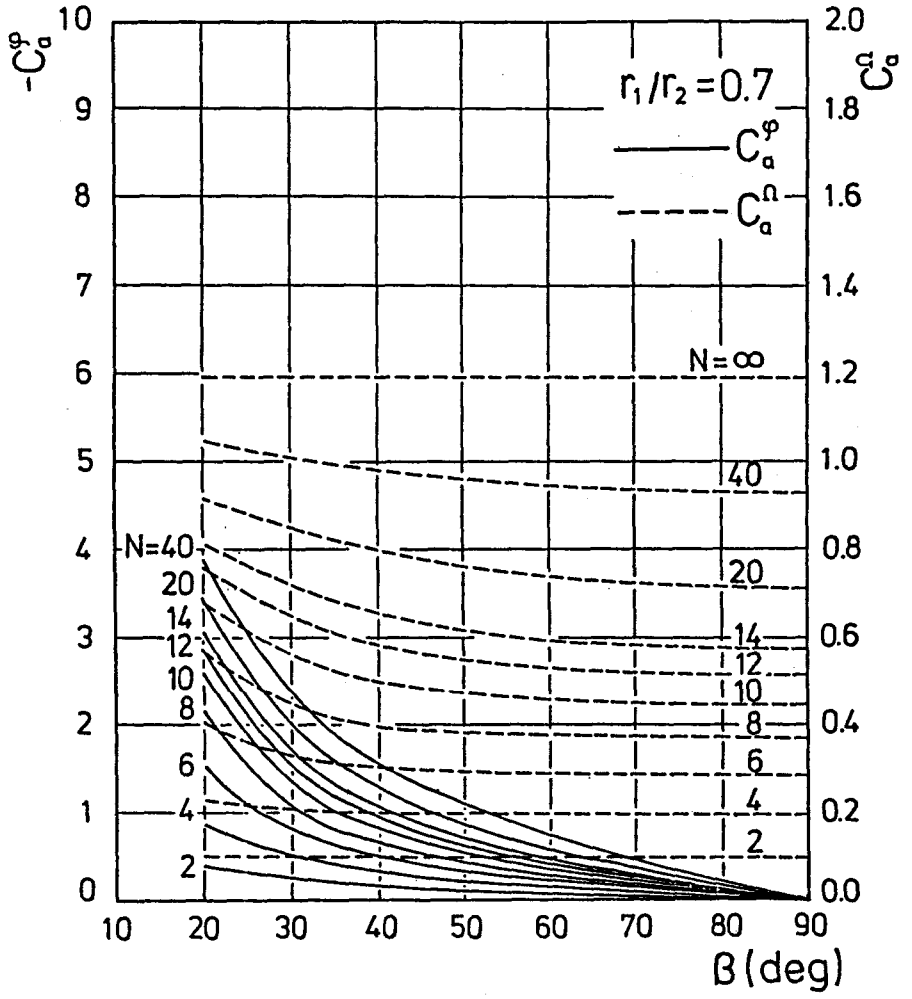


図15　仮想質量トルク係数C_a^{Ω}, C_a^{φ}（内外径比$r_1/r_2=0.7$）の場合

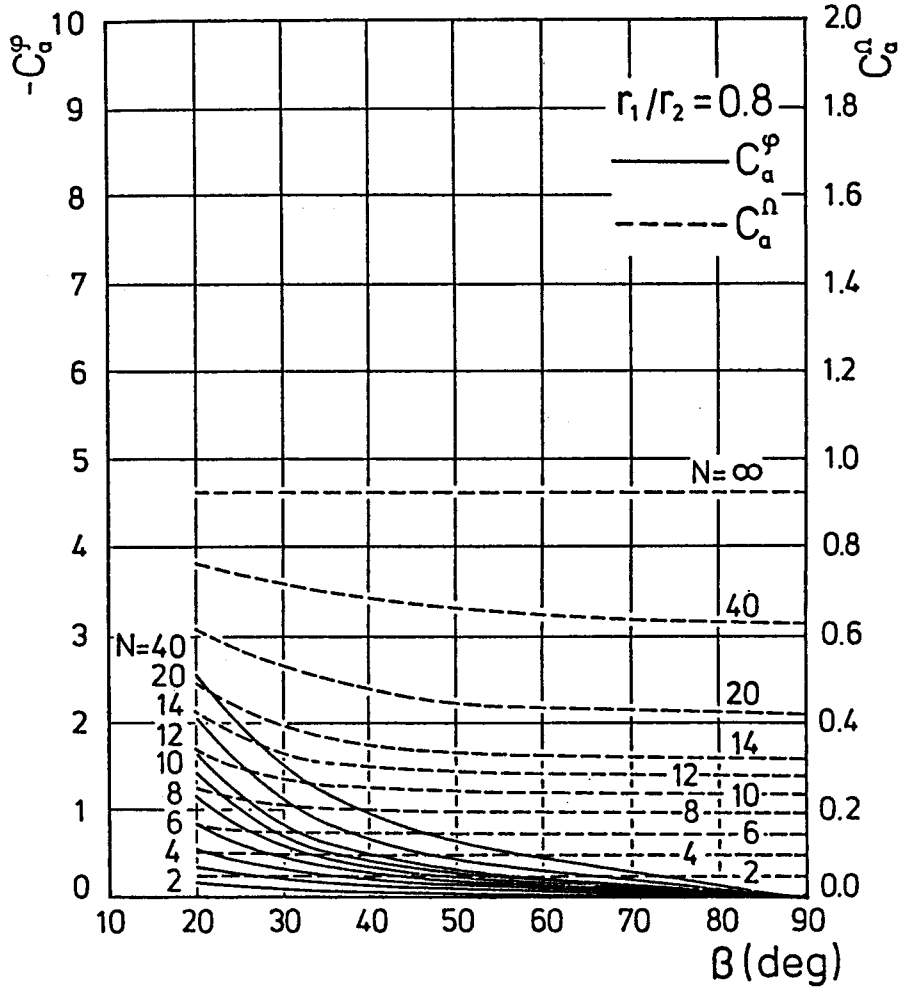
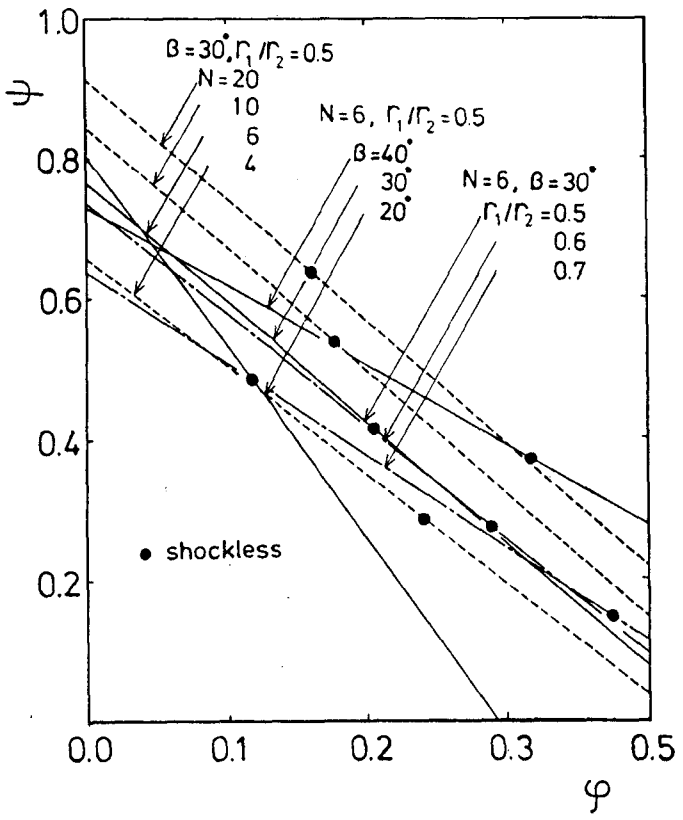


図16　仮想質量トルク係数C_a^{Ω}, C_a^{φ}（内外径比$r_1/r_2=0.8$）の場合

表１　計算に用いた羽根車の定常性能

r_1/r_2	β	N	φ_0	$\Gamma^*_{0,\Delta\varphi}$	$\Gamma^*_{0,\Delta\Omega}$
0.5	20	6	0.117	-2.874	0.844
0.5	30	4	0.241	-2.420	1.027
0.5	30	6	0.205	-1.794	0.800
0.5	30	10	0.176	-1.088	0.531
0.5	30	20	0.160	-0.544	0.287
0.5	40	6	0.318	-1.186	0.764
0.6	30	6	0.290	-1.686	0.772
0.7	30	6	0.374	-1.376	0.668



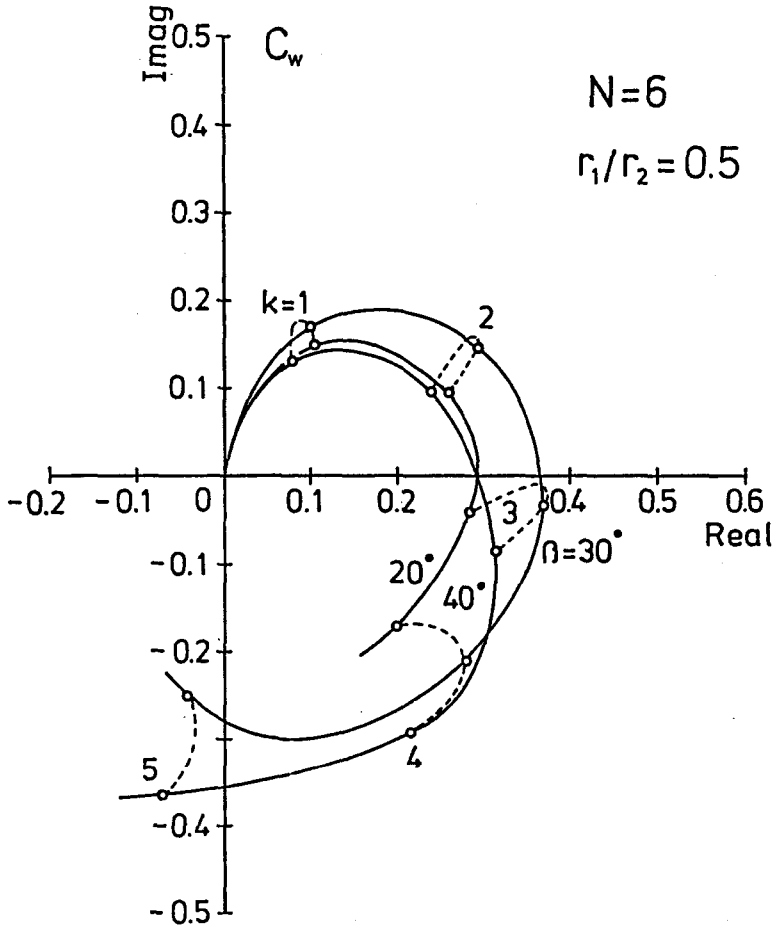


図17　流出渦トルク係数C_w（羽根角 β を変えた場合）

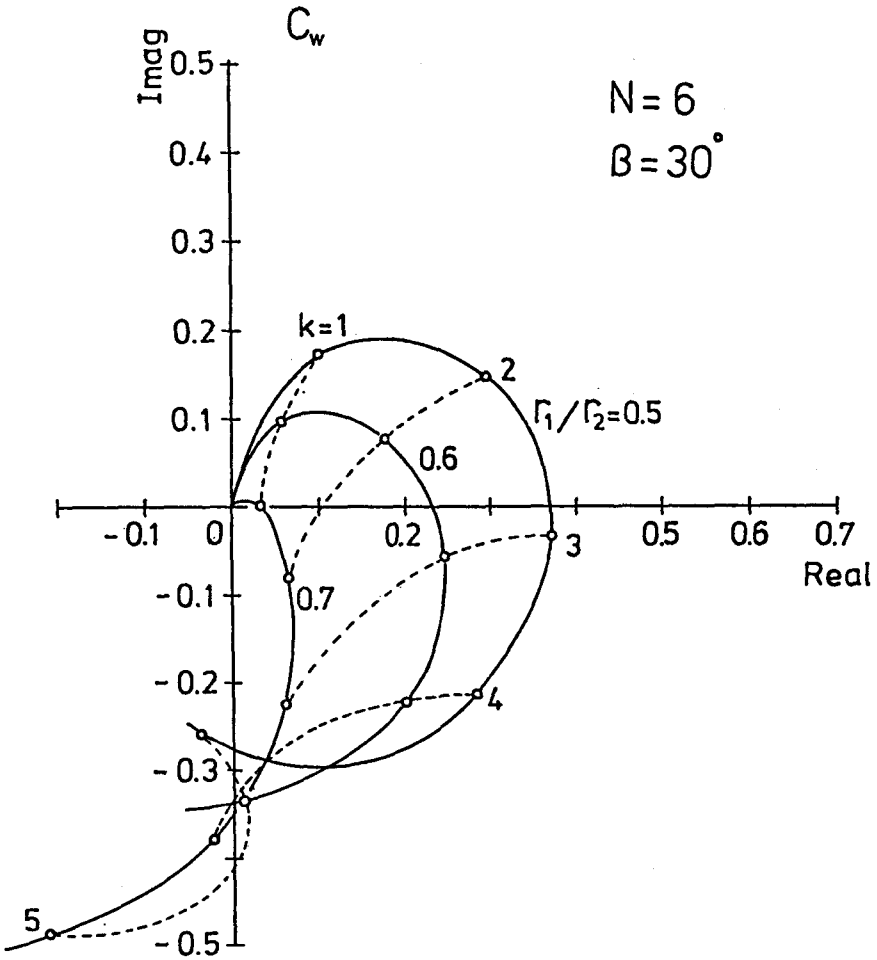


図18　流出渦トルク係数C_w（内外径比r_1/r_2を変えた場合）

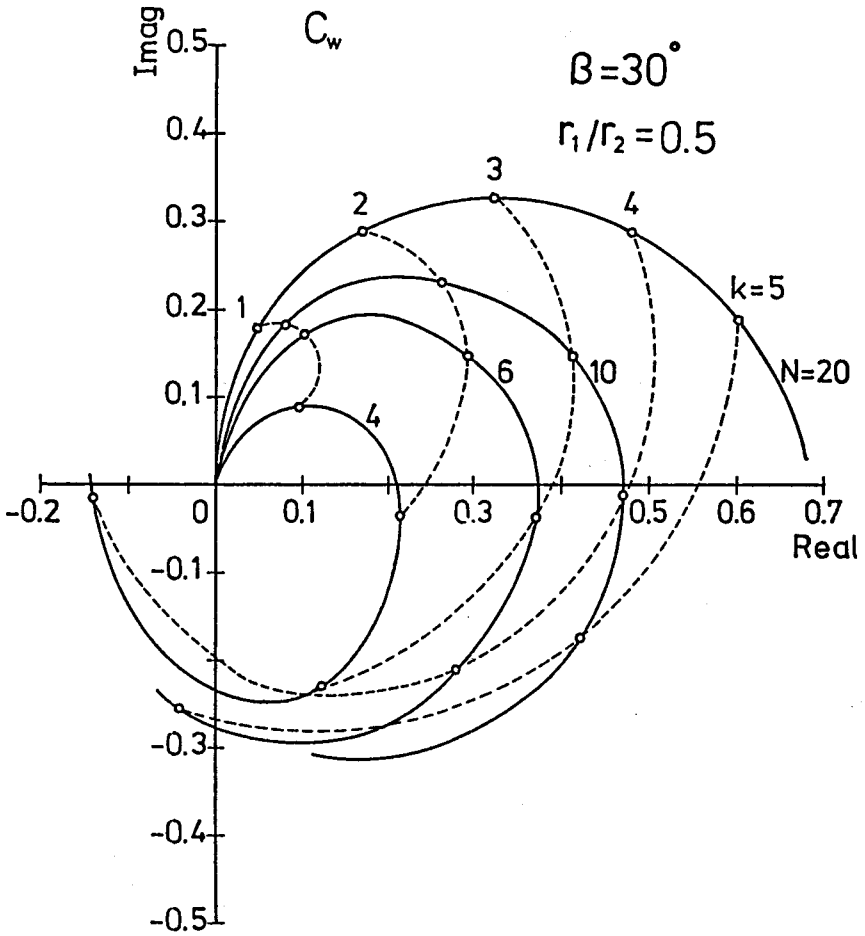


図19　流出渦トルク係数C_w（羽根枚数Nを変えた場合）

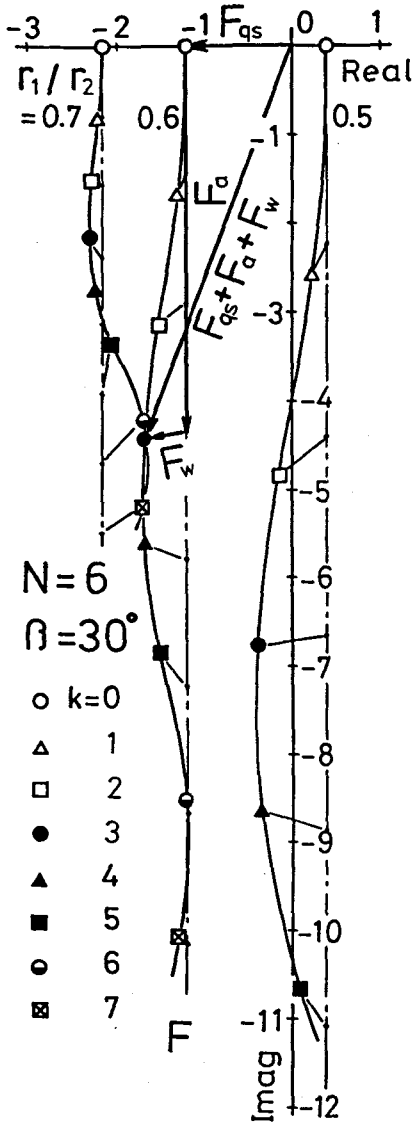


図20　周期的流量変動に対する変動トルク係数F（内外径比r_1/r_2を変えた場合）

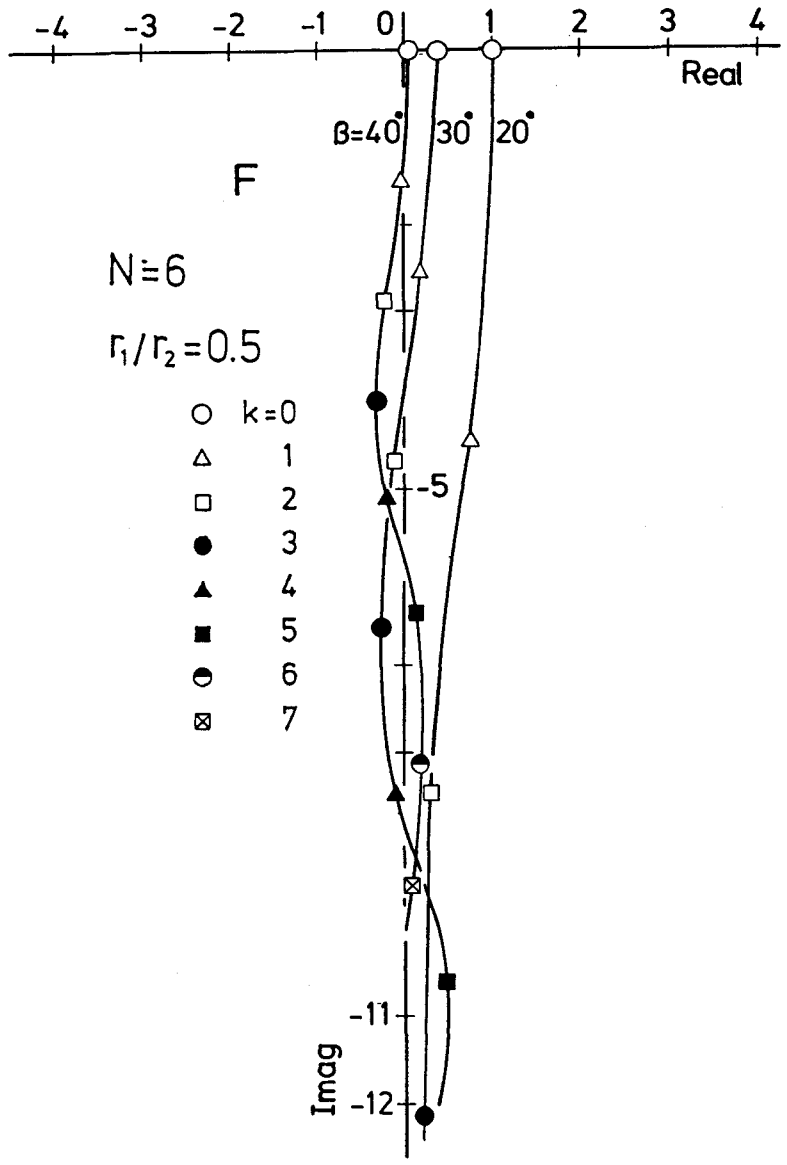


図21　周期的流量変動に対する変動トルク係数F　（羽根角 β を変えた場合）

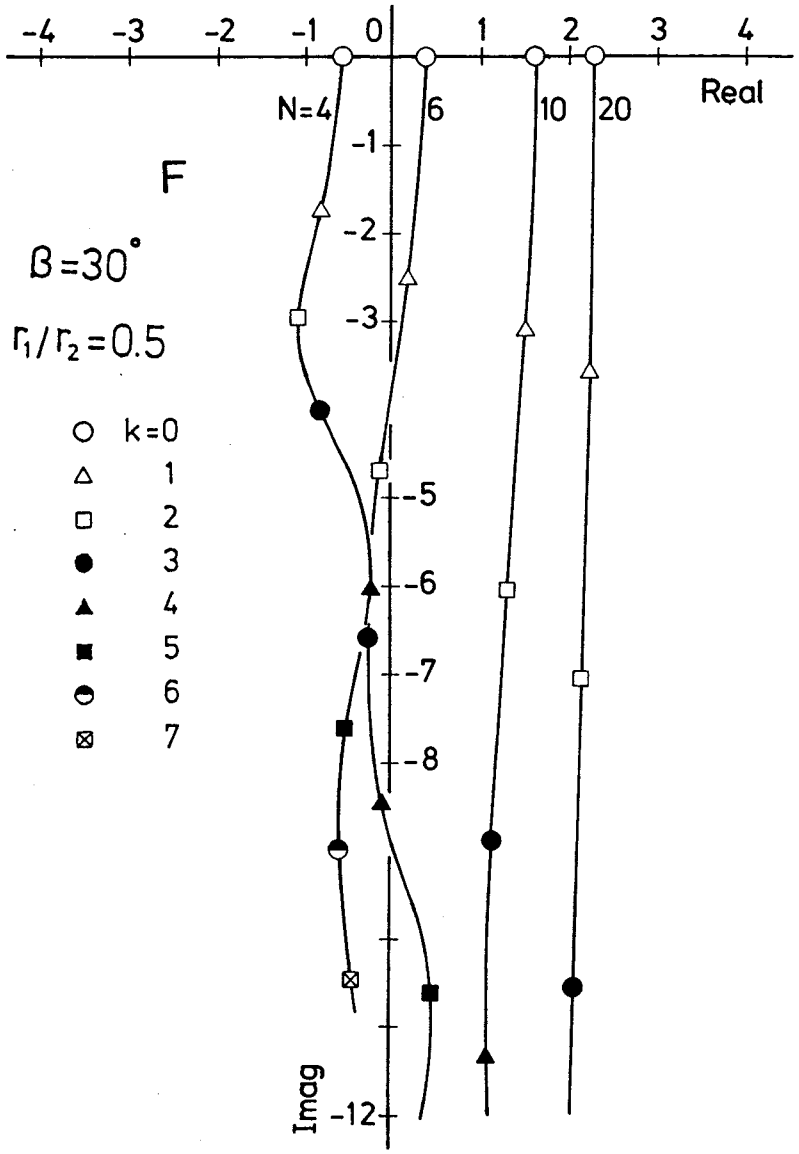
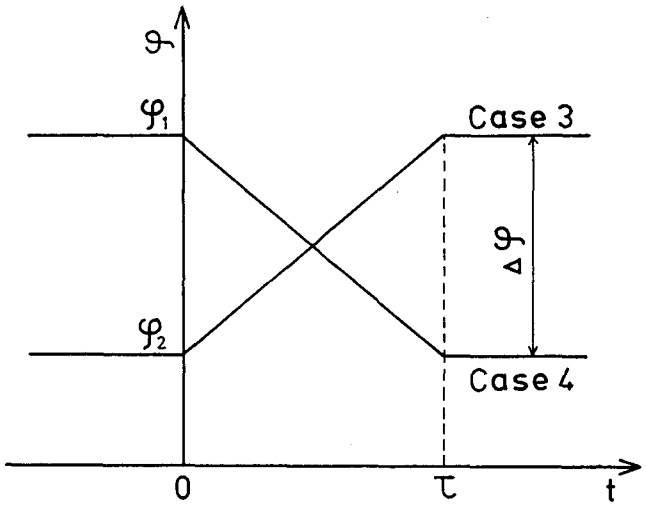


図22　周期的流量変動に対する変動トルク係数F（羽根枚数Nを変えた場合）



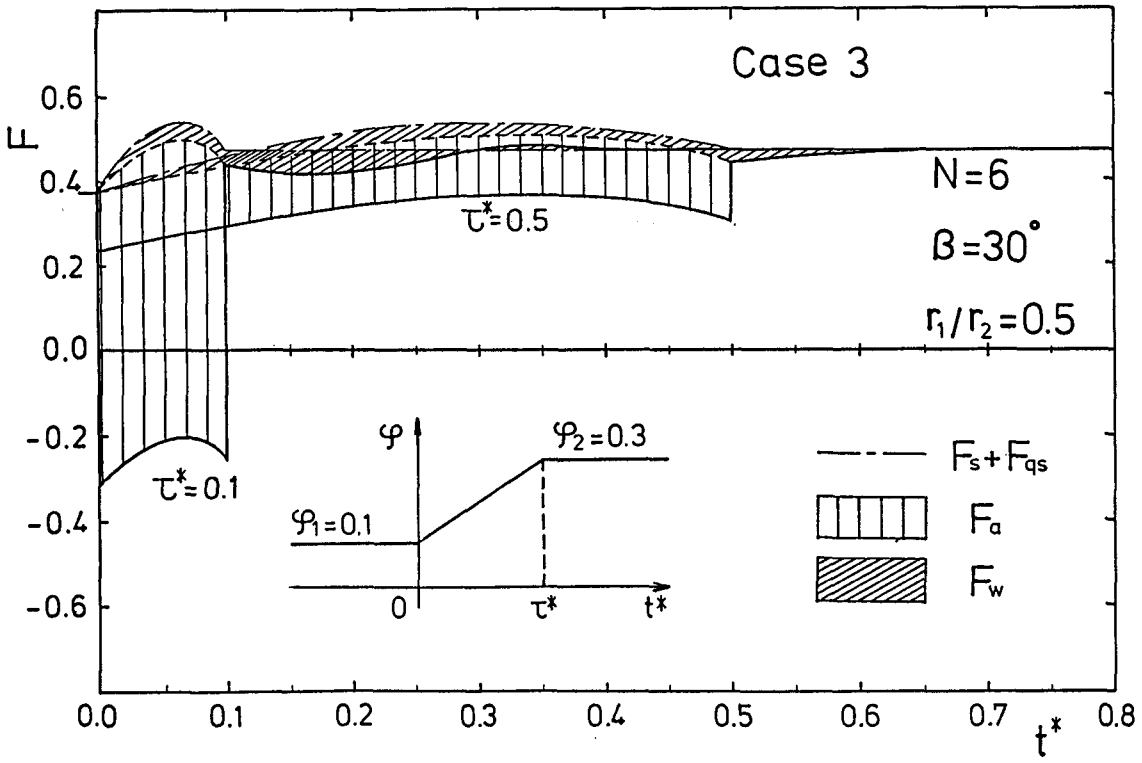
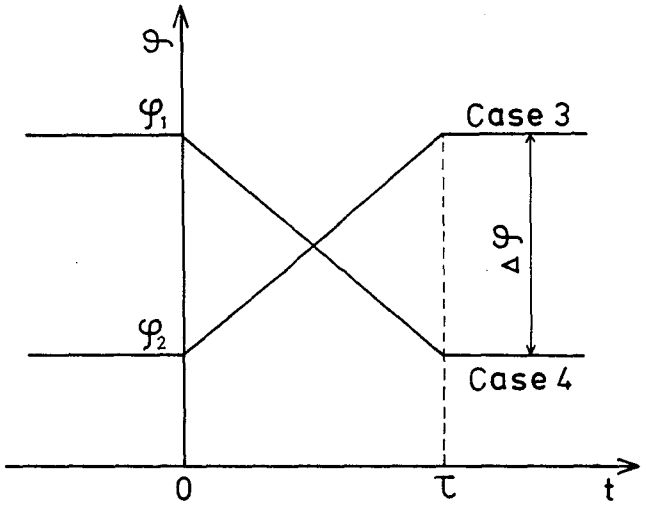


図23　ランプ状流量変動に対する変動トルク係数F（ケース３の場合）



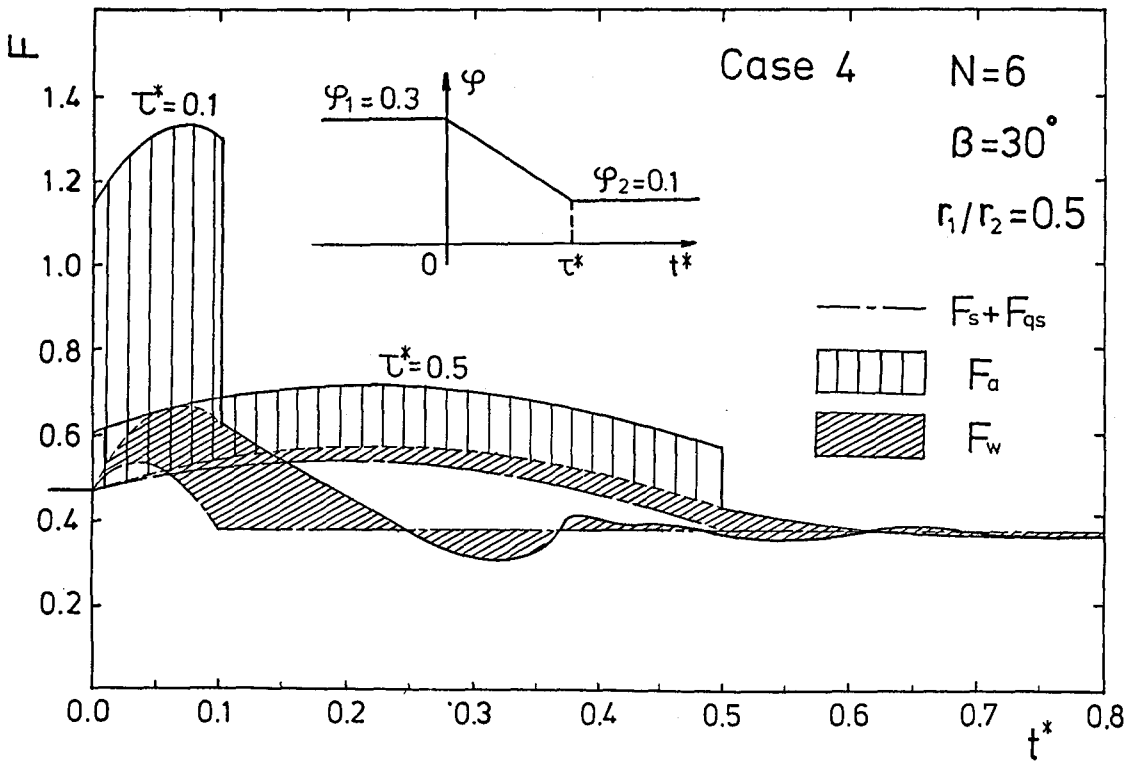
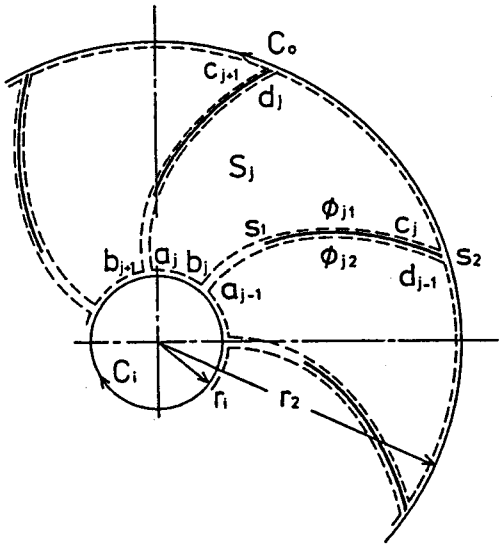


図24　ランプ状流量変動に対する変動トルク係数F（ケース４の場合）



付図１　トルク導出のための検査面

第４章　ボリュートケーシング中でふれ回りながら回転する遠心羽根車に作用する流体力

4.1 緒　言

ターボ機械において高速小型化は時代のすう勢であり，ポンプにおいてもロケットエンジン用ターボポンプ[1][2]をはじめ，陸用ポンプにも回転数10000rpmを越える超高速のもの[3][4]が製作されるようになってきている。

このような高速ターボ機械では，軸は柔構造設計となり，さらにローターが受けもつエネルギー密度が高まるため，軸系のふれ回りに対する安定性が問題[5]となり非同期振動に関する各種トラブルが数多く報告されている[6]~[8]。そのため，このような軸系の振動問題に関連し軸受，シール，ライナリング等に作用する非定常流体力の研究が各研究機関で活発に行なわれている[9][10]。一方遠心羽根車がふれ回る場合については，羽根車そのものに作用する非定常流体力も重要な問題であり，大橋[11]~[15]，Acosta[16]~[18]，辻本[19]~[23]，Bolleter[24][25]らによって理論，実験両面から研究がなされつつあり，条件によってはインペラーホワールが生じる危険性が指摘されてきている。

大橋ら[12]はベーンレスディフューザを持つ遠心羽根車について実験を行ない，この流体力はほとんどの条件ではふれ回りを減衰させる方向に作用するが，正の小さなふれ回り速度で，かつ流量が少ない場合にはふれ回りを励振する方向に作用することを明らかにしている。また，最近ディフューザポンプについても，新しい実験装置が開発され各種実験が続けられている[13][14]。一方，Acosta, Brennen ら[16][17]はボリュートケーシング中で回転する遠心羽根車について同様な実験を行ない，設計流量でもふれ回りを励振する方向に流体力が作用する結果を得ている。また Bolleter [24][25]は，実機のボイラー給水ポンプを用いて実験を行い，非常に大きな励振力を計測している。

一方理論面でも研究は進められており，Shoji ら[11]は羽根車単体がふれ回る場合と，ベーン付ディフューザ中でふれ回る場合について理論解析を行なっているが，単なるポテ

ンシャル理論からでは励振方向に作用する流体力は計算されていない。また辻本らはボリュートケーシング中でふれ回る場合[19]，ベーンレスディフューザ中でふれ回る場合[20]，およびベーン付ディフューザ中でふれ回る場合[21]について理論解析しており，ふれ回り速度と流量条件によっては，励振方向として作用する場合がある結果を得ており，特にボリュートケーシング中でふれ回る場合の理論解析からはボリュートケーシングとの干渉が強く影響していると推定出来る結果を得，ベーン付ディフューザ中では第5章で述べるディフューザの旋回失速がふれ回り流体力に大きく影響することを指摘している[15][21][22]。

本研究では，ポンプ形式としてもっとも一般的なボリュートケーシングをモデルとして，ボリュートケーシング中でふれ回る遠心羽根車について，特にケーシングとの干渉に注目し，ふれ回りによって生じる流体力が，ふれ回りを励振する方向に作用する条件を明らかにし，軸系の設計に必要なふれ回り流体力のマトリックス表示と，その低減化を図る方策を得ることを目的として実験を行なった。実験は大橋[12]，Acosta[16]と同様な実験装置により，羽根車が一定偏芯量，一定ふれ回り速度でふれ回っている場合に羽根車に作用する流体力を，新しく開発した計測方法により計測した。また本研究では理論解析との比較を行なうため羽根車，ボリュートケーシングは二次元形状に近いものとして実験を行なった。

4.2 記　号

F_r ：半径方向推力（$F_r{}^* = \dfrac{F_r}{\rho\pi(r_2\Omega)^2 r_2 B_2}$）

F_ω ：ふれ回り流体力

F_n ：ふれ回り流体力偏芯方向成分（$F_n{}^* = \dfrac{F_n}{\rho\pi(r_2\Omega)^2\varepsilon B_2}$）

F_t ：ふれ回り流体力接線方向成分（$F_t{}^* = \dfrac{F_t}{\rho\pi(r_2\Omega)^2\varepsilon B_2}$）

F_c ：羽根車遠心力（空中）

D_2 ：羽根車外径（$=2r_2$）

D_3 ：ケーシング基本直径

B_2 ：羽根車出口高さ

R ：ケーシング舌端半径

H ：揚　程

Q ：流　量

α ：ケーシング対数ラセン角

β ：羽根角度

Ω ：羽根車主軸角速度

ω ：ふれ回り角速度

ε ：ふれ回り半径

ρ ：流体の密度

ψ ：揚程係数　（$= \dfrac{gH}{u_2{}^2}$，$u_2 = \dfrac{D_2}{2}\Omega$）

ϕ ：流量係数　（$= \dfrac{Q}{\pi D_2 B_2 u_2}$）

m ：流体力マトリックス項（質量項）

c ：流体力マトリックス項（減衰項）

k ：流体力マトリックス項（バネ項）

4.3 羽根車に作用する流体力

ボリュートケーシング中で羽根車が回転する場合，流量によりケーシング周方向に静圧分布が生じ，この結果羽根車に半径方向推力F_rが作用することは良く知られている。（例えば文献（26)(27）には今までの研究成果がレビューされている。）この力は静止系から見て時間平均的には一方向に推す力として作用するが，流れの変動，羽根車に生じる逆流，または旋回失速等により必ずしも定常力でなく，動的成分をも含むことが知られている[28] [29]。

本研究では図1に示すように，羽根車が角速度Ωで回転している軸系が，ケーシング中心に対して，ふれ回り半径ε，ふれ回り角速度ωでボリュートケーシングの中でふれ回っているとする。この場合軸系には先に述べた半径方向推力以外に，ふれ回ることによって羽根車質量による遠心力F_cと，流体力F_ωが作用する。このような流体力力F_ωを図2に示すように，軸系とともに回転する座標系で，偏芯方向成分F_nと接線方向成分F_tに分離して考えることにする。各々の符号は図2の矢印方向を正とし，主軸の回転方向と同方向のふれ回りの場合を正のふれ回りとする。

軸系の振動解析[30]によると，ふれ回りによって生じる力F_ωがふれ回りを励振するか，制振するかはふれ回り方向とF_tの符号に関係していて，図3にこの関係を示す。工学的には正のふれ回りの場合が重要であり，この場合$F_t > 0$ではふれ回りを助長する励振力となる。本研究ではボリュートケーシング内でふれ回る場合の，F_n，F_tに注目して実験を行ない，この力が励振方向に作用するふれ回り速度比ω／Ωと流量の条件範囲，およびボリュートケーシングとの干渉効果を調べた。

このように，励振力の特性が分ればこれをインプットとして，軸系の設計段階で，軸の振動応答特性を検討できるようになり，運転回転数を1次危険速度以上にとるような，軸の柔構造設計を必要とする高速ターボ機械において，信頼性の向上を図る上で極めて重要な意味を持つ。

4.4 実験装置

本研究のために新しく設計，製作したふれ回り実験装置を図4に示す。また図5にその全景写真を示す。羽根車はボリュートケーシング内にあり，軸系に組み込んだ機構によりふれ回りを発生できるようになっている。ふれ回りは次の機構によって発生させることができる。まず，羽根車主軸を駆動する駆動軸①より，タイミングベルト②でふれ回り駆動軸③を回転させる。羽根車主軸④と駆動軸①はフレキシブルカップリング⑤により連結されており，主軸は機械中心に一定の偏芯量を持つ偏芯軸受⑥で受けられている。この偏芯軸受は，ふれ回り駆動軸③により，タイミングベルト⑦で駆動される。ふれ回り速度の変更は，プーリー⑧の歯数の変更で行なった。また，負のふれ回りを発生させる場合は，ふれ回り駆動軸にもう一段逆転駆動軸を介することにより，偏芯軸受⑥を逆転させた。

これらの機構により，ふれ回り速度比は計測中一定となり，回転角の位相関係も一定に保つことが出来るので，4.5で述べる計測システムにおける位相解析の精度が上がり，ふれ回り流体力の計測は非常に容易なものとなった。羽根車に作用する流体力は，羽根車主軸に貼った歪ゲージにより，主軸の曲げ応力をスリップリングを介して外部へ取り出し測定した[31)~33)]。

供試羽根車を図6に示す。羽根車はアルミ製としてふれ回りによる羽根車質量の遠心力を小さくし，流体力の検出が容易となるようにした。またシールにはフェイスシールを採用し，シールに発生する力の影響を除去した。

本研究では，ケーシング形状の影響を調べるため，図7に示す3種のケーシングで実験を行なった。特に，ケーシングB，Cは舌端形状の影響を調べるために，ケーシングAに比べて舌端R，羽根車外径と舌端との間隔D_3／D_2を変えている。すなわちケーシングBは舌端Rを同一としてケーシング面積を小さくし，ケーシングAに比べて干渉効果を高めた形状であり，一方，ケーシングCは舌端Rを大きく，羽根車とケーシングの間隔D_3／D_2を大きくとった形状でケーシングを小型としながら舌端の干渉効果を低めた形状で

あることを特徴としている。なお，本実験に用いた羽根車とケーシングは，ＰＷＲ型原子力発電所用主給水ポンプを模擬し，これに近い比速度とした。ただしその形状は理論解析との対応を見るため，それぞれ，二次元羽根，流路巾一定の対数ラセン曲線形状とした。

4.5 計測方法

図8に本実験に用いた計測のブロック線図を示す。先に述べたように，羽根車に作用する流体力の検出は，回転軸に貼った歪ゲージにより回転系の主軸の曲げ応力の測定によって行なった。この力の検出については，この歪ゲージをあらかじめ静的に較正した後，空中でのふれ回りによる羽根車質量の遠心力の測定によってもチェックした。図9にその一例を示すが，実線が静的較正からの回転中の換算値を示し，○印は実際の回転中の測定値を示している。この結果より回転している場合においても十分な精度で検出できていることがわかる。

4.3で述べたようにボリュートケーシング内で羽根車が回転する場合，羽根車には半径方向推力F_rも作用する。そこでこの力とふれ回りによる流体力の分離は，以下の方法で行なった。半径方向推力は，静止系から見てケーシングの一方向に作用する力であり，回転系では$1\times\Omega$の周波数成分となる。一方，ふれ回りによる流体力は，遠心力も含めて回転軸の一方向に貼った歪ゲージで見ると，

$$f_\omega = \Omega \times \left(1 - \frac{\omega}{\Omega}\right) \qquad \cdots\cdots (1)$$

の周波数成分となる。次に，この周波数の位相を歪ゲージが偏芯方向を向く位置を基準として，ベクトルフィルターで調べることにより，$\vec{F}_\omega + \vec{F}_c$の力のベクトルの方向がわかる。これらより$\vec{F}_c$を差し引くことにより，$\vec{F}_\omega = (\vec{F}_n + \vec{F}_t)$が計測出来る。本研究においてはこの力を，ふれ回り流体力と呼んでいる。図10に軸曲げ波形の周波数分析による力の分離，及びベクトルフィルターによるF_ωの力のベクトル方向を示す計測例を示す。

本システムでは，このような流体力の位相解析，ベクトル表示をリアルタイムで処理することができ，短時間の運転で必要なデータを総べて得ることができる。従って本計測システムを用いれば，実機のポンプにおいてもそのふれ回り流体力を短時間に計測することが可能である。

4.6 実験結果

4.6.1 ポンプ特性

図11に各ケーシングの場合のポンプ特性を示す。羽根車の設計流量はϕ=0.085であり，基準としたケーシングAの場合には，この流量でほぼ最高効率となっている。ケーシングB，Cではケーシング面積を縮小しており，揚程曲線は小流量側へ移動するが[34]，舌端RとD$_3$／D$_2$の影響は，この実験では揚程曲線にはさほど顕著には現れていない。

4.6.2 半径方向推力（ω＝0の場合）

羽根車主軸の軸芯をケーシング中心に対して，偏芯半径 1.5mmで90°ピッチごとずらして各位置で固定した場合に，羽根車に作用する半径方向推力の方向と大きさを図12にベクトル図で示す。ε／r$_2$ ＝ 1.5%の偏芯であるが，これによる半径方向推力の変化は大きく，理論解析結果[19]で示されているように，軸芯の動きの方向に対して半径方向推力の変化の方向は羽根車が回転する方向へ約40°進んでおり，このような場合にも接線方向力が生じることがわかる。ω／Ω≒0の場合のふれ回り流体力は，このように準静的に軸芯を動かした場合の力の変化分と同等と考えられるのでω／Ω＝0の場合の流体力F$_n$，F$_t$としては，図12に示した1回転分（軸芯位置Ⓐ～Ⓓ）の力の変化の平均値を用いて，F$_n$，F$_t$を各々計算することとした。このようにして算出したF$_n$，F$_t$（ω／Ω＝0）は4.6.3で述べる実際にふれ回っている軸より計測したω／Ω＝± 0.2，± 0.4，± 0.6から推定出来るω／Ω＝0の値と殆ど差異はなく，従来の他の研究[12] [14] [24]では，得られていなかったω／Ω＝0の場合についても，このような計測方法を採用すれば有意なデータが得られることが証明できている。

4.6.3 ふれ回り流体力

ふれ回り流体力の計測は，主軸回転数n＝2000rpm，ふれ回り半径ε＝ 1.5㎜で実施した。回転数は直流電動機を用いることにより計測中± 2rpm の範囲に制御した。

ふれ回り流体力として，F_n，F_t を4.5に述べた方法で$\omega/\Omega = -0.6 \sim +0.8$の範囲でケーシングA，B，Cについて計測した。図13には，ケーシングAの場合の代表的な条件において，静止座標系から見た場合に羽根車に作用する総ての力のリサジュー線図を示す。この図には4.3に述べたように，半径方向推力F_r，羽根車遠心力F_c，ふれ回り流体力F_ω すべての力が含れており，羽根車には非常に複雑な力が作用していることがわかる。このような流体力から4.5に述べた方法によりF_n，F_tを分離した。図14にはケーシングAの場合の計測値の一部と理論計算結果を対比して示す。$\omega/\Omega < 0$でF_tが計算結果の方が小さくなっているが，他はその傾向，大きさとも良く一致している。また，ケーシングA，B，Cとも，$\omega/\Omega < 0$では，いずれの流量条件においても計測結果は$F_t > 0$となり，ふれ回り流体力は制振方向に作用していることが解る。

ここでは工学的に重要となる$\omega/\Omega > 0$の場合において，各ケーシングで$F_t > 0$となる条件範囲を，ふれ回り速度と流量をパラメータとして図15に示す。いずれの場合も，一般的傾向として，ふれ回り速度が小さく，流量が少ない程$F_t > 0$となり，ふれ回りによる流体力は励振方向に作用するようになることが解る。そして，羽根車の設計流量においても，$F_t > 0$となるふれ回り速度範囲が存在している。このことはふれ回り流体力が励振力となって生じるインペラーホワールの可能性を意味している。また，羽根車入口逆流が生じる流量$\phi = 0.034$ 付近では，F_t がふれ回り速度$\omega/\Omega \approx 0.4$ 付近で増大する傾向も見られ，今回注目したケーシングとの干渉の影響のみならず，大橋らが文献(12)で指摘しているように，羽根車内の流れの乱れも，ふれ回り流体力と強く関係していることがこの結果からわかる。

次に，ケーシング形状の影響を見れば，羽根車の設計に合わせて設計したケーシン

グAについても，設計流量付近においてもω／Ω＜ 0.4ではF$_t$ ＞0となり，ふれ回りによる流体力は励振方向に作用している。また，励振方向に作用する条件範囲（ふれ回り速度比，流量）は，理論計算結果のそれと非常に良く一致している。一方，ケーシング面積と舌端Rを小さくとったケーシングBではその条件範囲はケーシングAとさほど変わらないが，励振力はケーシングAに比べて約 1.5倍大きなものとなっている。しかしながら，ケーシング舌端R，及びD$_3$ ／D$_2$ を大きくしたケーシングCでは，F$_t$ ＞0となるふれ回り速度はずっと小さくなり，励振力として作用する条件範囲は，ケーシングA，Bに比べて狭くなっている。ケーシングCの場合，理論計算結果も実験結果同様，この条件範囲は狭くなっており，実験結果を良く裏付ける結果となっている。以上のように本研究では3種類のケーシングによって行なわれた実験結果より，以下のことが明らかとなった。

(1) ボリュートケーシング中では，ふれ回り速度が小さい場合，設計流量においてもふれ回り流体力はふれ回りを励振する方向に作用する。

(2) 励振方向に作用するふれ回り速度と流量の条件範囲については，ケーシング形状の影響が極めて大きく，舌端R，D$_3$ ／D$_2$ を大きくとれば，ボリュート内でも励振力を低減することができる。

4.6.4 流体力のマトリックス表示

現在の軸系の設計においては図16に示すように，軸受，シール，ライナリング等に作用する流体力は(3)式に示すようなマトリックス表示することにより，軸系の応答計算に使用される[35]。従って本研究でのふれ回りにより羽根車そのものに作用するような流体力についても，これをマトリックス表示しておくことは，設計段階で軸系の安定性を検討する上で，重要な意味をもつ。本研究で対象としたボリュートケーシングは非軸対称であり，マトリックスについても本来x方向とy方向について分離が必要であるが，ここではボリュートケーシング形状の影響を調べることを目的に4.6.3

の計測値（時間平均値）を用いて，線型性を仮定した上で以下の方法でマトリックス要素を算出した[12]。

今，軸芯0のケーシング中心に対する座標をx，yとする。偏心量をε，角速度ωでふれ回っているとすると（図17参照）

$$\begin{cases} x = \varepsilon \cos \theta_1 = \varepsilon \cos \omega t \\ y = \varepsilon \sin \theta_1 = \varepsilon \sin \omega t \\ \theta_1 = \omega t \end{cases} \quad \cdots\cdots (2)$$

流体力F_x，F_yは次の線型関係で表されるものとする。

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = -[M]\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} - [C]\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} - [K]\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

質　量　　減　衰　　バ　ネ

$\cdots\cdots (3)$

一方，ふれ回りによる流体力が線型であり，かつF_n（偏芯方向），F_t（接線方向）がθ_1によらないとすると次の関係がある。

$$F_n(\varepsilon, \omega) = \varepsilon (F_{no} + F_{n1}\omega + F_{n2}\omega^2)$$

$$F_t(\varepsilon, \omega) = \varepsilon (F_{to} + F_{t1}\omega + F_{t2}\omega^2) \quad \cdots\cdots (4)$$

(2)，(3)，(4)式よりマトリックスの各要素と(4)式の係数の間には次の関係がある。

$$\left.\begin{aligned} m_{xx} &= m_{yy} = F_{n2} \\ m_{xy} &= -m_{yx} = -F_{t2} \\ c_{xx} &= c_{yy} = -F_{t1} \\ c_{xy} &= -c_{yx} = -F_{n1} \\ k_{xx} &= k_{yy} = -F_{no} \\ k_{xy} &= -k_{yx} = F_{to} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5)$$

従って実験により得られたωとF_n，F_tの関係を式(4)の形になるように，最小二乗曲線でフィティングすれば，その係数より式(3)のマトリックスの各項が求まることになる。図18に今回の実験結果をマトリックス表示するのに必要なフィッティング曲

線（最小二乗曲線）の一例を示す。また，表1に3種類のケーシングの場合について計算された各要素を無次元値で示す。

偏芯方向成分F_nの主たるものは，羽根車の付加質量M_aによる遠心力$M_a \varepsilon \omega^2$と，羽根車の循環Γが速度$\varepsilon\omega$で円軌道をふれ回ることによって発生する揚力$L=\rho\Gamma\varepsilon\omega$の合力と考えることができる。

$$F_n \fallingdotseq M_a \varepsilon \omega^2 - \rho \Gamma \varepsilon \omega \quad \cdots\cdots (6)$$

従って，$m_{xx}=m_{yy}$は付加質量によるもの，$c_{xy}=-c_{yx}$はポテンシャル流れによって発生する羽根車循環のΓの揚力によるものと説明できる。また実験では$\omega/\Omega=0$ではF_nはすべて正となっていて，軸芯の変位に対しては負のバネ効果（$k_{xx}=k_{yy}<0$）をもつことがわかる。

次に接線方向成分F_tのフィティング曲線は，F_nに比べて直線に近く，これは$m_{xy}=-m_{yx}$が小さいことに対応している。理論[21]によれば，正のふれ回りでω/Ωが比較的小さい場合，ふれ回りによって羽根車通過流量が周方向に不均一となり，これに伴う羽根車内流体の慣性力と釣り合う羽根車出口圧力分布が生じ，これが$F_t>0$とする原因となることが示されている。また，実験では低流量程$F_t>0$となっているが，これは低流量域で発生する羽根車内の旋回失速や，羽根車入口部の再循環流れの旋回が，ふれ回り流体力を励振方向に助長する効果を持つためと考えられる。これらの結果，$\omega/\Omega=0$では$F_t>0$となり，バネクロス項$k_{xy}=-k_{xy}>0$となる。

ふれ回りの励振条件の判定に重要なものは，バネクロス項k_{xy}であり，これを各ケーシングについて流量を横軸にとって図19に示す。図よりケーシング形状の影響は顕著であり，ケーシング面積が小さく，舌端Rが小さいケーシングBは小流量程k_{xy}が大きくなり励振力として大きく作用する傾向を示しており，逆にD_3/D_2と舌端Rを大きくしたケーシングCでは小流量程k_{xy}が小さくなっている。これらの傾向から見ても理論解析[19]の推定どおり，ふれ回りによる流体力にはボリュートケーシングとの干渉効果は大きく，ケーシングがふれ回り流体力に対し励振を助長する方向に影響していることが明らかである。

4.7. 結　言

本章では，今後開発が進む超高速ポンプや高速多段ポンプで重要な課題となってくる，遠心羽根車がふれ回る場合の非定常流体力について，ボリュートケーシングとの干渉効果に注目し，実験的にその特徴を明らかにした。本研究で得られた結果は次のとおりである。

(1) ボリュートケーシング中では，ふれ回りによって生じる流体力は，設計流量でもふれ回り速度が比較的小さい場合，励振方向に作用する。

(2) ふれ回り速度が小さく，かつ低流量程，接線方向力F_tは大きくなり，ふれ回りによる流体力は励振力として作用する。

(3) ボリュートケーシングとの干渉の影響は極めて大いが，ケーシング面積を大きく，舌端半径Rを大きく，羽根車外径D_2と舌端の間隔D_3／D_2を大きくとるとこの励振力は小さくなり，かつ励振条件範囲（ϕ，ω／Ω）も小さくすることができる。

(4) 理論解析結果は本研究で得られた実験結果を定量的，定性的に裏付けている。

本研究によりボリュートケーシングの干渉効果がより明らかとなり，今までのベーンレスディフューザポンプ[12]とボリュートポンプ[16]における実験結果の違いの原因がこの干渉効果により説明できるようになった。今後は，より実機に近い三次元羽根車，ベーン付ディフューザについて実験を行ない高速ポンプの設計に必要なデータの蓄積，および励振的流体力の低減法の研究を進めて行く予定である。

文　献

(1) Francois, L. and Bernard, M., "Development Status of The Vulcain LH_2 Turbopump", AIAA-89-2606, AIAA/ASME/SAE/ASEE 25th Joint Propulsion Conference, 1989.

(2) Kamijo, K., Hashimoto, R., Shimura, T., Yoshida, M. and Okayasu, A., "Design of LE-7 LOX Turbopump", Proc. of the 15th International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, 1986.

(3) Benvenuti, E. and Ross, R. R., "Development of an Advanced Gas Turbine Driven High-Speed Centrifugal Pump for Injection Services", Proc. of the 3rd International Pump Symp., May 1986, pp.77-88.

(4) Manabe, N., Kawakami, T., Tagawa, M., Kubo, S., Sakamoto, M. and Kanki, H., "Development of Super High Pressure Centrifugal Pump for Water Jet Bedrock-Crushing", Mitsubishi Technical Review, Oct. 1981, pp.211-221.

(5) Ehrich, F. and Childs, D. W., "Self-Excited Vibration in High-Performance Turbomachinery", Mechanical Engineering, May 1984, pp.66-79.

(6) Massey, I. C., "Subsynchronous Vibration Ploblems in High-Speed, Multistage Centrifugal Pumps", Proc. of the 14th Turbomachinery Symp., 1985, pp.11-16.

(7) Marscher, W. D., "Subsynchronous Vibration in Boiler Feed Pumps Due to Stable Response to Hydraulic Forces at Part-Lord", I. Mech. E., C349/88, 1988, pp.167-175.

(8) Childs, D. W., "The Space Shuttle Main Engine High-Pressure Fuel Turbopump Rotordynamic Instability Problem", ASME, J. of Engineering for Power, Vol.100, Jan. 1978, pp.48-57.

(9) Iwatsubo, T. "Dynamic Characteristics of Noncontacting Seal and Evaluation of Its Effect on Stability of Rotor System", ISROMAC-3, Vol.2, April 1990, pp.222-243.

(10) Kanki, H., and Kawakami, T., "Experimental Study on the Dynamic Characteristics of Pump Annular Seals", I. Mech. E., C297/84, 1984, pp.156-166.

(11) Shoji, H. and Ohashi, H., "Lateral Fluid Forces on Whirling Centrifugal Impeller (1st Report : Theory)", ASME, J. of Fluids Engineering, Vol.109, June 1987 pp.94-99.

(12) Ohashi, H, and Shoji, H., "Lateral Fluid Forces on Whirling Centrifugal Impeller (2nd Report : Experiment in Vaneless Diffuser), ASME, J. of Fluids Engineering, Vol.109, June 1987, pp.100-106.

(13) Ohashi, H., Hatanaka, R. and Sakurai, A., "Fluid Force Testing Machine for Whirling Centrifugal Impeller", Proc. Int. Conf. Rotor Dyn., Tokyo, Sept. 1986, pp.643-648.

(14) Ohashi, H., Sakurai, A. and Nishihama, J., "Influence of Impeller and Diffuser Geometries on the Lateral Fluid Forces on Whirling Centrifugal Impeller", The 5th Workshop on Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, May 1988.

(15) Ohashi, H., Imai, H., Sakurai, A. and Nishihama, J., "Lateral Fluid Forces of Whirling Centrifugal Impellers with Various Geometries", The 3rd Japan-China Joint Conference on Fluid Machinery, Vol.2, 1-6A, April 1990.

(16) Jery, B., Acosta, A. J., Brennen, C. E., and Caughey, T. K., "Hydrodynamic Impeller Stiffness, Damping and Intertia in the Rotordynamics of Centrifugfal Flow Pumps", NASA CP2338, May 1984, pp.137-160.

(17) Chamieh, D. S., Acosta, A. J., Brennen, C. E. and Caughey, T. K., "Experimental Measurements of Hydrodynamic Radial Forces and Stiffness Matrices for a Centrifugal Pump-Impeller", ASME, J. of Fluid Engineering, Vol.107, No.3, Sept. 1985, pp.307-315.

(18) Fanz, R., Acosta, A. J., Brennen, C. E. and Caughey, T. K., "The Rotordynamic Forces on a Centrifugal Pump Impeller in the Presence of Cavitation", ASME FED-81, 1989, pp.205-211.

(19) Tsujimoto, Y., Acosta, A. J. and Brennen, C. E., "Theoretical Study of Fluid Forces on a Centrifugal Impeller Rotating and Whirling in a Volute", ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol.110, July 1988, pp.263-269.

(20) Tsujimoto, Y. and Acosta, A. J., "Theoretical Study of Impeller and/or Vaneless Diffuser Attributed Rotating Stalls and their Effects on Whirling Instability of a Centrifugal Impeller", Proceedings of IAHR Work Group on the Behavior of Hydraulic Machinery Under Steady Oscillatory Conditions, Sept. 1987, Lille.

(21) Tsujimoto, Y., Acosta, A. J. and Yoshida, Y., "A Theoretical Study of Fluid Forces on a Centrifugal Impeller Rotating and Whirling in a Vaned Diffuser", The 5th Workshop on Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, May 1988.

(22) 辻本, 吉田, Acosta, A. J., "遠心羽根車に作用するふれまわり流体力の簡単な予測法の提案とその実験的検証", 機論, Vol.55, No.514, B(1989-6), pp.1530-1535.

(23) Yoshida, Y. and Tsujimoto, Y., "An Experimental Study of Fluid Forces on a Centrifugal Impeller Rotating and Whirling in a Volute Casing", ISROMAC-3 Vol.2, April 1990, pp.493-506.

(24) Bolleter, U., Wyss, A., Welte, I. and Strüchler R., "Measurement of Hydrodynamic Interaction Matrices of Boiler Feed Pump Impellers", ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol.109, April 1987, pp.144-151.

(25) Bolleter, U., Leibundgut, E. and Sturchler, R.,"Hydraulic Interaction and Excitation Forces of High Head Pump Impellers", ASME FED-81, 1989, pp.187-193.

(26) Guelich, J., Jud, W. and Hughes, S. F., "Review of Parameters Influencing Hydraulic Forces on Centrifugal Impellers", I. Mech. E., Vol.201, No.A3, 1987, pp.163-174.

(27) Flack, R. D. and Allaire, P. E., "Lateral Forces on Pump Impellers a Literature Review", Shock Vib. Dig, Vol.16, 1984, pp.5-14.

(28) 今市, 内田, 白井, "遠心ポンプの径方向推力に関する実験的研究", 機論 (第2部), Vol.37, No.294, 昭46-2, pp.322-333.

(29) Kanki, H., Kawata, Y. and Kawakami, T., "Experimental Research on the Hydraulic Excitation Force on the Pump Shaft", ASME Paper 81-DET-71, 1981.

(30) Vance, J. M., "Rotordynamics of Turbomachine", John Wiley & Sons, 1988, Chapter Ⅶ.

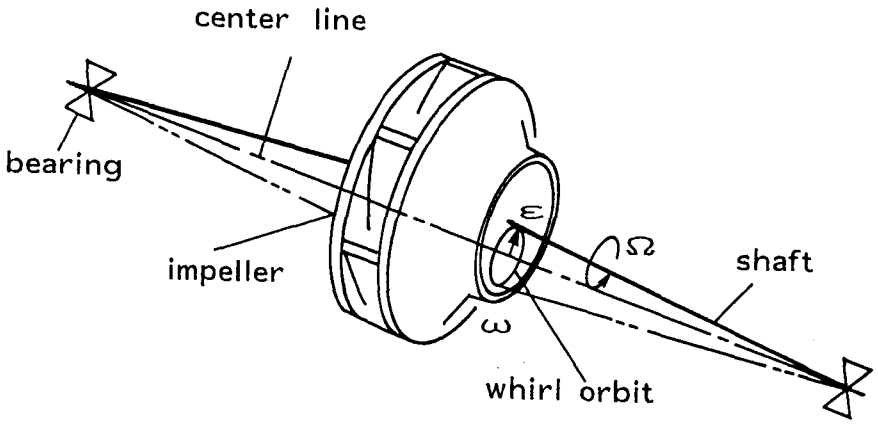
(31) 山田, 吉田, 竹沢, 田川, 竹之内, "ＦＢＲ用ナトリウムポンプの水力模型試験", 三菱重工技報, Vol.21, No.1, 1984, pp.13-18.

(32) 竹沢, 宮本, 田川, 山田, 吉田, 上原, "100Ｄ形一次冷却材ポンプ水力模型試験", 三菱重工技報, Vol.22, No.2, 1985, pp.105-110.

(33) 長田, 安田, 吉田, "空気吸込時のポンプ主軸変動応力に関する実験的研究", 機械学会関西支部 第247回講演会, 昭62-11, pp.18-19.

(34) Worster, R. C., "The Flow in Volutes and Its Effect on Centrifugal Pump Performance", Proc. Instn Mech Engrs, Vol.177, No.31, 1963, pp.843-865.

(35) 川上, "遠心ポンプにおける振動解析とＣＡＥ技術", 技術情報センター セミナー資料, 1985-12.



ε : Whirling Radius
Ω : Rotational Speed
ω : Whirl Speed

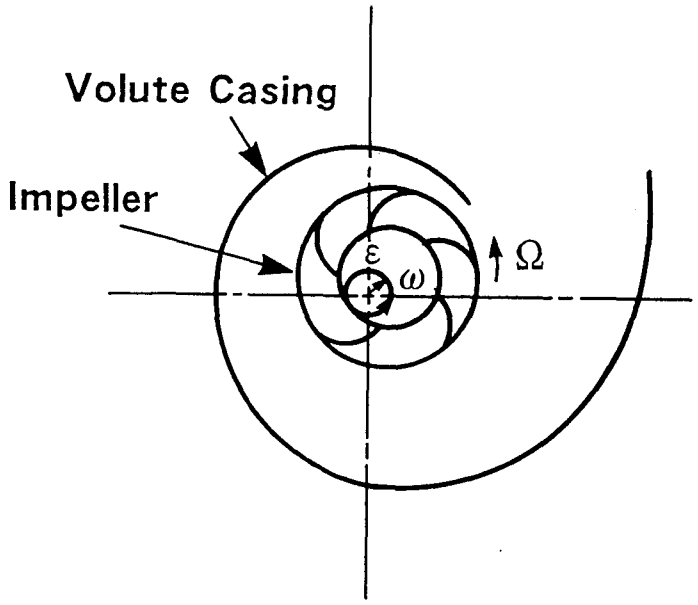


図1　ボリュート中でふれ回りながら回転する羽根車

F_ω Whirling fluid force

$\vec{F}_\omega = \vec{F}_n + \vec{F}_t$

F_n Eccentric Component

F_t Tangential Component

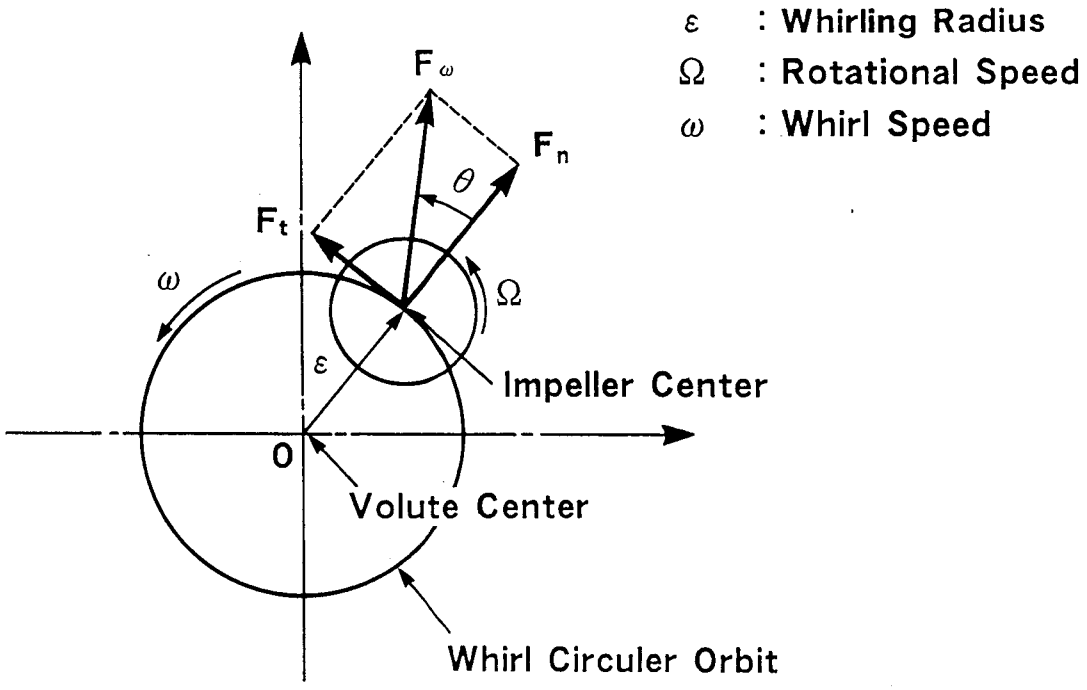


図2　ふれ回り流体力

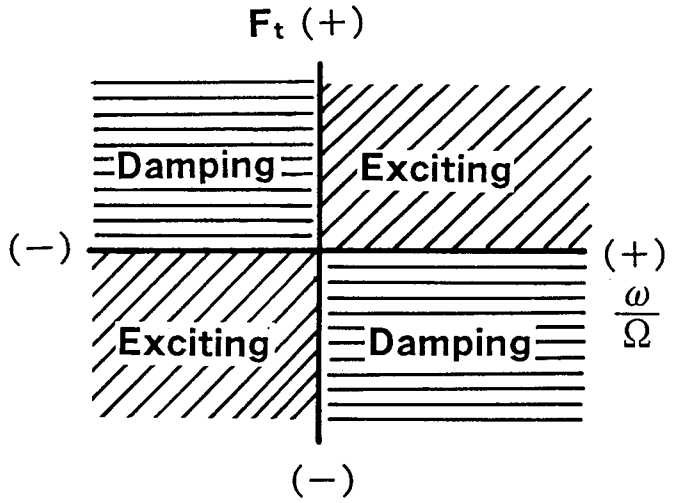


図 3　ふれ回り流体力励振条件

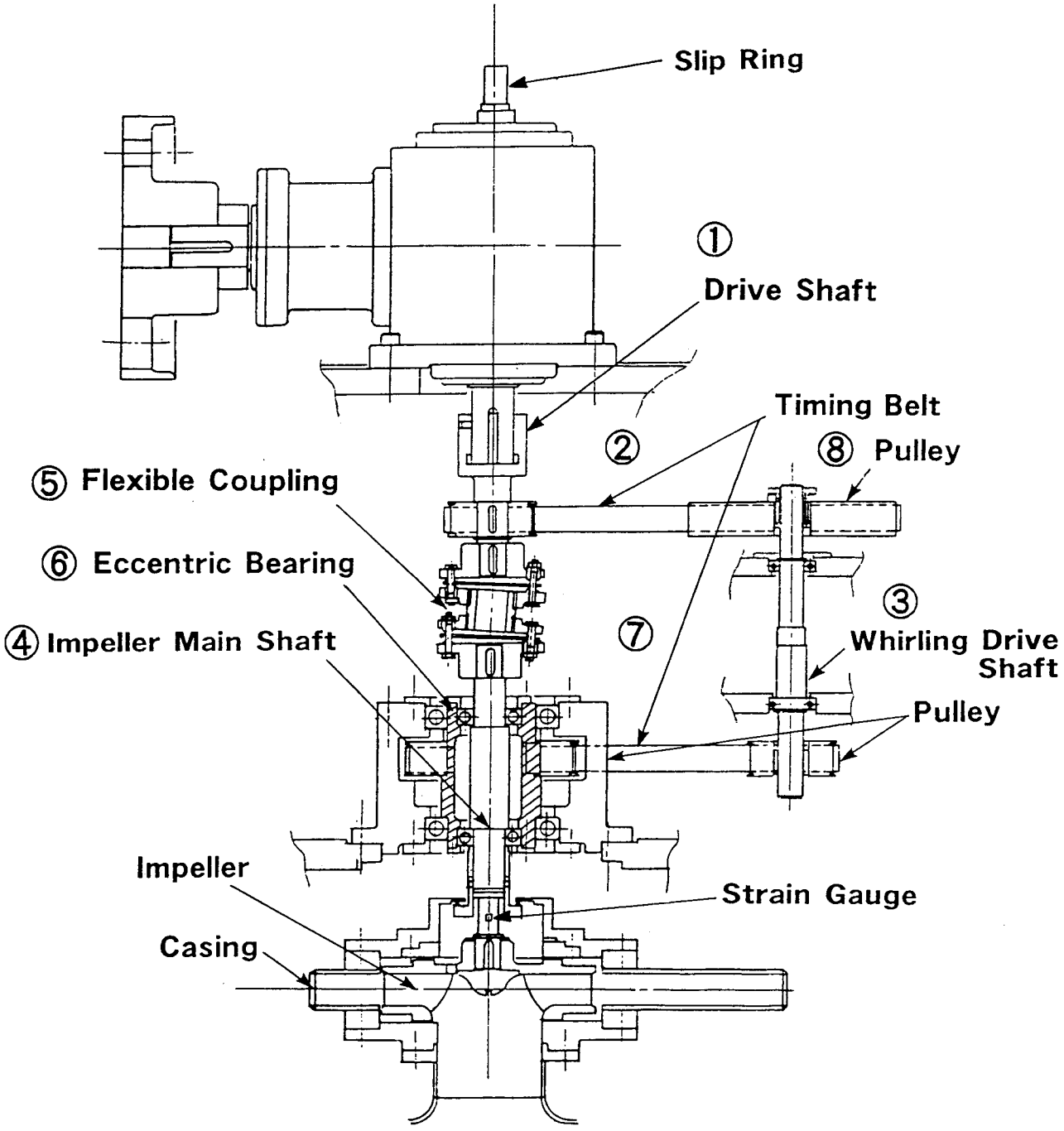

Slip Ring
①
Drive Shaft
Timing Belt
②
⑧ Pulley
⑤ Flexible Coupling
⑥ Eccentric Bearing
③
④ Impeller Main Shaft
⑦
Whirling Drive Shaft
Pulley
Impeller
Strain Gauge
Casing

図4　実験装置説明図

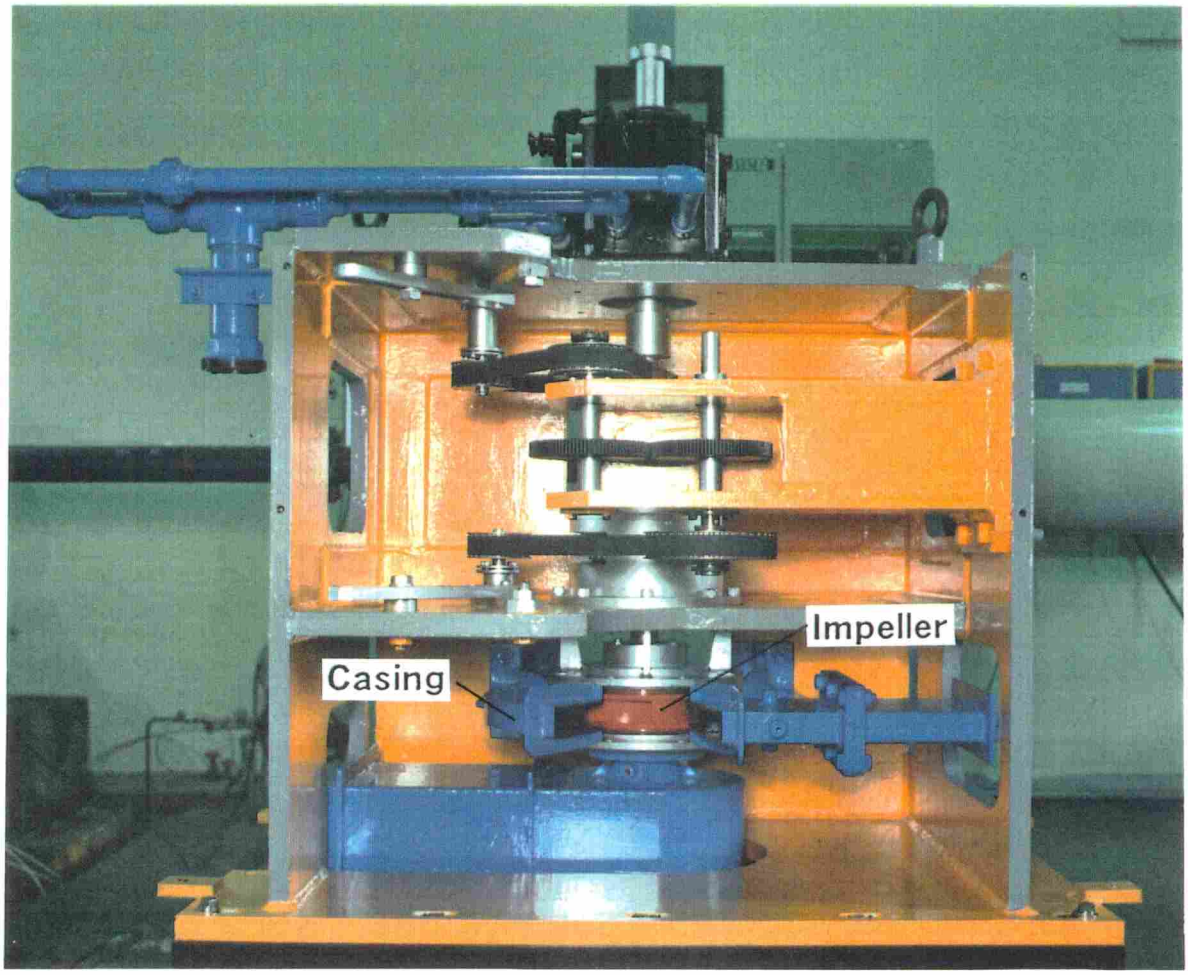


図 5　実験装置全景

Outer Diameter	$D_2=\phi 200$mm
Exit Width	$B_2=30$mm
Vane Angle	$\beta_2=20°$
Number of Vanes	$Z=5$

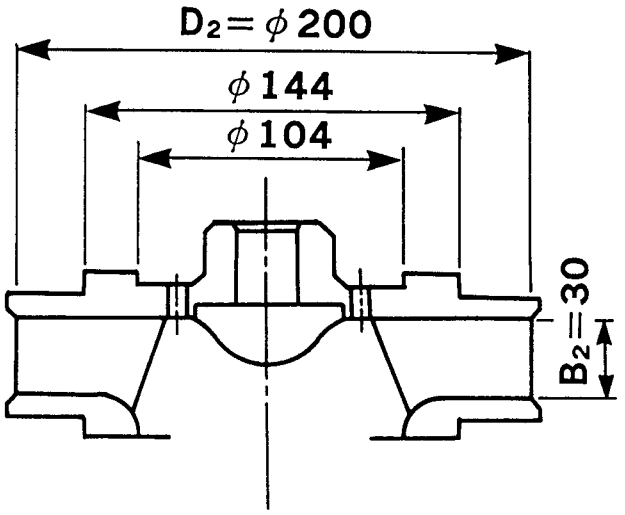


図 6　供試羽根車

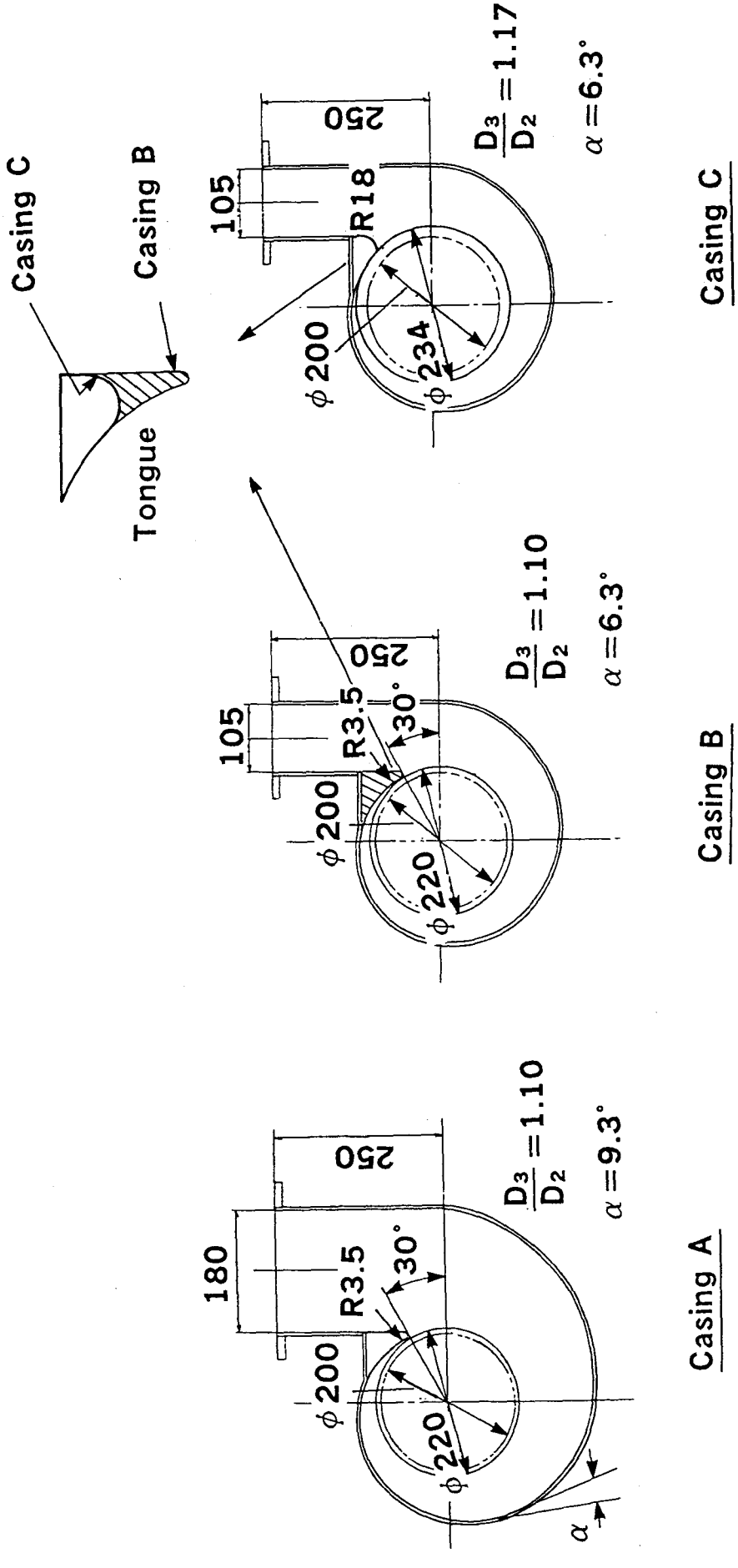

Casing C
Casing B
Tongue
105
250
R18
φ200
φ234
$\frac{D_3}{D_2}=1.17$
$\alpha=6.3°$
Casing C
105
250
R3.5
30°
φ200
φ220
$\frac{D_3}{D_2}=1.10$
$\alpha=6.3°$
Casing B
180
250
R3.5
30°
φ200
φ220
$\frac{D_3}{D_2}=1.10$
$\alpha=9.3°$
Casing A

図7　供試ケーシング

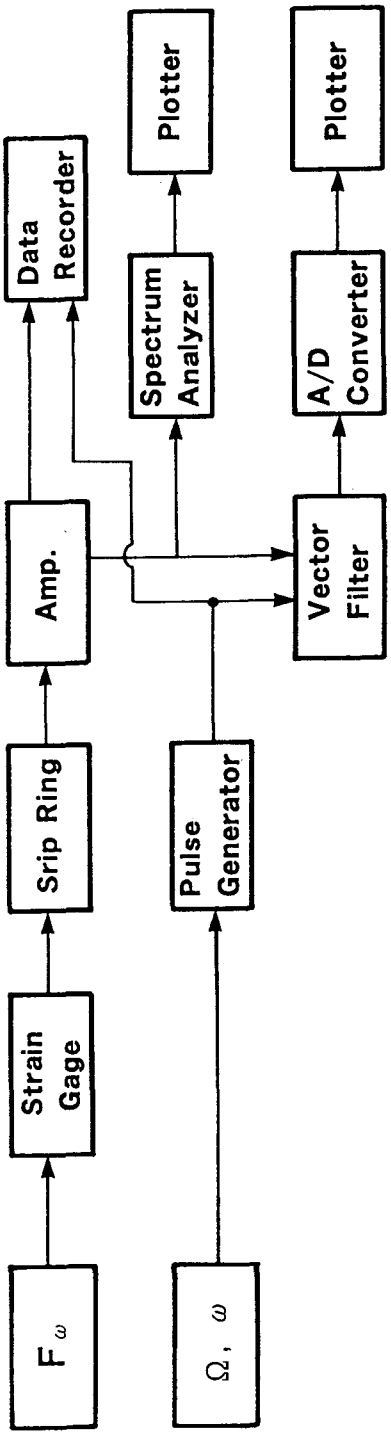

Plotter
Plotter
Data Recorder
Spectrum Analyzer
A/D Converter
Amp.
Vector Filter
Srip Ring
Pulse Generator
Strain Gage
Fω
Ω, ω

図8　計測ブロック図

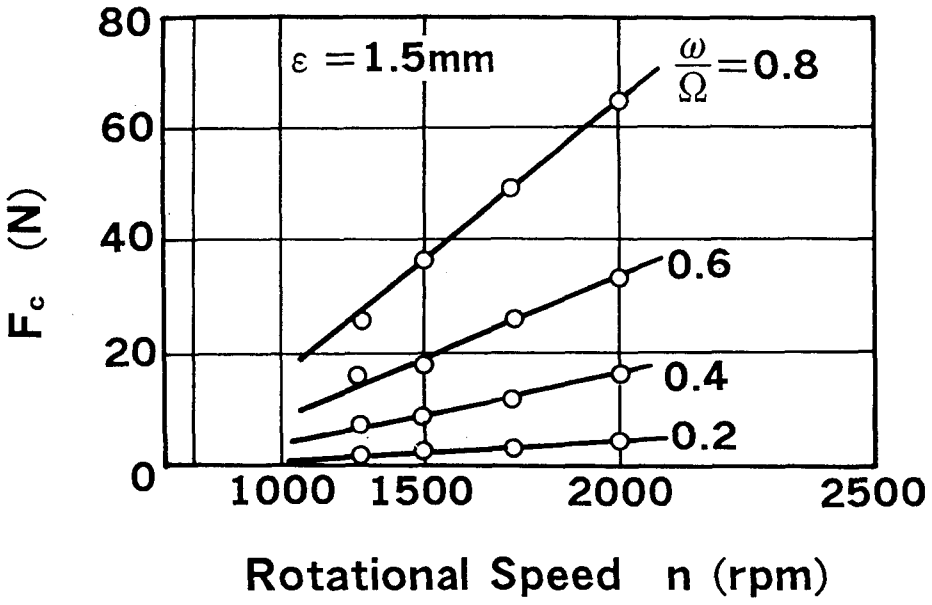


図9　羽根車質量による遠心力（空中）

		frequency
F_r	Radial thrust	$1\times\Omega$
F_ω	Whirling fluid force	$\Omega\times(1-\omega/\Omega)$
F_c	Impeller centrifugal force	$\Omega\times(1-\omega/\Omega)$

$$\left(\vec{F}_\omega+\vec{F}_c\right)-\left(\vec{F}_c\right)=\vec{F}_\omega=\vec{F}_n+\vec{F}_t$$

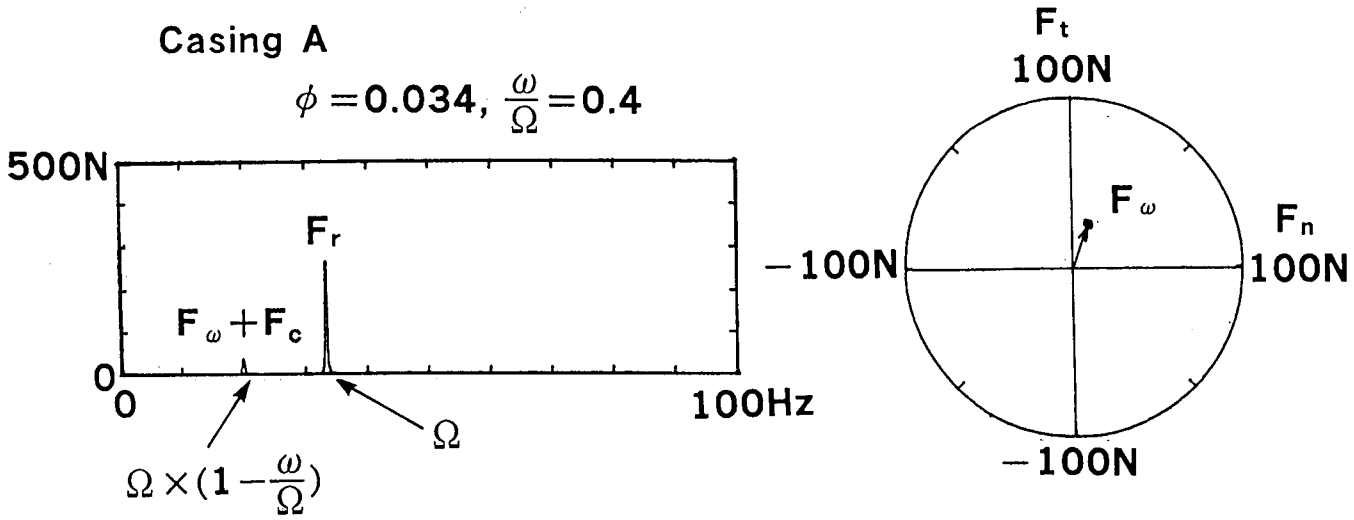
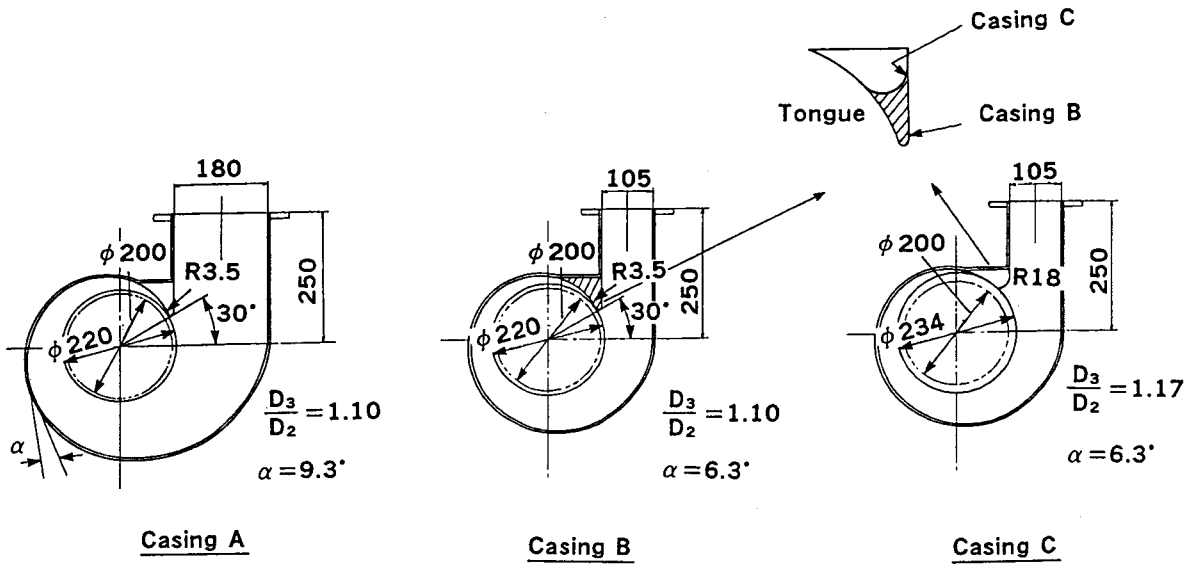


図10　流体力の分離


Casing C
Tongue
Casing B
180
105
105
φ200
R3.5
30°
250
φ220
R18
φ234
D3/D2 =1.10
α =9.3°
D3/D2 =1.10
α =6.3°
D3/D2 =1.17
α =6.3°
α
Casing A
Casing B
Casing C

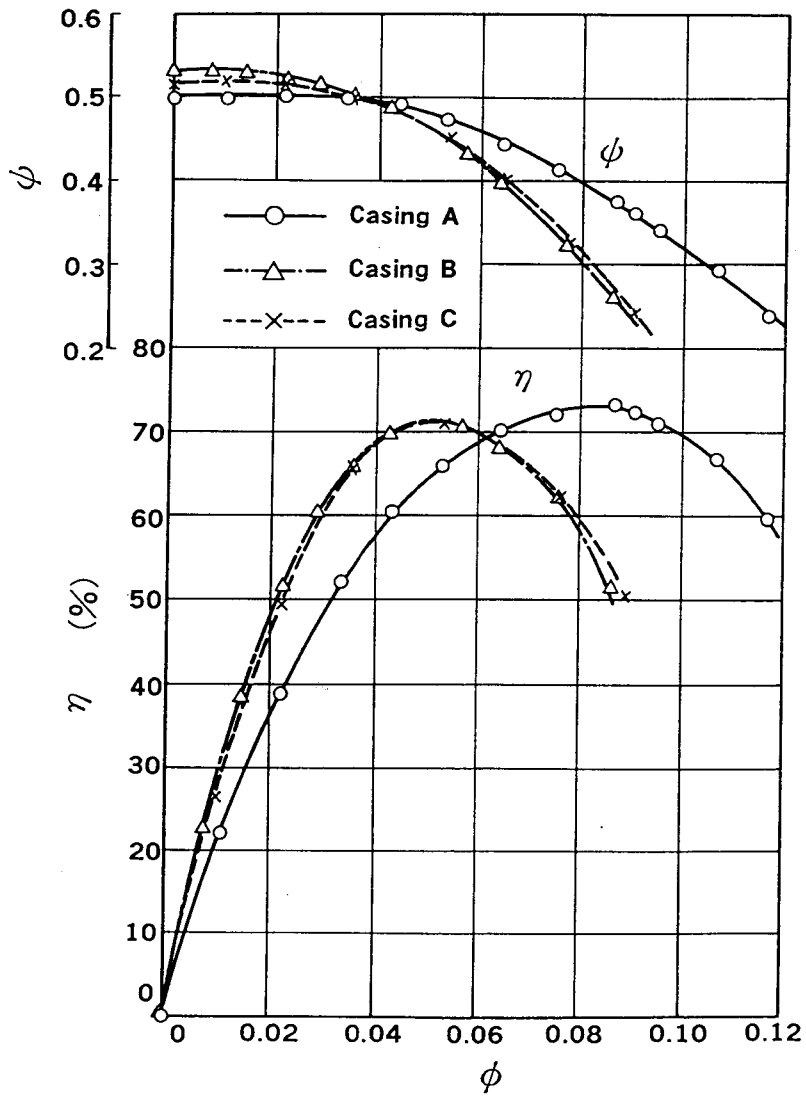

ψ
η (%)
φ
Casing A
Casing B
Casing C
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12

図11　ポンプ特性

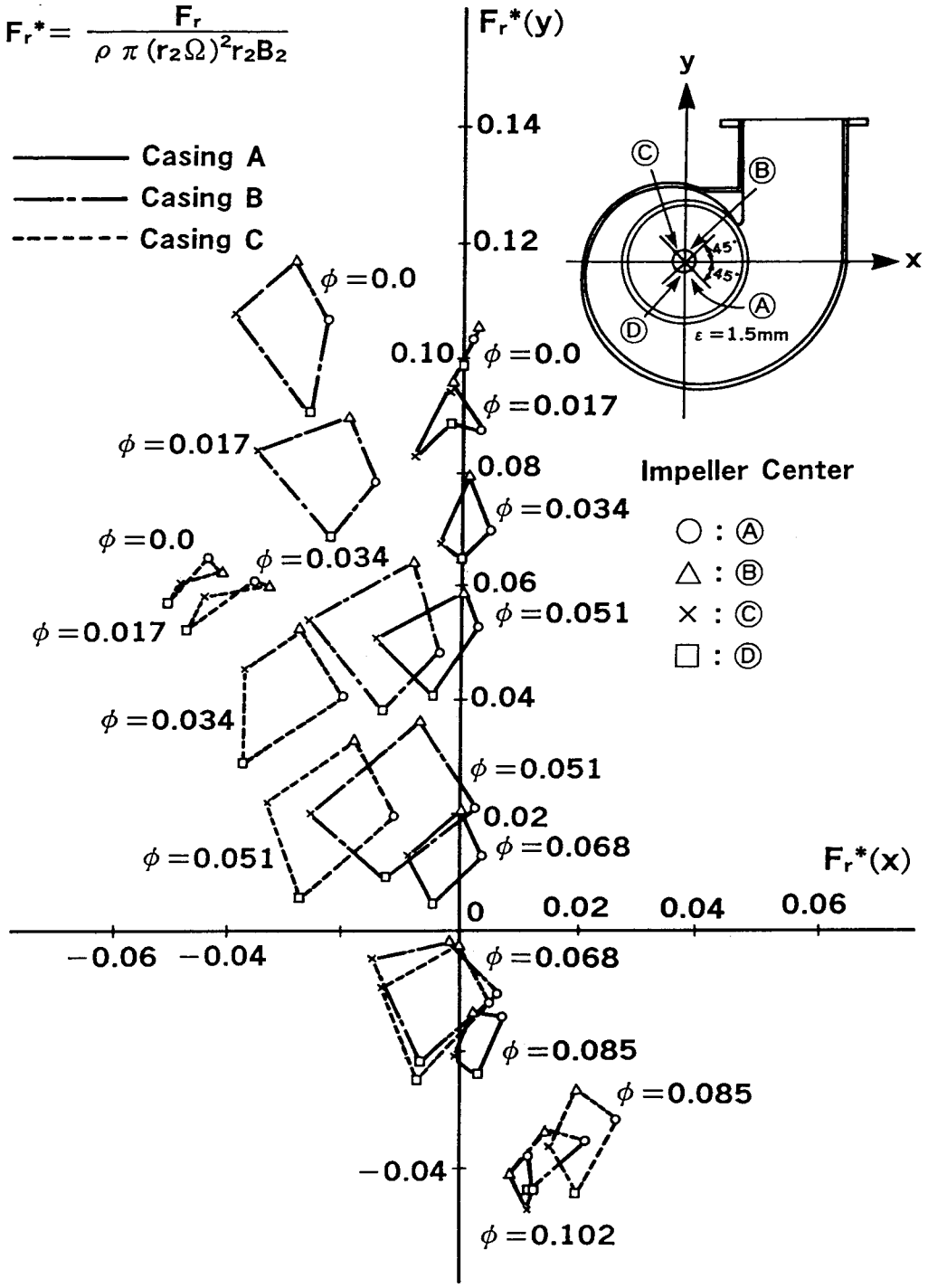
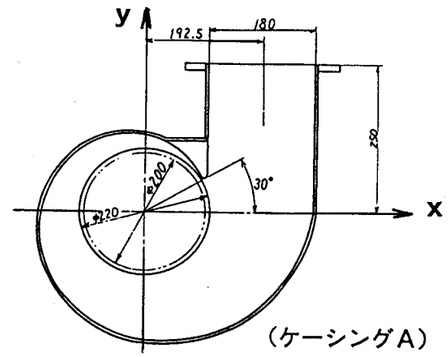


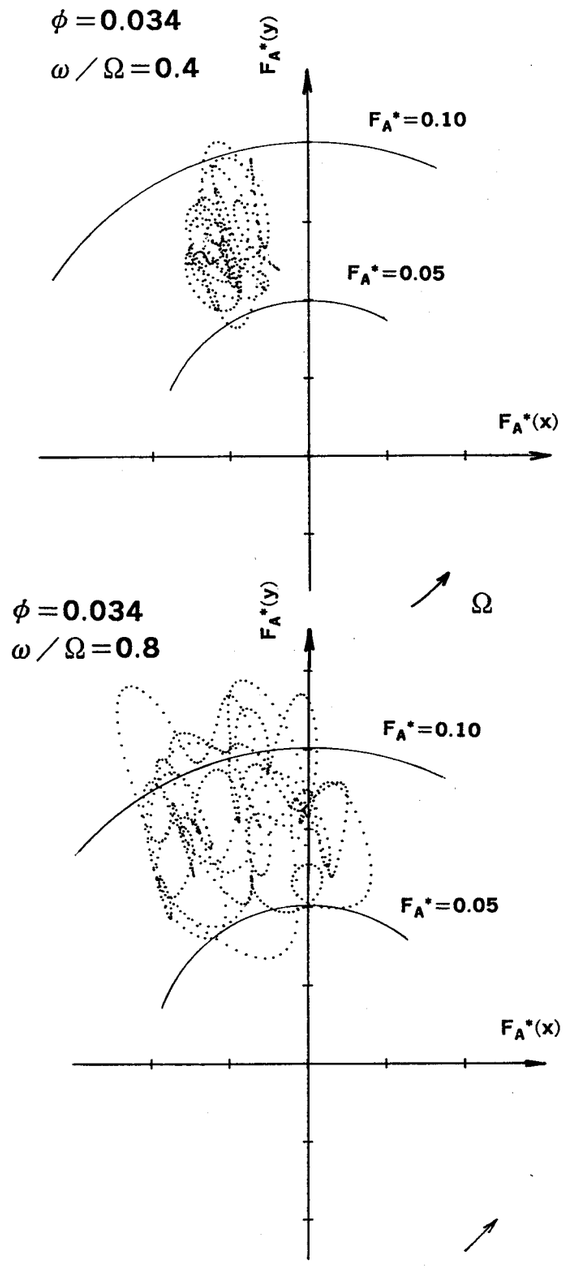
図12　半径方向推力（ω =0）

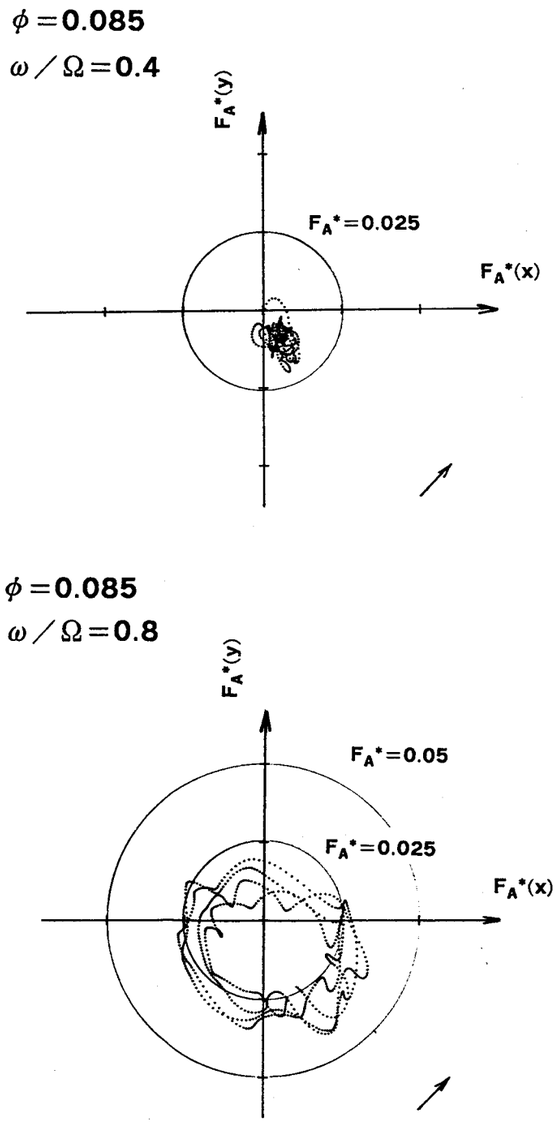
$$F_A^* = F_A / \pi (r_2\Omega)^2 r_2 B_2$$

$$F_A = F_r + \Delta F_r + F_\omega + F_c$$



（ケーシングA）





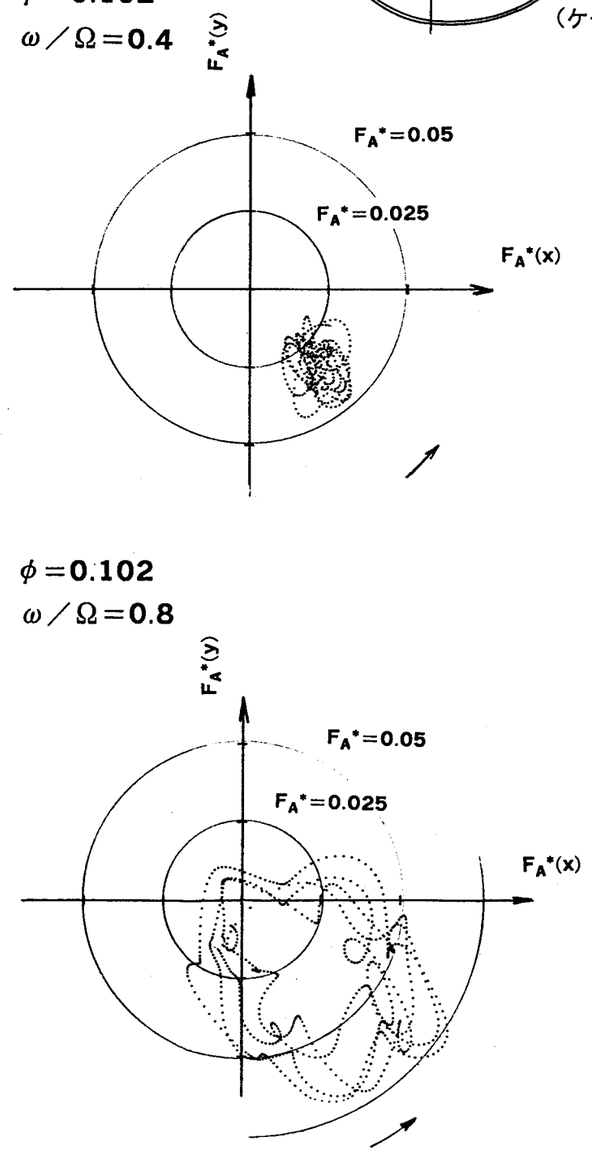


図13　羽根車に作用する力のリサジュー線図（ケーシングA）

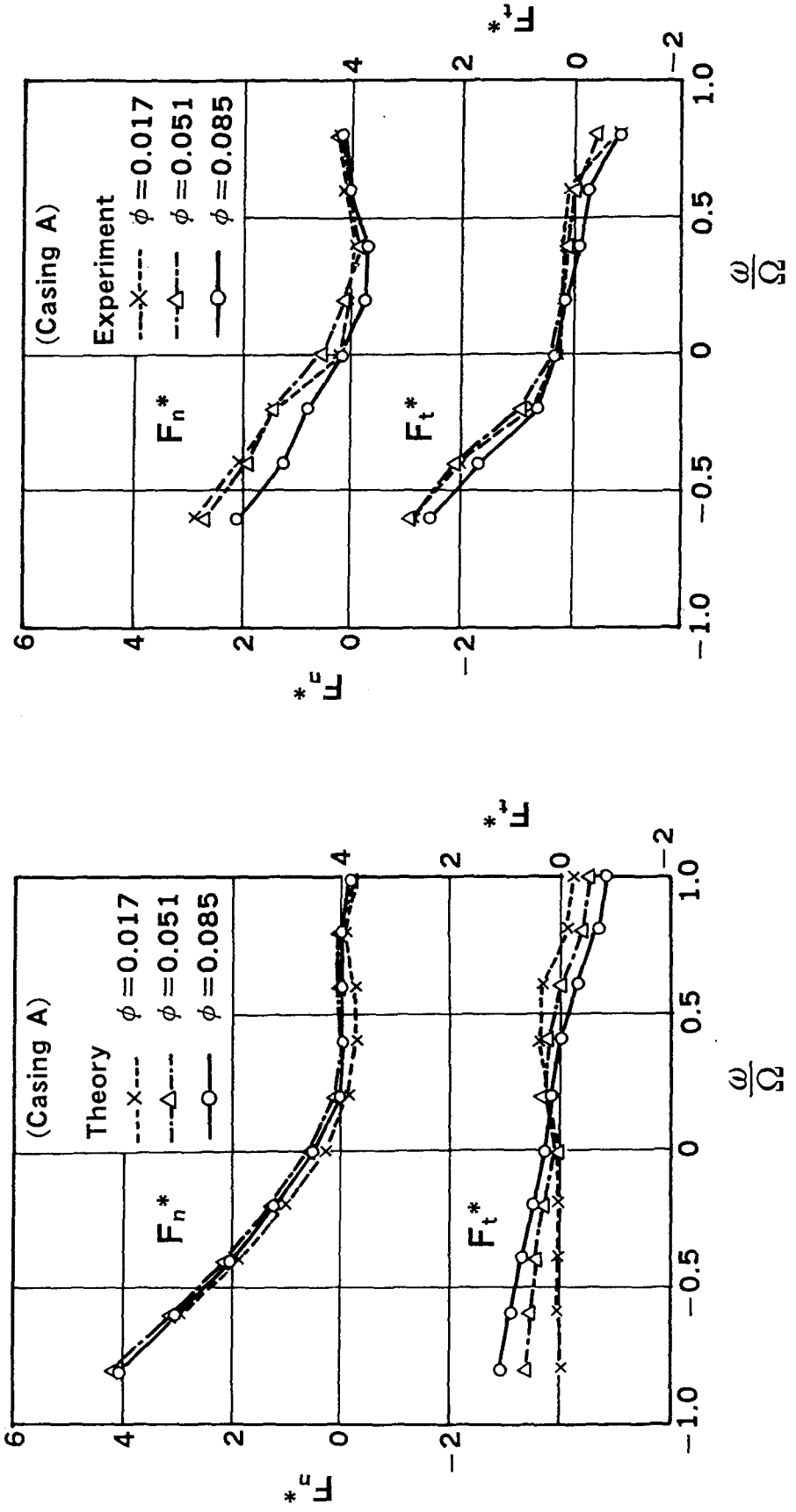


図14　理論値と実験値の比較例

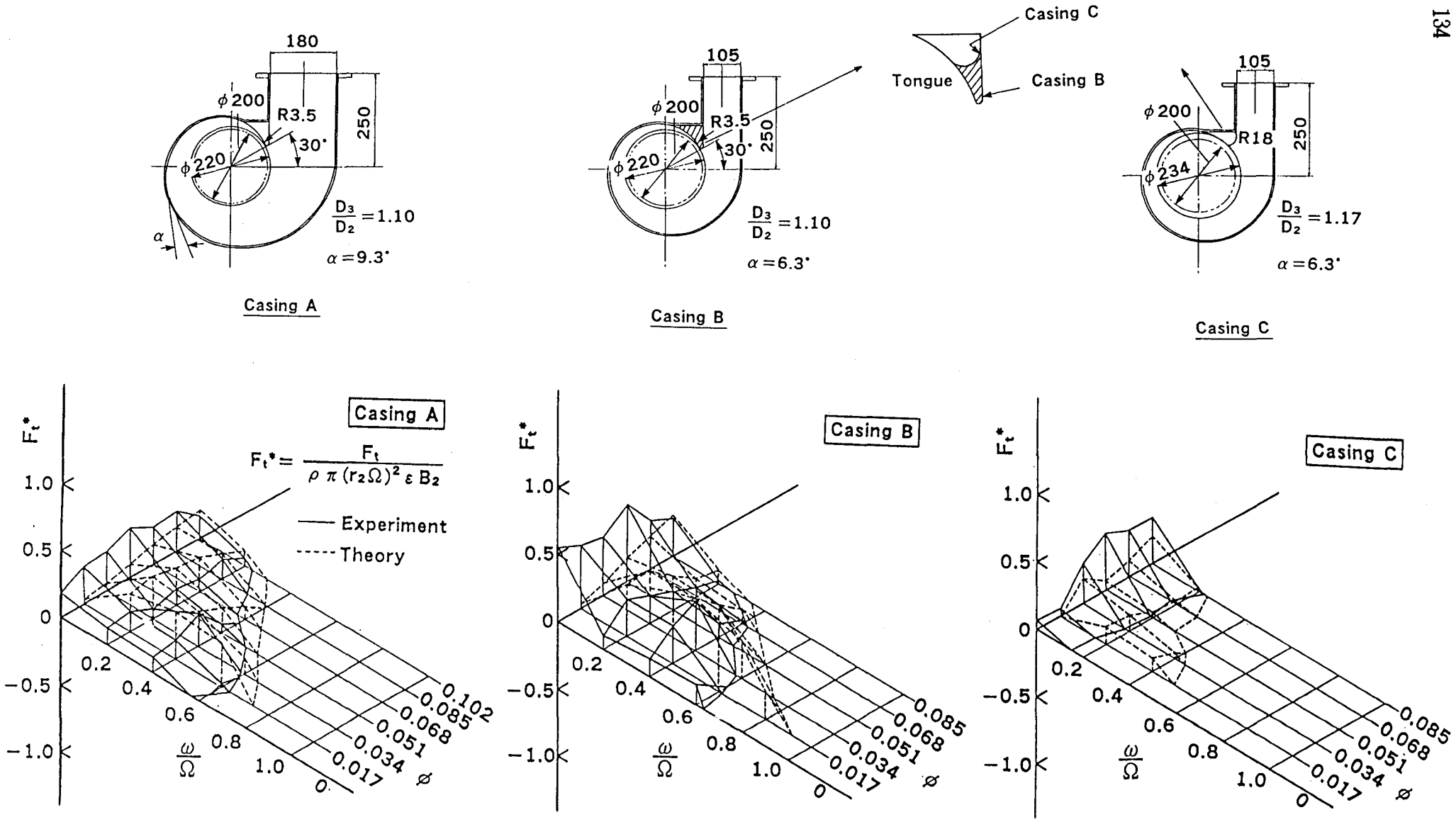
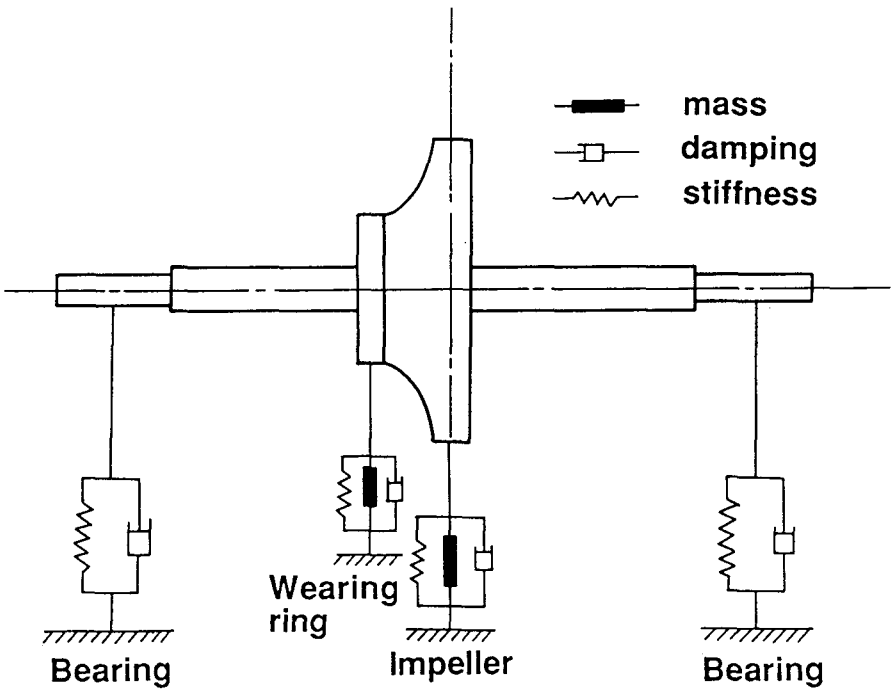


図15　ふれ回り流体力励振条件範囲（ϕ，ω/Ω）

Matrices of Fluid Force

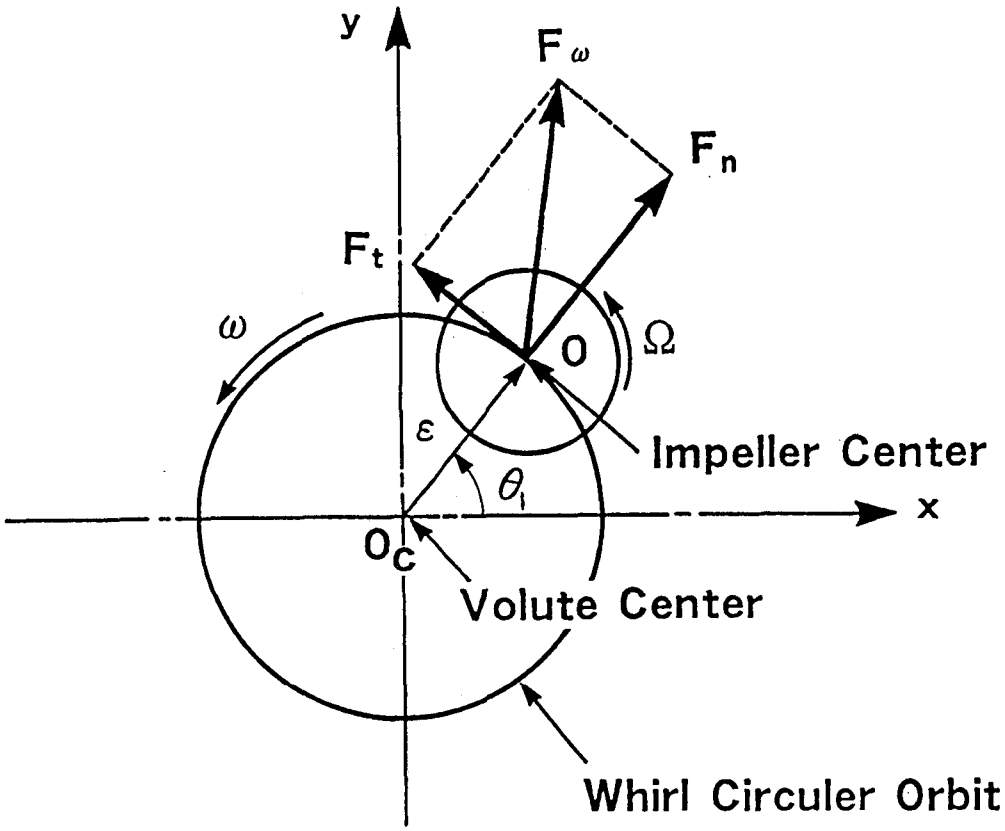
$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = -[M]\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} - [C]\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} - [K]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$= -\underbrace{\begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix}}_{mass}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix}}_{damping}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}}_{stiffness}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



Analytical Model

図16　流体力のマトリックス表示



ε : Eccentricity

Ω : Rotational Speed

ω : Whirl Speed

F_ω : Whirl Fluid Force

図17　ふれ回る軸の座標系

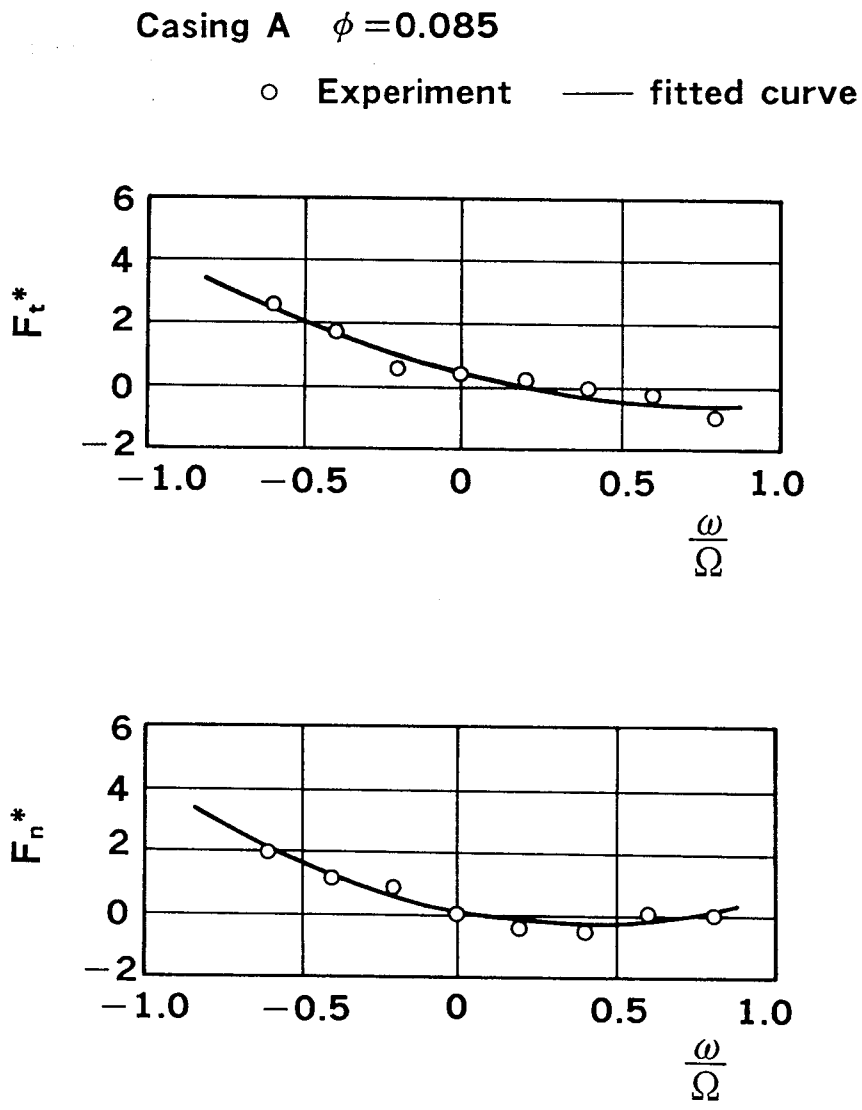


図18　実験値をフィットした例

表1　マトリックス要素

Casing A

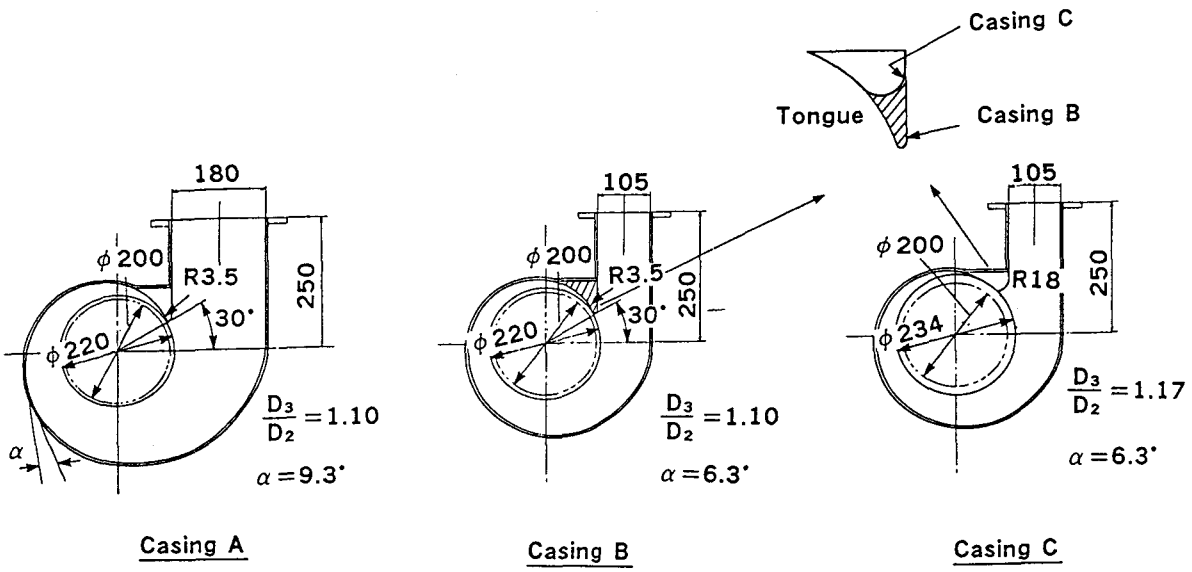
Matrix element	m_{xx}, m_{yy}	m_{xy}, $-m_{yx}$	c_{xx}, c_{yy}	c_{xy}, $-c_{yx}$	k_{xx}, k_{yy}	k_{xy}, $-k_{yx}$
Normalized by	$\rho \pi r_2^2 B_2$		$\rho \pi r_2^2 B_2 \Omega$		$\rho \pi r_2^2 B_2 \Omega^2$	
$\phi =$ 0.102	2.59	−1.11	2.33	1.42	−0.021	0.372
0.085	2.33	−1.44	2.45	1.84	−0.174	0.467
0.068	2.10	−1.74	2.59	2.10	−0.408	0.505
0.051	2.34	−2.05	2.64	2.38	−0.596	0.560
0.034	2.81	−2.23	2.74	2.68	−0.513	0.538
0.017	2.82	−1.71	2.57	2.59	−0.504	0.560
0.0	3.11	−1.87	2.59	2.74	−0.348	0.479

Casing B

Matrix element	m_{xx}, m_{yy}	m_{xy}, $-m_{yx}$	c_{xx}, c_{yy}	c_{xy}, $-c_{yx}$	k_{xx}, k_{yy}	k_{xy}, $-k_{yx}$
Normalized by	$\rho \pi r_2^2 B_2$		$\rho \pi r_2^2 B_2 \Omega$		$\rho \pi r_2^2 B_2 \Omega^2$	
$\phi =$ 0.085	2.75	−1.31	2.57	2.11	−0.159	0.414
0.068	2.36	−1.65	2.67	2.22	−0.386	0.538
0.051	2.45	−1.69	2.67	2.43	−0.495	0.635
0.034	2.56	−1.62	2.62	2.60	−0.537	0.717
0.017	2.83	−1.53	2.59	2.70	−0.548	0.728
0.0	2.75	−1.56	2.62	2.72	−0.505	0.663

Casing C

Matrix element	m_{xx}, m_{yy}	m_{xy}, $-m_{yx}$	c_{xx}, c_{yy}	c_{xy}, $-c_{yx}$	k_{xx}, k_{yy}	k_{xy}, $-k_{yx}$
Normalized by	$\rho \pi r_2^2 B_2$		$\rho \pi r_2^2 B_2 \Omega$		$\rho \pi r_2^2 B_2 \Omega^2$	
$\phi =$ 0.085	2.26	−1.26	2.53	1.83	−0.211	0.406
0.068	2.07	−1.73	2.75	2.07	−0.377	0.507
0.051	2.17	−1.96	2.74	2.17	−0.397	0.541
0.034	1.98	−1.77	2.48	1.98	−0.418	0.475
0.017	1.75	−1.60	1.98	1.75	−0.271	0.296
0.0	1.42	−1.16	1.49	1.42	−0.235	0.189


Casing C
Tongue
Casing B
180
105
105
φ200
R3.5
30°
250
φ220
R18
φ234
D3/D2 =1.10
α =9.3°
D3/D2 =1.10
α =6.3°
D3/D2 =1.17
α =6.3°
α
Casing A
Casing B
Casing C

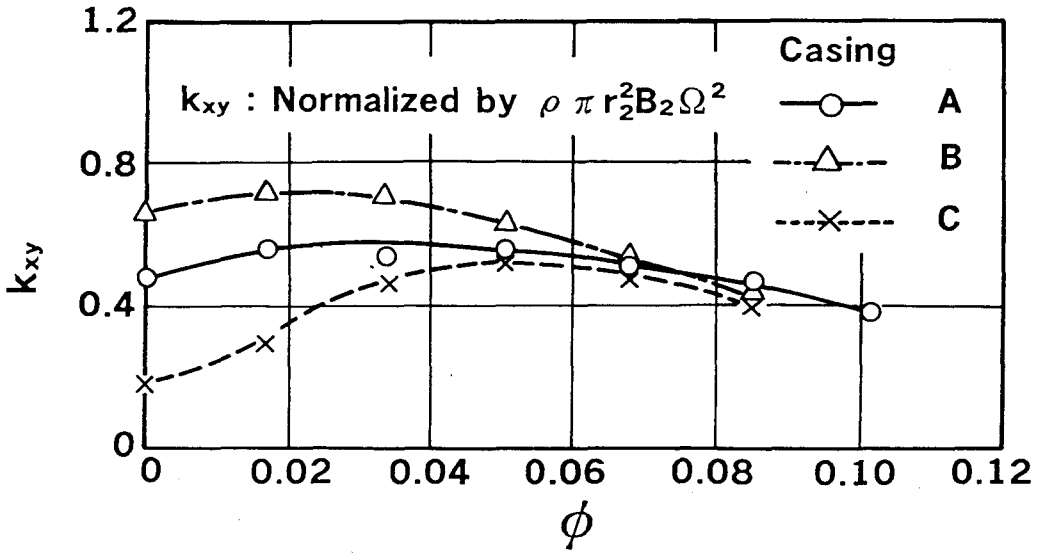

1.2
0.8
0.4
0
kxy
kxy : Normalized by ρ π r22B2Ω2
Casing
A
B
C
0
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12
φ

図19　ばねクロス項

第5章　遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に生じる旋回失速

5.1 緒　言

遠心圧縮機は，低流量時における旋回失速やそれに引き続いて発生するサージにより，著しく運転範囲が制限される[1]。このため羽根車やベーンレスディフューザに発生する旋回失速に関して，今まで多くの研究がなされてきているが，ベーン付ディフューザを扱ったものは比較的少ない[2]～[5]。

一方，遠心ポンプの旋回失速に関しては，遠心羽根車[6][7]やディフューザポンプ[8]の旋回失速を可視化により観察した例があるが，ポンプの場合には，旋回失速自体よりむしろ低流量時の定常性能の右上がり特性がシステム[9]との関連で問題にされることが多く[10]～[14]旋回失速に関する研究は非常に少ない[15][16]。これは，一般のポンプでは締切運転を許容するため空気機械に比べて羽根車や軸系が比較的剛に設計されるため，たとえ旋回失速が生じても問題になることが少ないこと，また管路系から要求される特性上，羽根出口角が圧縮機の場合に比べて小さく採られ羽根車性能が強い右下がり特性を持ち，旋回失速自体が発生しにくいことによる。しかし，ロケットエンジン用ターボポンプやインジェクションポンプなどのように軸の危険速度以上を定格回転数とするような高速ポンプの場合[17][18]には，非同期振動が問題となることが多く，この中にはその原因が旋回失速によると思われる軸振動の報告例[19]～[21]もあり，またインペラーホワールについても，その原因が旋回失速によることが指摘されている[22]。

ディフューザポンプに関した文献（8）では，ディフューザの節弦比とスタッガが特定の関係を持つ場合にのみディフューザの旋回失速が生じると結論しているが，羽根車とディフューザの干渉効果については考察されていない。また村田，久保[23][24]はラジアルチップを持つ遠心送風機に，ベーンレスおよびベーン付ディフューザを用いた場合の旋回失速流れを詳細に測定しているが，旋回失速が羽根車，ディフューザいずれに起因するか明らかでな

い。また文献（25）～（28）では圧力変動に関して，ディフューザの干渉効果について調べられているが旋回失速との関係については明らかでない。このように，ポンプにおけるベーン付ディフューザの旋回失速についてはいまだ不明な点が多く，特に羽根車とディフューザとの干渉効果を系統的に調べた例は今まで見当たらない。こういった状況の中で本研究では，ボイラー給水ポンプをモデル化した遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に生じる旋回失速について，主に羽根車とディフューザの干渉効果に着目して研究を行なった。まず実験では，羽根車単独の場合と，この羽根車に羽根車とディフューザの間隔が異なる各種ベーン付ディフューザを用いた場合について計測された多様な旋回圧力パターンを検討し，ディフューザの旋回失速の発生に対して羽根車とディフューザの干渉が大きく影響していることを明らかにする。次に軸流の場合[29][30]に対し提案されているのと同様な二次元線形解析を遠心羽根車の流れに適用した結果を旋回失速の発生と，旋回速度比について，羽根車単独の場合[31]，ベーン付ディフューザ[32]および羽根車とディフューザの間隔が極めて小さい場合[32]の各々について整理して示し，これと実験値を比較，検討することにより，各々の場合について旋回失速の発生要因を解析面からも明らかにする。

5.2 記　号

j　：虚数（$=\sqrt{-1}$）

M　：羽根間通路の等価慣性長（羽根数無限大の場合には，$\int_1^2 r_2 / r \sin\beta \, dS$，$\beta$は羽根角，sは羽根に沿う座標）

n　：セル数

p　：圧　力

Δp　：圧力上昇

Q　：流　量

r　：半　径

u　：羽根車周速

v　：流体の速度

z　：羽根枚数

ΔC_p　：圧力変動実効値／ρu_2^2

α　：ディフューザ羽根角

β　：羽根車羽根角

ζ_s　：衝突損失係数

ν　：じょう乱の減衰率

ρ　：流体の密度

ϕ　：流量係数（羽根車出口における径方向速度／羽根車出口周速）

ψ_{2t}　：羽根車圧力係数〔$=(p_2 - p_{1t}) / \rho u_2^2$〕

ψ_{4t}　：羽根車－ディフューザ圧力係数〔$=(p_4 - p_{1t}) / \rho u_2^2$〕

ψ_{td}　：ディフューザ圧力係数〔$=(p_{3t} - p_4) / \rho v_{\theta 3}^2$〕

Ω　：羽根車回転角速度

ω　：圧力変動の角振動数

添　字

1　：羽根車入口

2　：羽根車出口

3　：ディフューザ入口

4　：ディフューザ出口

d　：ディフューザ

t　：全　圧

＊　：無衝突流入

θ　：周方向成分

5.3 実験装置と計測方法

5.3.1 実験装置

実験装置の全体図を図1に示す。試験流体は空気であり，流れは流量測定用ノズル①（JIS Z 8762），流量調節用ブースターファン②と流量制御バルブ③，そして整流装置④を通過し，内径 $d = \phi 40$mmのパイプを通って供試羽根車⑦に導かれる。

供試羽根車とディフューザの本体部を図2に示す。計測点は，前ケーシング（図2，②）の羽根車中心から52mmの円周上に直径 1.0mmの孔を20°おきに18点開け，羽根車出口圧力の測定孔とした。図3にその詳細を示す。これら測定孔は，すべてディフューザの羽根間の中央に位置する。変動圧力測定時の圧力変換器と導圧部を含めた系の周波数特性は，本研究で問題とした1kHz 以下の周波数では5%以下の誤差で，ゲインはほぼ1，位相のずれも5°以内であることを確認している（図4参照）。また羽根車出口静圧 p_2 の測定には，上記の測定孔のうちの1つを用いることとした。また回転数はモータ軸に取り付けた光電式ピックアップからの信号をディジタルカウンタで読み取り，可変トランスにより10000 ±50rpm に調整した。

5.3.2 供試羽根車

供試羽根車はボイラー給水ポンプに用いられるような低比速度の羽根車をモデルとして，羽根角 $\beta = 20°$，内外径比 $r_1 / r_2 = 0.5$ で二次元羽根車としている。その形状と主要諸元を図5と表1に示す。なお，羽根車の漏れ流れを小さくするために，羽根車の前面シュラウドと前ケーシングの隙間は0.05mm以下に抑えられている。

5.3.3 供試ディフューザ

本実験では羽根車とディフューザの干渉効果を調べるために，羽根角，羽根枚数の異なる3形状のディフューザを選び，各々について相似形で羽根車との間隔が異なる3種類のベーン付ディフューザを製作し，合計9種類のベーン付ディフューザについて実験

を行なった。

まず基本的な特性を調べた，羽根角α＝20°，羽根枚数Z_d＝18のディフューザの形状と主要諸元を図6，表2に示す。これらD20シリーズ（D20G0.5，D20G4，D20G12）のディフューザは相似形であるが，羽根車との間隔は異なる。（以後，ディフューザの種類を指示する場合，表の最上段に記している記号を用いることにする。）

次にディフューザの負荷を高めるために羽根角をα＝30°に大きくしたディフューザ（D30シリーズ）と，D20シリーズと同一の羽根曲線をもち，羽根枚数をZ_d＝9に半減したD20Z9シリーズのディフューザの形状と主要諸元を図7，8，表3，4に示す。

また，これらとは別にベーンレス部分の影響について調べるために表5に示す，2種のベーンレスディフューザ（Vaneless G12，G20）についても，同様な計測を行なった。

5.3.4 変動圧力測定系

図9に本実験に用いた変動圧力測定系のブロック線図を示す。圧力変換器（TOYODA PMS5-0.5H）によって電圧に変換された変動圧力の信号は，増幅器，フィルタ（JEIC 3102，3201しゃ断特性－48dB／oct）を通して解析する周波数帯域を限定した。そして，相関器（JRC NJZ-260）とフーリエ変換器（JRC NJZ-273）に入力し，2^{15}回の平均化処理を施した後，パワースペクトル$S_o(f)$を求めるとともに，基準の測定孔に取り付けた圧力変換器の出力p_oと20°おきに設けた他の17点の測定孔の各々にそう入した圧力変換器の出力p_θのクロススペクトルS_θ（f，θ）を求めた。ここで，θは基準測定孔と他の17点の測定孔のなす角であり，羽根車回転方向を正とする。$S_o(f)$とS_θ（f，θ）から応答関数G（f，θ）＝S_θ（f，θ）／$S_o(f)$を算出し，後述する方法により旋回失速のセル数と旋回速度を求めた。なお，p_oとp_θのパワースペクトルは同一であるので，G（f，θ）の振幅値はp_oとp_θの周波数fの成分のコヒーレンスを，位相角はp_θとp_oに対する位相進み角を与える。以後，G（f，θ）は周波

数 f の成分の θ による変化に着目するので，単にG（θ）と記すことにする。この方法によれば，種々の周波数成分が含まれる羽根車出口の圧力変動の中から，必要な旋回失速のセル数と旋回速度比を容易に計測することが出来る[33]。

5.4 実験結果と検討

5.4.1 静圧性能

図10に羽根車単独の場合の静圧性能曲線を，図11～14に各ディフューザを取り付けた場合の羽根車および羽根車とディフューザの静圧上昇性能を示す。

図10を見ると羽根車単独の場合は，後述する羽根車の旋回失速が発生する$\phi<0.05$で右上がりとなっている。また，ディフューザを取り付けた場合は図11において，羽根車出口と入口の静圧差（p_2-p_1）は，ディフューザを取り付けても大きな変化はないが，ディフューザ出口と羽根車入口の静圧差（p_4-p_1）は，ディフューザの旋回失速が抑えられる羽根車とディフューザの間隔が狭い場合には，大きな差は見られず，$\phi=0.05$付近にピークを持つのに対し，ディフューザに強い旋回失速が生じる羽根車とディフューザの間隔が広い場合には，ディフューザ内の圧力上昇は旋回失速が初生する付近でピークとなっている。これら静圧性能の特徴は図12，13の場合にも共通して見られる。

5.4.2 羽根車出口の変動圧力

(1) 羽根車単独の場合

まず，羽根車に起因する旋回失速を調べるために，ディフューザを取り付けず，また，後ケーシング（図2，④）がディフューザの役割をするのを防ぐためこれを取り去り，羽根車の背面を大気に露出させた状態で変動圧力を測定した。

図15に種々の流量係数ϕに対する羽根車出口の変動圧力のパワースペクトル$S_0(f)$を示す。図中の（　）内には，卓越成分の周波数とクロススペクトル法によって求めたセル数nと旋回速度比$\omega/n\Omega$を記している。図15の右側の図は，高周波数成分を調べるために，ハイパスフィルタのしゃ断周波数を 280Hzに設定し，振幅の大きな低周波数成分を除いたうえで，ゲインをあげて測定した結果である。図15より明らかなように，羽根車出口の変動圧力には，種々の周波数の成分が含まれているのが分る。その各々の周波数成分の性質を調べるために，5.3.5に述べた方法で応答関数$G(\theta)$

を求めた。その結果の一例として，図16にϕ＝0.03におけるG（θ）を，横軸に実部，縦軸に虚部を取って示す。これらの図を見ると，全ての図においてθの増加により位相角は負の向きにずれ，羽根車出口の圧力変動パターンが羽根車と同じ方向に回転していることが分かる。すなわち周波数f＝144.5Hzの成分は，θが360°変化する間にG（θ）が時計方向（位相遅れ方向）に1回転しており，n＝1の旋回失速が羽根車に生じていることを示している。同様に，293.0 と 335.9Hzの成分はn＝2，480.5，539.1と582.0 Hzはn＝3，625.0，683.6と726.6 Hzはn＝4である。

他の流量の場合についても，卓越成分の周波数におけるG（θ）を求めてプロットし，セル数を確認した。周波数fの成分のセル数nが決定されると，セルパターンの旋回速度は，ω／n＝2πf／nで与えられる。本研究では，これを羽根車の回転速度Ωで無次元化した旋回速度比ω／nΩで表わすことにする。

図16より，n＝1の成分（f＝144.5 Hz）は他の成分より振幅レベルが大きく，そのω／nΩは0.84～0.89である。これは後述する理由から，羽根車の旋回失速によるものと考えられる。またn＝2のものは2種類あり，290 Hz付近の成分はn＝1のω／nΩとほぼ同じであることから，その高調波成分と考えられ，また，335.9 Hzの成分のω／nΩはほぼ1であるが，これは羽根車回転数の高調波成分と考えられる。n≧3の成分は，振幅レベルは小さいものの同一のnで旋回速度の異なる3種類の成分が存在している。特に，各々のnで周波数の高い成分はω／nΩ＞1となるものがあり，羽根車の回転速度より旋回速度が早いという特異な結果を示している。

これらn≧3の成分について，その周波数を検討したところ，各流量においてこれらの周波数は，すべて羽根車の回転周波数の倍数と旋回失速周波数の倍数の和あるいは差にほぼ一致することが分かった。そこで，これらの成分は羽根車の回転周波数成分と旋回失速周波数成分との非線形干渉により現われているものであり，旋回失速の現象として本質的なものではないと考えられる。

(2) ベーン付ディフューザを取り付けた場合（D20シリーズ）

羽根車とディフューザの干渉が旋回失速の発生状態に及ぼす影響を調べるために，まず表2に示した，羽根車とディフューザ（D20シリーズ）の間隔が異なる相似な3種類のベーン付ディフューザを各々取り付けて測定した。羽根車とディフューザの間隔は，各々0.5 mm（D20G0.5），4.0 mm（D20G4），12mm（D20G12）である。各ϕにおける羽根車出口の変動圧力S。(f) を各々図17(a)～(c)に示す。D20G12〔同図(c)〕の場合は，低周波数の成分の振幅レベルが大きいので，ハイパスフィルタのしゃ断周波数を45Hzに設定し，高周波数域を拡大した図も示した。これらの図中の（ ）内にも，各スペクトルのピークに対する周波数，およびクロススペクトル法により決定したnと前述の$\omega/n\Omega$を記している。

羽根車とディフューザの間隔が極めて小さいD20G0.5 の場合〔図17(a)〕には，ディフューザを取り付けたことにより，n＝1の成分は，前述の羽根車単独の場合に比べて，振幅レベルにはあまり差がないものの，旋回速度は$\omega/n\Omega=0.539$ ～0.727 となり，羽根車単独の場合（$\omega/n\Omega=0.844$ ～0.914 ）より小さい。これは，羽根車に起因する旋回失速の旋回速度が，ディフューザ内の流体の慣性により下げられたものと考えることができる。すなわち，羽根車とディフューザの間隔が極めて小さいために，羽根車から流出した流れは，直ちにディフューザに流入し，羽根車とディフューザが一体化した旋回失速が生じていると考えられる。高周波数域の成分に関しては，羽根車単独のときには$n\geqq 3$の各nに対し，旋回速度の異なる3成分が見られたが，この場合，n＝3では$\omega/n\Omega=1.07$，n＝4では，$\omega/n\Omega=0.95$程度の旋回速度をもつ一種類の成分が見られるだけで，その振幅レベルは羽根車単独の場合に比べ非常に大きくなっている。また，低レベルではあるがn＝2で，$\omega/n\Omega=1.3$ 程度の旋回速度を持つ成分も見られるが，これらの成分については後で検討を加える。

次に，羽根車とディフューザの間隔を少し大きく4 mm（D20G4）とした場合

〔図17(b)〕，S。（f）にはD20G0.5 の場合と異なり，低周波数の広帯域成分が見られる。ピーク周波数のG（θ）のプロットにより，ϕ=0.03，0.04の場合には，羽根車と同方向に回転するn＝4の旋回失速であると判定できたが，θが180°に近づくほどG（θ）の絶対値（コヒーレンス）は急速に減少し，セルの形や旋回速度が時間的に不安定であることを示していた。さらに，ϕ=0.02の場合には，G（θ）は再現性に乏しかったが，主としてn＝3と4の圧力変動パターンが時間的に混在している。これら低周波数域の圧力変動のω／nΩは0.017 ～0.029 と小さく，その旋回速度比から主にディフューザに起因する旋回失速であると考えられる。そして，この場合にも図17(a)のそれに比べれば，レベルが小さいものの，高周波数域にn＝2，3と4の成分が見られる。

羽根車とディフューザの間隔をさらに大きく12㎜（D20G12）とした場合〔図17(c)〕を見ると，低周波数域に高レベルの狭帯域スペクトルが現れている。この成分の旋回速度は，ω／nΩ=0.035 ～0.05と極めて小さく，初生流量もϕ=0.081 と他の成分に比べ大きくなっている。これはディフューザに起因する強い旋回失速が生じたものと考えられる。また，f＝100 Hz付近を見ると，n＝1でω／nΩ＝0.703，0.574 の成分がある。旋回速度から考えて，D20G0.5 や羽根車単独の場合に見られたn＝1のものに共通し，羽根車に起因した旋回失速であると考えられる。また図17(b)の場合と同様，高周波数域にn＝2，3と4の成分が見られる。

このように羽根車とディフューザの間隔は，その干渉効果に対して大きく影響しており，ディフューザの旋回失速を考える場合には，常にこういった干渉効果に留意しておく必要がある。

(3) 羽根角を大きくした場合（D30シリーズ）

次に表3に示す羽根角α＝30°で相似な3種のディフューザ（D30G0.5，D30G12，D30G20）を各々先と同一の羽根車と組合せて圧力変動を測定した。各流量係

数ϕにおけるパワースペクトルを先と同様図18(a)～(c)に示す。

まず図18(a)に示すD30G0.5 の場合を見ると，D20G0.5 の場合と同じく，低周波数域に現れるディフューザに起因する旋回失速は見られない。

次にD30G12〔図18(b)〕では，40～50Hzの低周波数域にディフューザの旋回失速に起因すると考えられる圧力変動が生じているものの，D20G12に比べてより広帯域，かつ不安定で，初生流量もϕ＝0.04と小さい。

さらに間隔を広げたD30G20〔図18(c)〕では，30～50Hzの低周波数域にディフューザの旋回失速と考えられる狭帯域で振幅レベルの大きい成分が見られ，さらにその高調波成分も現れている。また，旋回失速初生流量も大きくϕ＝0.10である。すなわちα＝30°の場合にでも，より間隔を広げるとディフューザに強い旋回失速が現れている。

(4) 羽根枚数を減少させた場合（D20Z9シリーズ）

次に，D20シリーズと同一の羽根曲線を持ち，羽根枚数を9枚に半減したディフューザ3種（D20Z9G0.5，D20Z9G12，D20Z9G17）について実験を行った。各々のディフューザで測定したパワースペクトルを図19(a)～(c)に示す。

D20Z9G0.5 〔図19(a)〕の場合には羽根枚数18のD20G0.5 の場合と同様，ディフューザに起因する低周波数域の旋回失速成分は見られず，羽根車とディフューザが一体化した$\omega/n\Omega$＝0.6 ～0.7 の成分が現れている。D20Z9G12〔図19(b)〕の場合には，比較的広帯域のパワースペクトルを持つ$\omega/n\Omega$＝0.03～0.05のディフューザの旋回失速が生じ，D20G4と似た傾向を持つ。次にさらに間隔を広げたD20Z9G17〔図19(c)〕では，そのスペクトルは狭帯域となり，振幅レベルの大きな$\omega/n\Omega$＝0.06～0.08のディフューザの旋回失速が生じ，これはD20G12の場合と類似している。

このように，ここで実験を行った異なる形状のディフューザの計測結果から，デ

ィフューザと羽根車の間隔による干渉効果は旋回失速に大きく影響していることが明らかとなり，ディフューザの負荷を大きくしたD30，D20Z9シリーズの場合はこの干渉効果によりディフューザに発生する旋回失速が抑制されていることが解った。

(5) ベーンレスディフューザを取付けた場合

ベーンレス部分の影響について調べるために，表5に示す2種類のベーンレスディフューザ（VanelessG12，G20）を取り付けて測定した。

図20(a)，(b)にそのパワースペクトルを示す。図より明らかなように，ベーンレス部分の内外径比が1に近いにもかかわらず，ベーンレスディフューザを取り付けると，広い流量域にわたってベーンレスディフューザに起因すると考えられる旋回失速が生じている。羽根車とディフューザ間隔の大きいD20G12，D30G20に対する結果と比較すると，ベーン付ディフューザで見られるディフューザの旋回失速の振幅レベルは，ベーンレスディフューザで見られるものよりかなり大きく，旋回速度もベーン付では$\omega/n\Omega=0.03\sim0.1$であるのに対し，ベーンレスの場合は約0.2となり，両者には明らかな相違がある。

5.4.3 セルの旋回速度比

本節では，ディフューザとの間隔による羽根車とディフューザの干渉効果をより明らかにするため，各種ディフューザの実験結果を旋回速度比に着目して整理し，その発生流量と静圧特性を関連付けて，各々の旋回失速について，その発生要因について検討する。

羽根車単独の場合と各種ディフューザを取り付けて測定した旋回失速の各成分について，流量係数ϕを横軸に，旋回速度比$\omega/n\Omega$を縦軸に取って図21(a)～(d)にまとめて示す。図中にはハニングウィンドウをかけたパワースペクトルから求めた各成分の

rms 値をρu_z^2に対する百分率で示している。

(1) ディフューザに起因する旋回失速

まず羽根車とディフューザの間隔が12㎜の場合，すなわち図21 (c-3)，(d-2)，(e-2) に示すD20G12，D30G12，D20Z9G12の場合に着目すると，D20G12の場合には，ϕ=0.08からω／nΩが0.04と前後のディフューザに起因する強い旋回失速が発生している。一方，ディフューザの負荷を高めるために羽根角を30°に増大させたD30G12と羽根枚数を9枚に減少させたD20Z9G12の場合にも，それぞれϕ=0.04と0.05からD20G12の場合と同程度の旋回速度を持つ，ディフューザに起因する旋回失速が発生するが，初生流量はいずれもD20G12の場合より小さく，さらに圧力変動レベルも全般的に低い。

これらの場合に対して，羽根車とディフューザの間隔をより広げた場合，すなわち図21 (d-3)，(e-3)に示すD30G20，D20Z9G17の場合には，広い流量範囲でディフューザに強い旋回失速が生じている。この結果より，前述のD30G12やD20Z9G12の場合には，羽根車によりディフューザの旋回失速が抑制されていたと考えられる。

文献(8)ではベーン付ディフューザの部分流量時の流れを分類し，旋回失速を生じるディフューザの節弦比とスタッガ角の関係を与えているが，本実験では，羽根車との間隔が十分大の場合には，文献（8）で示された節弦比とスタッガ角の関係を持たないディフューザでも旋回失速が観察されている。従って本研究の結果からは，旋回失速発生に関してはディフューザの幾何形状自体よりも，むしろ羽根車との干渉効果が大きく影響する。そこで，羽根車とディフューザが接近して配置された場合，旋回失速の発生については両者の干渉を考慮すべきであり，ディフューザ単体の失速特性だけで判断するのは必ずしも正しくないと考えられる。

ベーンレスディフューザを取り付けた場合，すなわち図21 (b-1)，(b-2)に示すG12，G20の場合には，ϕ＝0.1 付近で旋回失速が初生し，$\omega/n\Omega$は0.2 程度である。しかし，ベーン付ディフューザを取り付けた場合には，対応する流量域で同程度の振幅レベルと旋回速度の圧力変動は認められなかった。これは，ベーン付ディフューザがベーンレス部分の旋回失速の発生を抑制しているためと考えられる。同様の現象はベーンレスディフューザの旋回失速防止法と関係して文献 (34) でも報告されている。

(2) その他の旋回失速

まず羽根車とディフューザの間隔が小さい場合，すなわち図21 (c-1)，(d-1)，(e-1) に示すD20G0.5, D30G0.5, D20Z9G0.5 の場合を考える。D20Z9G0.5を取り付けた場合には，D20G0.5 を取り付けた場合と同様，羽根車とディフューザが一体化したと考えられる$\omega/n\Omega$＝0.6 ～0.7 の旋回失速が生じるが，D30G0.5 の場合には，上記のタイプの旋回失速は生じていない。この結果は，D30G0.5を取り付けた場合，図12に示したように羽根車とディフューザの静圧上昇性能曲線は明確な右上がり特性を持たないことと対応している。

次に図21(a)で見られるn＝1，$\omega/n\Omega$＝0.8 ～0.9 の羽根車に起因する旋回失速と同程度の旋回速度比を持つn＝1の成分について考える。これらは図21 (d-2)，(d-3)などに示すように，ベーン付ディフューザに起因する旋回失速が生じるときや，図21 (b-1)，(b-2)に示すようにベーンレスディフューザに起因する旋回失速が生じるときにも現れている。これらの成分の振幅レベルはディフューザに起因する旋回失速成分より著しく低く，不安定であるが，旋回速度から考えて羽根車に起因するものと思われる。

さらに図21に示すディフューザすべてについて，圧力変動値は小さいがn＝2，3，4で$\omega/n\Omega$が1前後の成分がほぼ同じ流量域で現れている。n＝3，4の成

分は常にカップルで現れており，その周波数の和がblade passing の周波数となっていて，ｎの合計が羽根枚数（ｚ＝７）となっていることから，これら成分は他の成分とblade passing との非線形干渉によるものと考えることができる。またｎ＝２，$\omega/n\Omega \approx 1.3$の成分については先と同様に考えればｎ＝５，ｆ≈ 730Hzがカップルとなるが計測では 710Hzでローパスフィルタで周波数帯域を限定したため，残念ながらこれについては明らかでない。

本項では，実験的に調べた旋回失速の特徴より，羽根車とディフューザの干渉効果を明らかにし，各々に発生する旋回失速を分類し，その発生要因を推定しほぼその要因を説明できる結果を得た。5.5では更に理論解析との対比からこれを明らかにして行くことにする。

5.5 解析方法および実験との比較

これまでは，ディフューザ形状を実験的に変えることにより，観察された種々の旋回失速成分について，その主原因を実験的に推定してきたが，本節ではその発生要因をより明らかにするため軸流の場合[29][30]に対して提案されているのと同様な二次元線形解析[31][32]を遠心流れに適用した結果を，各要因の影響が明確な形で解析方法を示し，これと実験結果との比較により旋回失速の発生要因を明らかにしてゆく。

5.5 1 羽根車単独の場合[31]

解析には以下の仮定を用いている。

(a) じょう乱は微小

(b) 羽根車上流は渦なし流れ

(c) 羽根車出口圧力は一定

(d) 羽根数は無限大で，羽根車内の損失は衝突損失と摩擦損失の和[35]として与えられる。

微小じょう乱をexp〔j{(ω+jν)t−nθ}〕の形に仮定すると，式(1)，(2)を得る。

$$\frac{\omega}{n\Omega} = 1 - \frac{\zeta_s (1 - \phi/\phi^*)}{1 + nM/r_2} \qquad \cdots\cdots (1)$$

$$\frac{\nu}{n\Omega} = - \frac{1}{1 + nM/r_2} \frac{\partial \psi_{2t}}{\partial \phi} \qquad \cdots\cdots (2)$$

$\partial\psi_{2t}/\partial\phi \geqq 0$ の場合，じょう乱は時間的に発散するか，定常振動が生じる。図10に示した静圧性能より，旋回失速が観察された流量域では $\partial\psi_{2t}/\partial\phi \geqq 0$ となっている。衝突損失係数 ζ_s は定常性能より $\zeta_s = 0.727$ とし（図22参照），Mは羽根枚数有限の影響を考慮して羽根数無限大の値の0.7倍と仮定して，$\omega/n\Omega$ を式(1)より計算し，この値と実験値を比較し表6に示す。理論値と実験結果には良い一致が見られる。

5.5.2 羽根車とベーン付ディフューザの間隔が極めて小さい場合[32]

羽根車およびディフューザに対して5.5.1と同様の仮定を用い，さらに羽根車とディフューザの間隔はゼロとする。このとき式(3)，(4)を得る。

$$\frac{\omega}{n\Omega} = 1 - \frac{nM_d / r_2 + \zeta_s (1 - \phi / \phi^*)}{1 + nM / r_2 + nM_d / r_2} \qquad \cdots\cdots (3)$$

$$\frac{\nu}{n\Omega} = - \frac{1}{1 + nM / r_2 + nM_d / r_2} \frac{\partial \psi_{4t}}{\partial \phi} \qquad \cdots\cdots (4)$$

羽根車のζ_s，Mには5.5.1と同じ値を用い，ディフューザに関するM_dの値としては，羽根数有限の影響を考慮して各々羽根数無限大の値の0.8倍（D20G0.5），0.6倍（D30G0.5），0.5倍（D20Z9G0.5）として式(3)より$\omega / n\Omega$を計算して実験値と比較したものを表7に示す。理論値と実験値はほぼ一致している。

ここで旋回速度比が羽根車単独の場合より値が小さいのは，式(3)に示すようにディフューザ内流体の慣性効果nM_d / r_2が加わったためである。本研究では，ここで仮定したように羽根車とディフューザの間隔が小さく，羽根車から流出した流体がその流出点で直ちにディフューザに流入すると考えられる場合に生じる旋回失速を，一体化した旋回失速と呼んでいる。図11～13の静圧性能より，$\partial \psi_{4t} / \partial \phi \geqq 0$の領域とこの旋回失速の発生流量域がほぼ一致しており理論を良く裏付けている。

5.5.3 ベーン付ディフューザ単独の場合[32]

羽根車単独の場合と同様な仮定をディフューザに適用した解析より，式(5)，(6)を得る。

$$\frac{\omega}{n\Omega} = \frac{\zeta_{sd} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 \frac{v_{\theta 2}}{u_2} \left(1 - \frac{v_{\theta 2}^*}{v_{\theta 2}} \right)}{1 + nM_d / r_3} \qquad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{\nu}{n\Omega} = \frac{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 \left(\frac{v_{\theta 2}}{u_2}\right)^2 \frac{\partial \psi_{td}}{\partial \phi}}{1 + n M_d / r_3} \quad \cdots\cdots (6)$$

ディフューザの衝突損失係数ζ_{sd}には文献（35）による値を用い，$v_{\theta 2}$は羽根車の理論ヘッド（非粘性有限ピッチ解析による）より求めた。$v_{\theta 2}^*$はディフューザに無衝突流入する時の羽根車出口周方向分速度である。各ディフューザについて，式(5)より$\omega / n\Omega$を計算して実験値と比較したものを表8に示す。理論値は実験値と定量的にはあまりよく一致しないものの流量やディフューザの相違による変化の傾向は一致している。式(6)のψ_{td}は羽根車の理論ヘッドおよびディフューザ出口と羽根車出口間の静圧差の実測値を用いて求めた。また参考値として，ディフューザ効率η_dを（上記の静圧差）／（羽根車出口動圧）として定義した。ψ_{td}およびη_dのϕに対する変化を図23に示す。ディフューザに旋回失速が初生する流量係数は，$\phi = 0.1$（D30G20），0.07（D20Z9G17），0.08（D20G12）であるから，初生流量係数において$\partial \psi_{td} / \partial \phi < 0$であり，これは式(6)で$\nu < 0$の場合に旋回失速が発生することに対応している。

5.5.4 ベーンレスディフューザの場合 (31)

以下の仮定を用いた解析により式(7)，(8)を得る。

(a) ディフューザ内部の流れは渦なし流れ

(b) ディフューザ出口で圧力は一定

(c) ディフューザ入口でじょう乱速度は羽根車の羽根に沿う。

$$\frac{\omega}{n\Omega} = \left(\frac{r_2}{r_4}\right)^2 \psi \left[1 - \frac{\phi}{\psi} \frac{2\sin 2\beta}{(r_4/r_2)^{2n} + (r_4/r_2)^{-2n} + 2\cos 2\beta}\right]$$

$\cdots\cdots (7)$

$$\nu = \frac{nQ}{2\pi r_4^2} \frac{(r_4/r_2)^{2n} - (r_4/r_2)^{-2n}}{(r_4/r_2)^{2n} + (r_4/r_2)^{-2n} + 2\cos 2\beta}$$

$\cdots\cdots (8)$

Jansen[41]は仮定(c)の代わりに，ディフューザ出口で半径方向圧力勾配ゼロの条件を用いて解析している。式(8)によると，Q＞0のときに常にじょう乱は減衰する。これはJansenの得た結果と同じである。これに対してJansenは，ディフューザ壁面に部分的に逆流が生じるとQ＞0でもじょう乱の発達が可能であるとしている。

非粘性解析より求めた羽根車の理論ヘッドをψとして，式(7)より$\omega/n\Omega$を計算して実験値と比較したものを表9に示す。理論値は今回の実験値より大きいが，セル数や流量に対する変化の傾向は良く一致している。一方G12，G20の旋回失速初生流量係数は約$\phi=0.1$であり，文献（36）の実験式から求めた値0.135よりは小さいが，ほぼ納得できる値となっている。

また旋回速度比は実験式[36]によるとG20の場合，$\phi=0.03$，0.05，0.1についてそれぞれ，0.382,0.369，0.308であり，これは理論値とよく一致している。すなわち本理論によっても，旋回失速の旋回速度比が精度よく予測できる例もあることが分かる。

以上の各場合について，遠心流れに適用した二次元線形解析により，旋回失速の主原因が推定できる程度の旋回速度比との一致が見られている。すなわち先の実験結果から推測した各旋回失速成分の主原因が，以上の各場合については，本節で示した二次元解析方法によっても裏付けられる結果が得られた。

一方，ディフューザを用いた場合の計測には，図21中に見られたように，圧力変動値は小さいがセル数が2～4，旋回速度比が1前後の成分が常に観察されていて，この中には旋回速度比が1を越えるものも含まれているが，ここで述べた二次元線形解析からは，そのような旋回失速は現れていない。旋回速度比が1を越える報告例として，キャビテーションを伴うインデューサポンプ[37]～[39]，および高比速度の遠心ファン[40]の例が報告されている。しかし前者の場合はキャビテーションの旋回との連成であり，後者の場合は，前面シュラウド側での羽根圧力面のはく離が原因として説明されており，本研究での計測例の場合には，これらはその原因として適当でない。従って今回計測された,これら旋回速度比が1前後の成分は，　5.4.3　で述べたように,他の成分とblade

passing との非線形干渉によるものと考えるのが妥当である。

5.6 結　言

本章ではボイラー給水ポンプ等の低流量運転時に見られる非同期振動の一原因と考えられる，ディフューザポンプの旋回失速に関し，羽根車とディフューザの干渉効果に注目し，実験と理論両面から研究を進め，その旋回失速の発生要因を明らかにした。本研究で得られた結果は次のとおりである。

(1) 羽根車とディフューザの間隔が旋回失速に与える干渉効果は大きく，この間隔の大小により以下の旋回失速が発生する。

(2) 羽根車とディフューザの間隔が小さい場合には，旋回速度比が比較的高い（$\omega/n\Omega = 0.5 \sim 0.8$）羽根車とディフューザが一体化した形の旋回失速が発生する。

(3) 羽根車とディフューザの間隔が大きい場合には，旋回速度比が極めて小さい（$\omega/n\Omega < 0.1$）ディフューザに起因する強い旋回失速と，旋回速度比が羽根車単独の場合に近い羽根車に起因する旋回失速とが同時に発生する。

(4) 羽根車とディフューザの間隔が中程度の場合には，ディフューザの旋回失速の生じる流量範囲が小となるとともに，圧力変動のレベルは低く，その発生は不安定となる。これは，本来ディフューザ単独の場合に，ディフューザの旋回失速が生じるような流量においても，羽根車とディフューザの間隔が小さくなれば，羽根車の右下がり特性によりディフューザの旋回失速が抑制されるためであり，この干渉効果は羽根角や羽根枚数のディフューザ因子に影響される。

(5) 羽根車単独の場合，本研究ではセル数１の旋回失速が生じた。セルの旋回速度比（$\omega/n\Omega$）は0.8～0.9であった。

(6) 羽根車単独の場合，羽根車とベーン付ディフューザの間隔が極めて小さい場合，ベーン付およびベーンレスディフューザの場合に対し旋回失速の発生と旋回速度比について二次元線形解析結果を整理して示した。これらの成分に関しては，実験結果との妥当な一致が見られ実験結果から推測した各旋回失速成分の主原因を理論解析からも裏付けることが出来た。

(7) また実験ではどのディフューザとの組合せにおいても，セル数が２～４，旋回速度比が１前後の成分が見られた。これらの成分は，他の成分とblade passing との非線形干渉によるものと考えられ，線形理論ではこれらの成分は現れなかった。

文　献

(1) Greitzer, E. M., "Review-Axial Compressor Stall Phenomena", ASME, J. of Fluids Engineering, Vol.102, June 1980, pp.134-151.

(2) Haupt, U., Seidei, U., Abdel-Hamid, A. N. and Rautenberg, M., "Unsteady Flow in a Centrifugal Compressor with Different Types of Vaned Diffusers", ASME, J. of Turbomachinery, Vol.110, July 1988, pp.293-302.

(3) Inoue, M. and Cumpsty, N. A., "Experimental Study of Centrifugal Impeller Discharge Flow in Vaneless and Vaned Diffusers", ASME, J. of Engineering for Gas Turbine and Power, Vol.106, April 1984, pp.455-467

(4) Railly, J. W. and Ekerol, H., "Influence of a Closely Coupled Throttle on the Stalling Behavior of a Radial Compressor Stage", ASME, J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.107, April 1985, pp.522-527

(5) Krain, H., "A Study on Centrifugal Impeller and Diffuser Flow", ASME, J. of Engineering for Power, Vol.103, Oct. 1981, pp.688-697

(6) 村田，三宅，“ターボ機械における非定常流れの計測”，ターボ機械，Vol.8，No.5，1980-5，pp.279-289

(7) Lennemann, E. and Howard, J. H. G., "Unsteady Flow Phonomena in Rotating Centrifugal Impeller Passage", ASME, J. of Engineering for Power, Jan. 1970, pp.65-72.

(8) Hergt, P. and Beuner, R., "Visuelle Untersuchung der Stromung im Leitrad einer Radialpumpe", Sihweizerische Bauzeitung, 86-10, 1968-10, pp.716-720.

(9) Greitzer, E. M., "The Stability of Pumping Systems - The Freeman Scholar Lecture", ASME J. of Fluids Engineering, Vol.103, June 1981, pp.193-242.

(10) 髙谷，田中，髙木，須藤，植山，“ディフューザポンプの低流量域特性に及ぼす内部流れの影響”，第23回ターボ機械講演会，1989-5，pp.93-98.

(11) 田中, 岡村, 髙木, 須藤, 植山, “遠心多段ポンプの揚程曲線に及ぼす羽根車上流流れの影響”, 機論, 論文No.88-0866B, 1988.

(12) Guelich, J., “Influence of Interaction of Different Components on Hydraulic Pump Performance and Cavitation”, EPRI 1987 Power Plant Symposium, March 1987.

(13) Hergt, P. and Starke, J., “Flow Patterns Causing Instabilities in The Performance Curves of Centrifugal Pumps with Vaned Diffusers”, Proc. of the 2nd International Pump Symposium, 1985, pp.67-75.

(14) Jaberg, H. and Hergt, P., “Flow Patterns at Exit of Radial Impellers at Part Load and Their Relation to Head Curve Stability”, ASME, FED-81, 1989, pp.213-225.

(15) 黒川, “案内羽根の旋回失速による不安定性能の一解消法”, 第24回ターボ機械講演会, 1989-10, pp.41-46.

(16) 黒川, “ディフューザポンプの低流量域不安定性能”, 機論, Vol.54, No.508, B (昭63-12), pp.3449-3456.

(17) Kamijo, K., Hashimoto, R., Shimura, T., Yoshida, M. and Okayasu, A., “Design of LE-7 LOX Turbopump”, Proc. of the 15th International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, 1986.

(18) Benvenuti, E. and Ross, R. R., “Development of an Advanced Gas Turbine Driven High-Speed Centrifugal Pump for Injection Services”, Proc. of the 3rd International Pump Symposium, May 1986, pp.77-88.

(19) 真鍋, “低流量域運転時の高速ポンプの振動”, ターボ機械, Vol.8, No.10, 1980-10, pp.597-604.

(20) Makay, E. and Barrett, J. A., “Field Experience Brings Help to Embattled Pump Users”, Power, July 1987, pp.27-32.

(21) Marsher, W. D., “Subsynchronous Vibration in Boiler Feed Pumps due to Stable Responce to Hydraulic forces at Part-Load”, I. Mech, E., C349/88, 1988,

pp.167-175.

(22) Ohashi, H., Imai, H., Sakurai, A. and Nishiyama, J., "Lateral Fluid Forces of Whirling Centrifugal Impellers with Various Geometries", The 3rd Japan-Cnina Joint Conference on Fluid Machinery, Osaka, April 1990, 1-6A.

(23) 村田，久保，“遠心送風機の変動流れ（第１報）”，機論（第２部），Vol.42，No.353，(昭51-1)，pp.187-196.

(24) 久保，“遠心送風機の変動流れ（第２報）”，機論，Vol.46，No.403，B (昭55-3)，pp.383-392

(25) Iino, T., "Potential Interaction between a Centrifugal Impeller and a Vaned Diffuser", ASME, Fluid/Structure Interactions in Turbomachinery, 1981, pp.63-69.

(26) 飯野，笠井，“遠心羽根車とディフューザの干渉による非定常流れの解析（第１報，ポンプ羽根車内の圧力変動の測定）”，機論，Vol.51，No.471，B (昭60-11)，pp3748-3753.

(27) Arndt, N., Acosta, A. J., Brennen, C. E. and Caughey, T. K., "Rotor-Stator Interaction in a Diffuser Pump", ASME, J. of Turbomachinery, Vol.111, July 1989, pp.213-221.

(28) Arndt, N., Acosta, A. J., Brennen, C. E. and Caughey, T. K., "Experimental Investigation of Rotor-Stator Interaction in a Centrifugal Pump with Several Vaned Diffusers", ASME, J. of Turbomachinery, Vol.112, Jan. 1990, pp.98-108.

(29) 高田，“多段軸流圧縮機の旋回失速”，東京大学航空研究所集報，Vol.２，No.6，(昭36-6)，pp.305-395.

(30) Stenning, A. H., "Rotating stall and Surge", ASME, J. of Fluids Engineering, Vol.12, March 1980, pp.14-20.

(31) 辻本，Acosta, A. J., Brennen, C. E.，“遠心羽根車あるいはベーンレスディフューザに起因する旋回失速と羽根車のふれ回り安定性に対する影響の理論解析”，機論，Vol.52，No.483，B (昭和61-11)，pp.3747-3754.

(32) 辻本, Acosta, A. J., 吉田, “ベーン付ディフューザ中でふれまわりながら回転する遠心羽根車に作用する流体力の理論解析”, 機論, Vol.54, No.505, B (昭和63-9), pp.2266-2274.

(33) Haupt, U., Abdelhamid, A. N., Kaemmer, N. and Rautenberg, M., "Excitation of Blade Vibration by Flow Instability in Centrifugal Compressors", ASME, 86-GT-283, 1986.

(34) Abdel-Hamid, A. N., "A New Technique for Stabilizing the Flow and Improving the Performance of Vaneless Radial Diffusers", ASME, J. of Turbomacinery, Vol.109, Jan. 1987, pp.36-40.

(35) 生井, “遠心・軸流送風機と圧縮機”, 朝倉書店, (昭44), p.172

(36) 鶴崎, 市原, “遠心ファンの羽根なしディフューザ内の旋回失速に関する研究 (第4報 羽根車の影響について)”, 機論, Vol.54, No.503, B (昭63-7), pp.1661-1668.

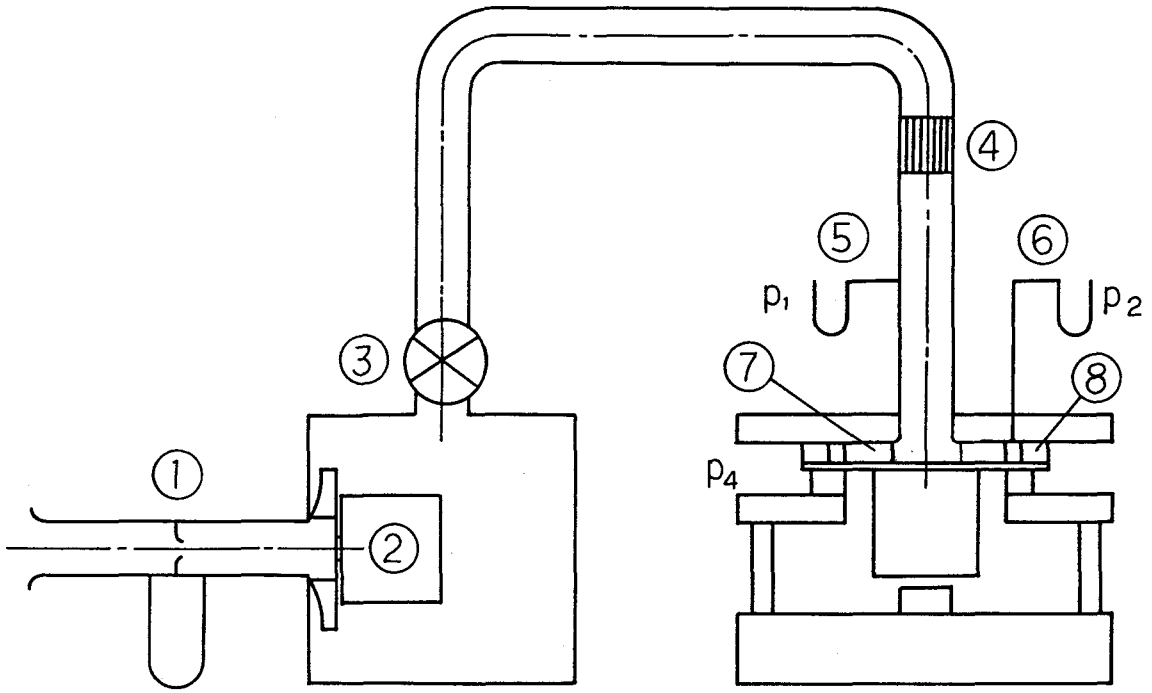
(37) Rosemann, W., "Experimental Investigations of Hydrodynamically Induced Shaft Forces with a Three Bladed Inducer", Symposium on Cavitation in Fluid Machinery, ASME Winter Annual Meeting, Nov. 1965, pp.172-195.

(38) Kamijo, K., Shimura, T. and Watanabe, M., "A Visual Observation of Cavitating Inducer Instability", NAL, TR-598T, May 1980.

(39) Yamamoto, K., "An Experimental Study on Instability in a Cavitating Centrifugal Pump with a Volute Suction Nozzle", IAHR The 10th Symposium 1980, Tokyo, pp.303-312.

(40) Madhavan, S. and Wright, T., "Rotating Stall Caused by Pressure Surface Flow Separation on Certrifugal Fan Blades", ASME, J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol.107, July 1985, pp.775-781.

(41) Jansen, W, "Rotating Stall in Radial Vaneless Diffuser", ASME, J. of Basic Engineering, Oct. 1964, pp.750-758.



① Flow measuring nozzle
② Booster fan
③ Flow control valve
④ Straightener
⑤ Impeller inlet pressure tap
⑥ Impeller outlet pressure tap
⑦ Impeller
⑧ Diffuser

図1　実験装置全体図

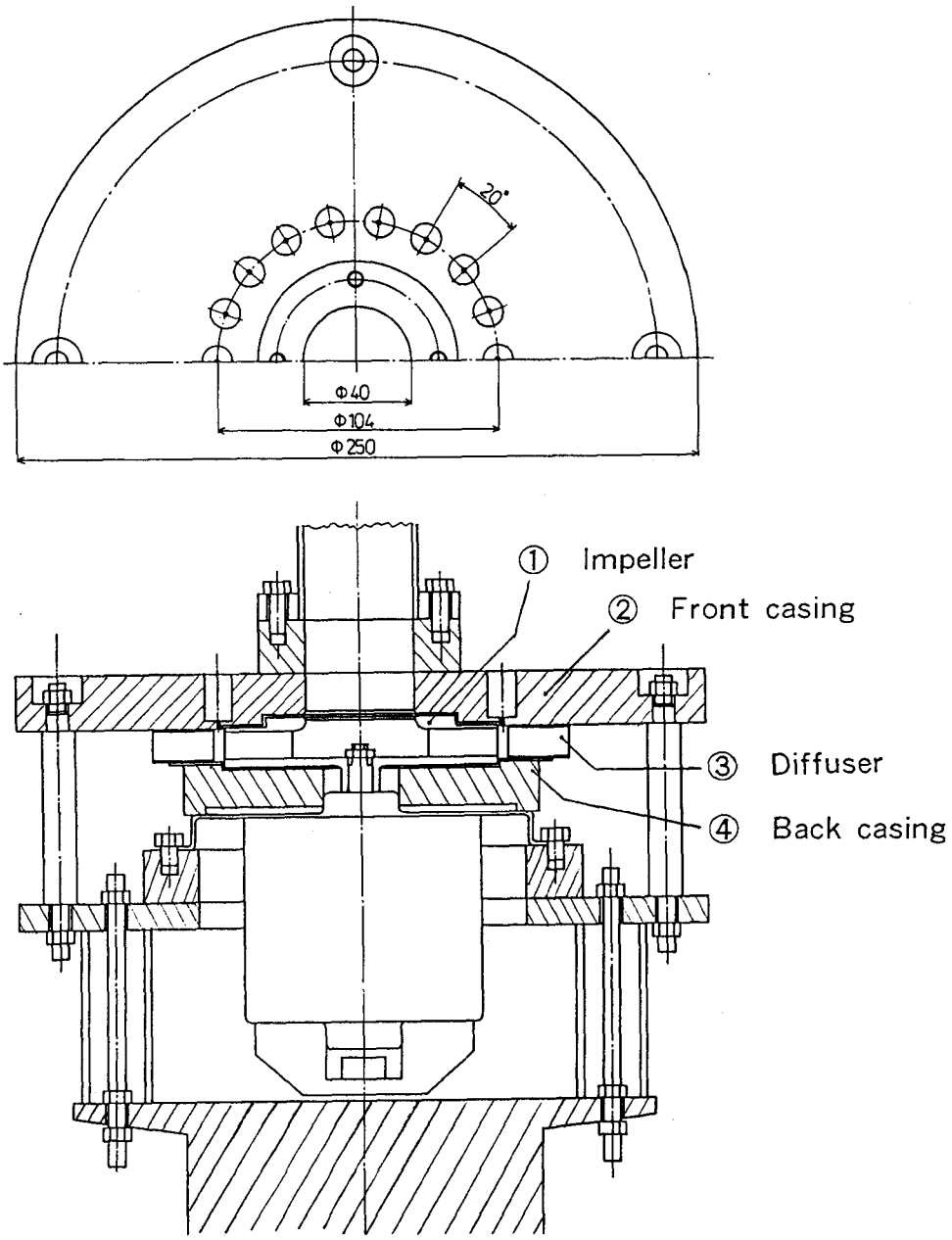
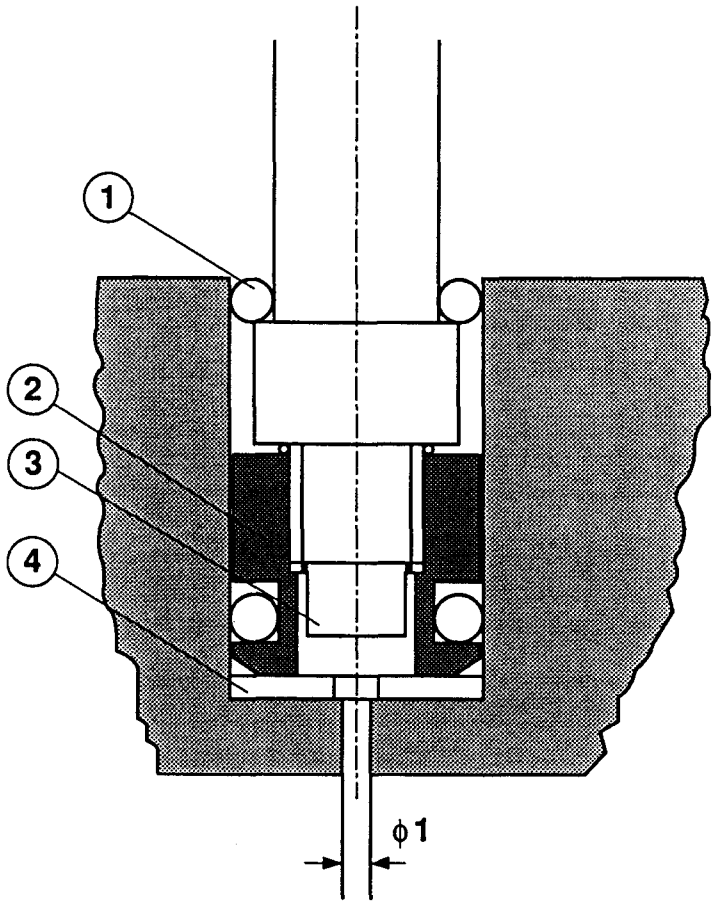

20°
Φ40
Φ104
Φ250
① Impeller
② Front casing
③ Diffuser
④ Back casing

図2　実験装置



① O-ring

② Adapter

③ Pressure Transducer

④ Seal

図 3　圧力計測部

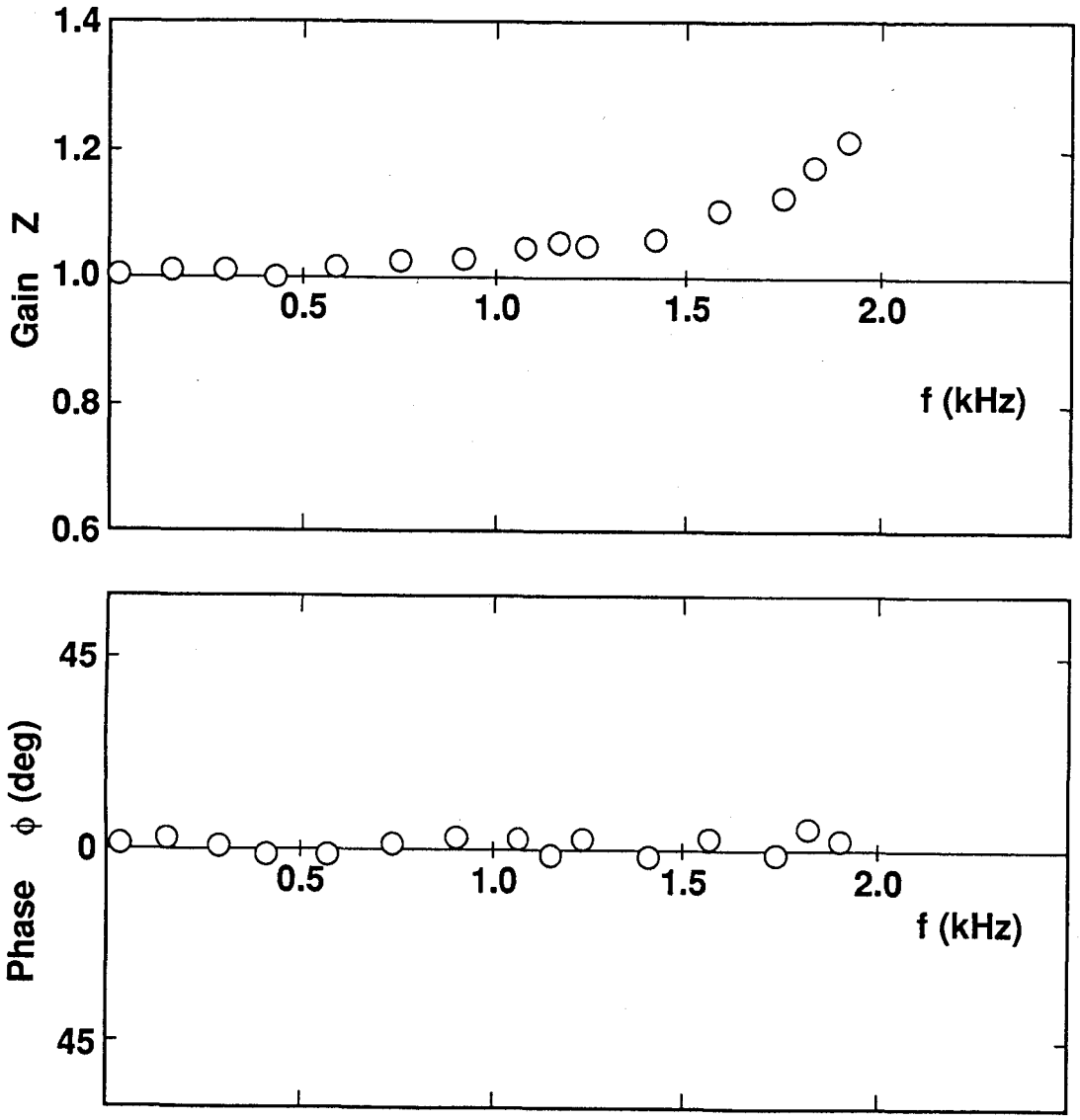


図 4　計測系の周波数特性

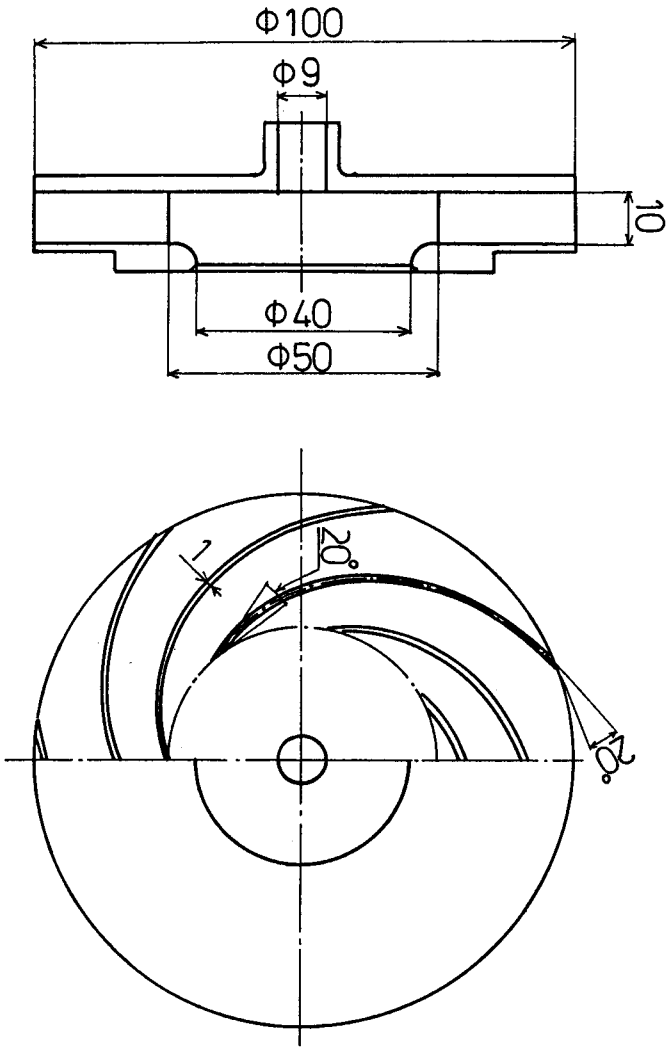


図 5　供試羽根車

表 1　　羽根車の主要諸元

Inlet radius r_1 (mm)	25
Outlet radius r_2 (mm)	50
Impeller width b(mm)	10
Vane angle β (°)	20
Vane thickness t(mm)	1
Number of vanes Z	7

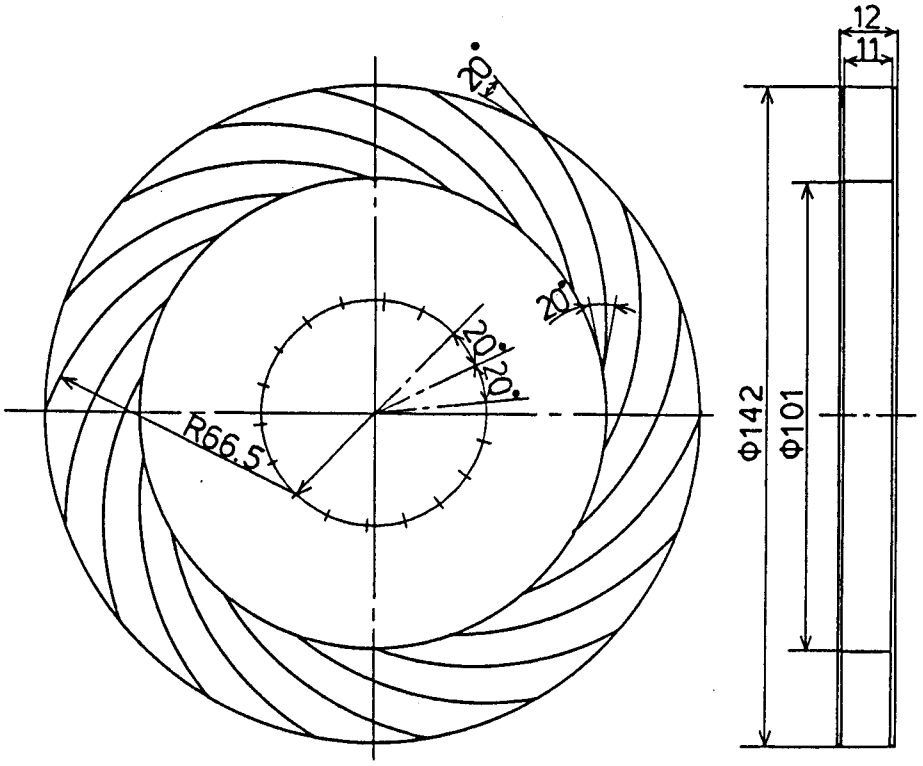


図 6　ベーン付ディフューザ（D20G0.5）

表 2　羽根角20°のベーン付ディフューザの主要諸元

	D20G0.5	D20G4	D20G12
Inlet, Exit angle α　(°)	20	20	20
Inlet radius r_3　(mm)	50.5	54.0	62.0
Radius ratio r_3 / r_4	0.711	0.711	0.711
Width　(mm)	11	11	11
Number of vanes Z	18	18	18

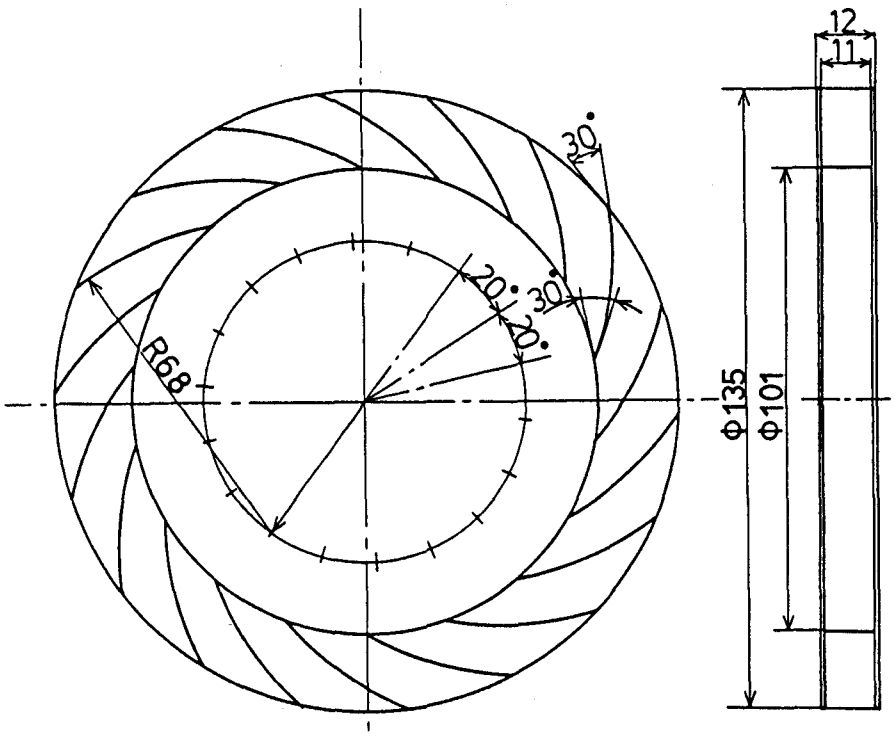


図7　ベーン付ディフューザ（D30G0.5）

表3　羽根角30°のベーン付ディフューザの主要諸元

	D30G0.5	D30G12	D30G20
Inlet, Exit angle (°)	30	30	30
Inlet radius r_3 (mm)	50.5	62.0	70.0
Radius ratio r_3/r_4	0.748	0.748	0.748
Width (mm)	11	11	11
Number of vanes Z	18	18	18

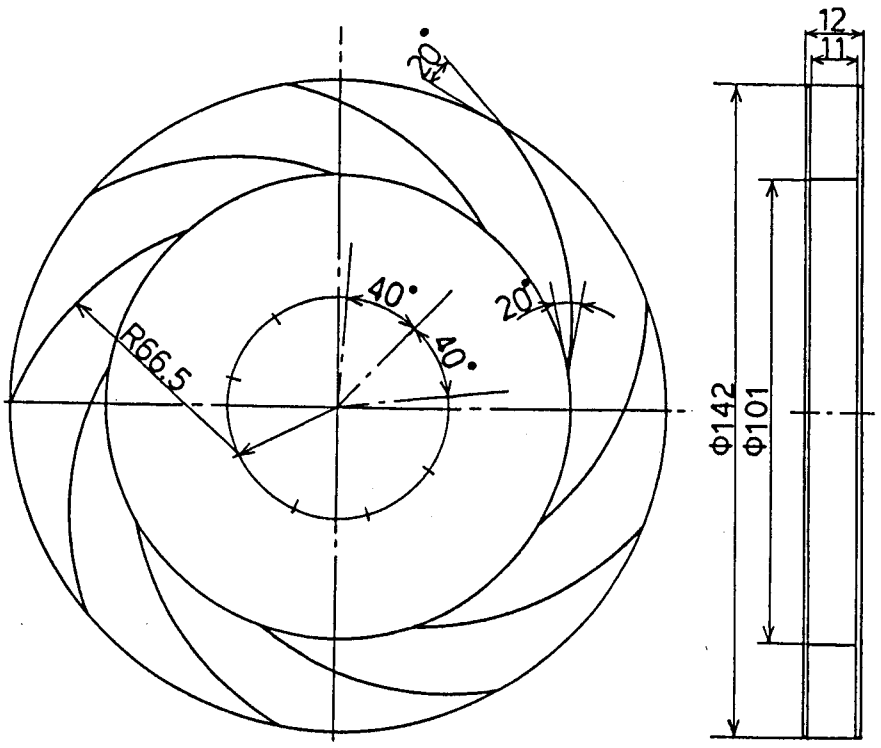


図 8　ベーン付ディフューザ（D20Z9G0.5）

表 4　羽根角20°，羽根枚数 9 のベーン付ディフューザの主要諸元

	D20Z9G0.5	D20Z9G12	D20Z9G17
Inlet, Exit angle (°)	20	20	20
Inlet radius r_3 (mm)	50.5	62.0	67.0
Radius ratio r_3/r_4	0.711	0.711	0.711
Width (mm)	11	11	11
Number of vanes Z	9	9	9

表 5　ベーンレスディフューザの主要諸元

	G12	G20
Inlet radius r_3 (mm)	50.5	50.5
Exit radius r_4 (mm)	62.0	70.0

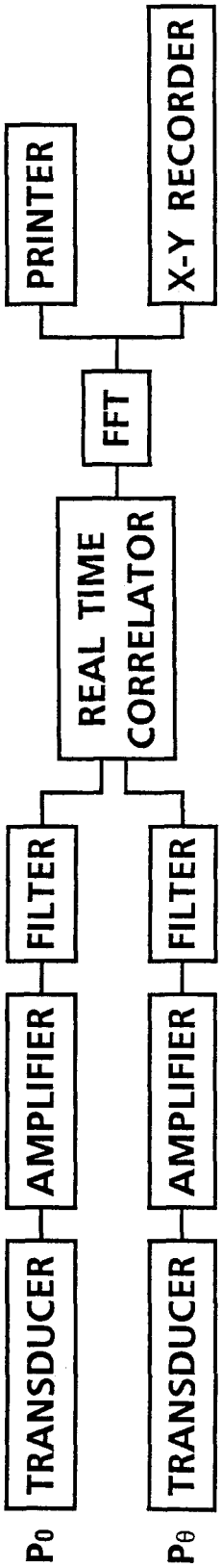


図9　変動圧力測定系のブロック線図

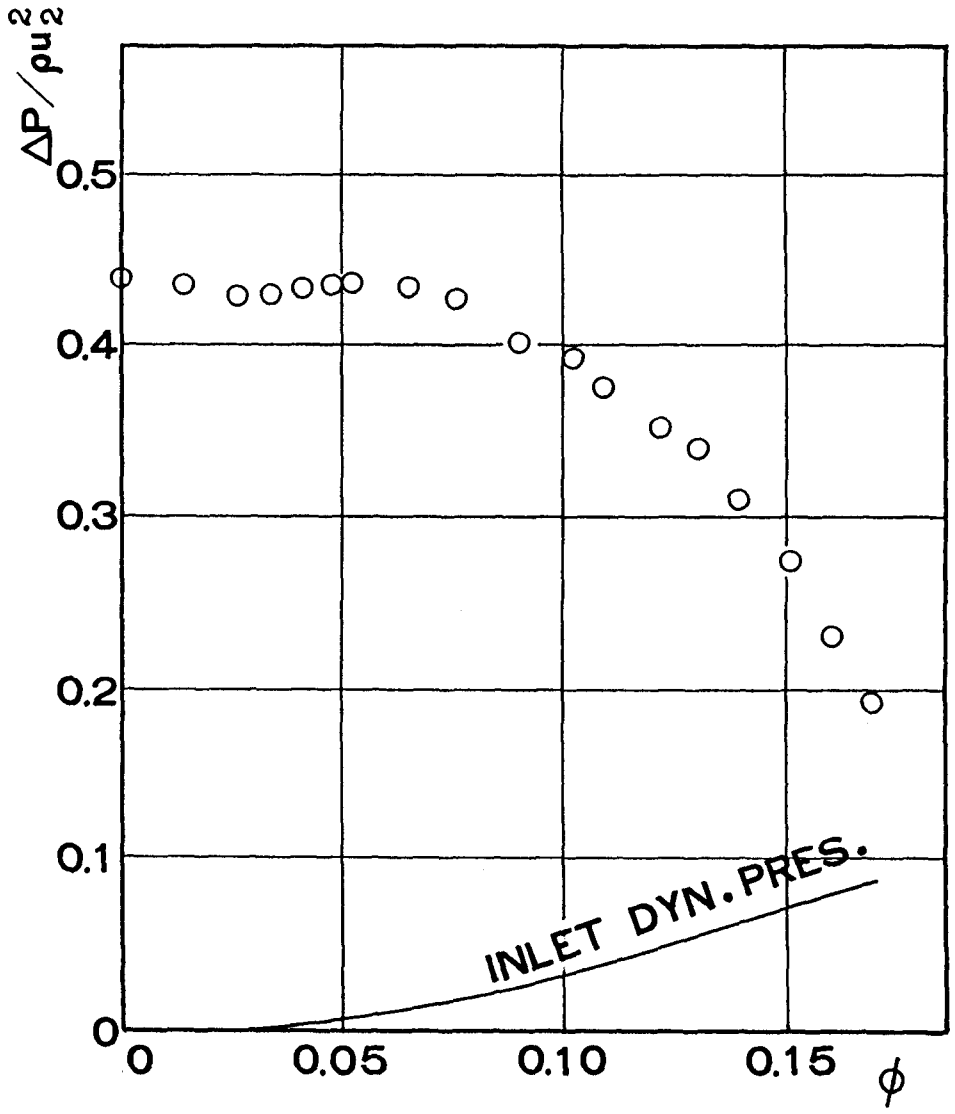


図10　静圧性能曲線（羽根車単独）

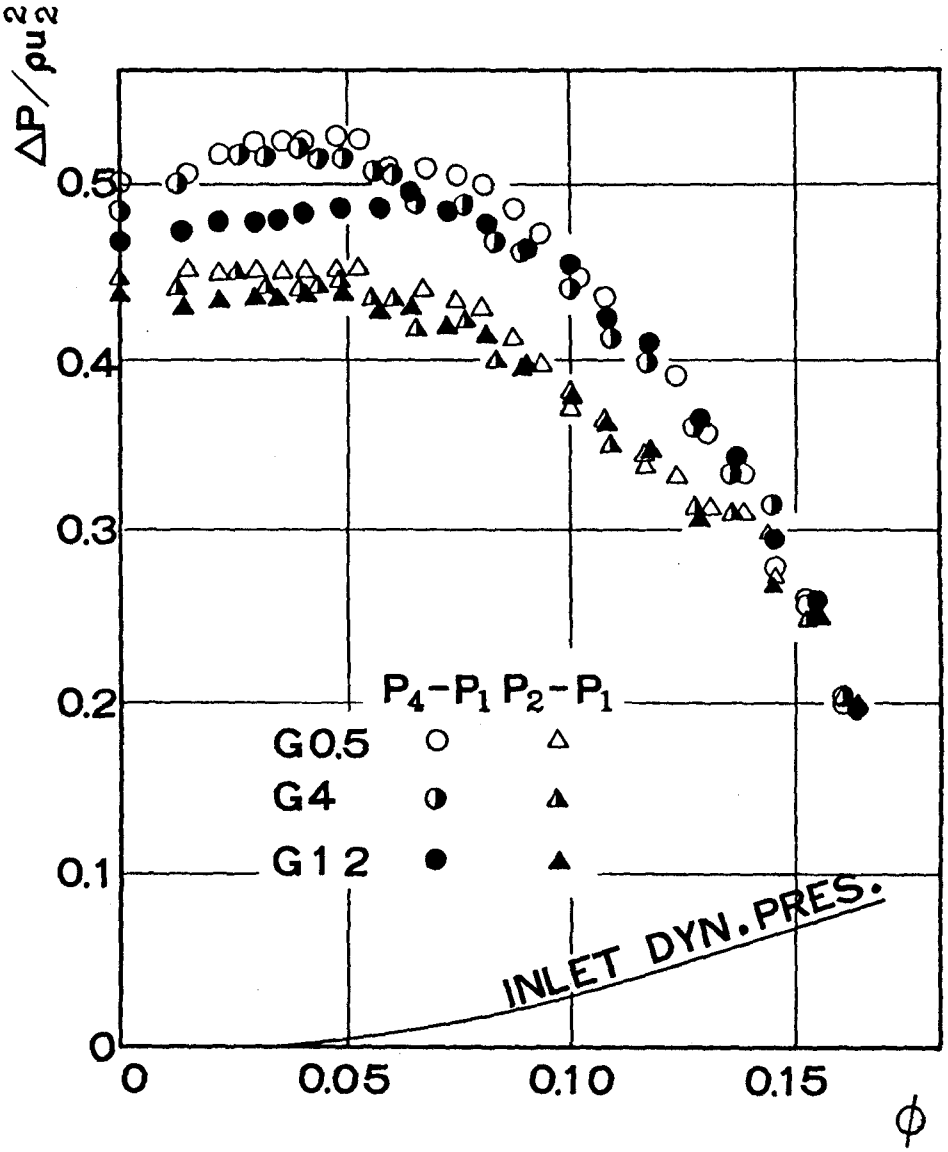


図11　静圧性能曲線（D20シリーズ）

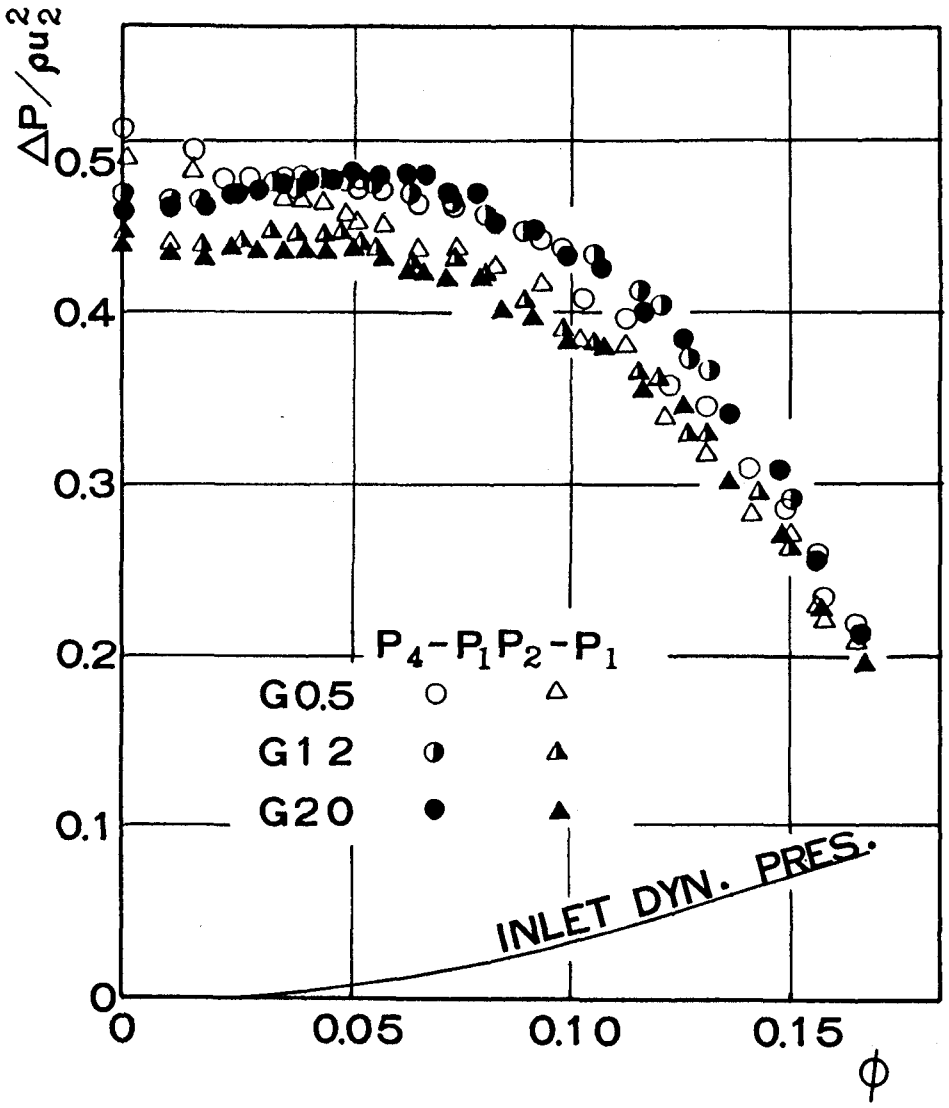


図12　静圧性能曲線（D30シリーズ）

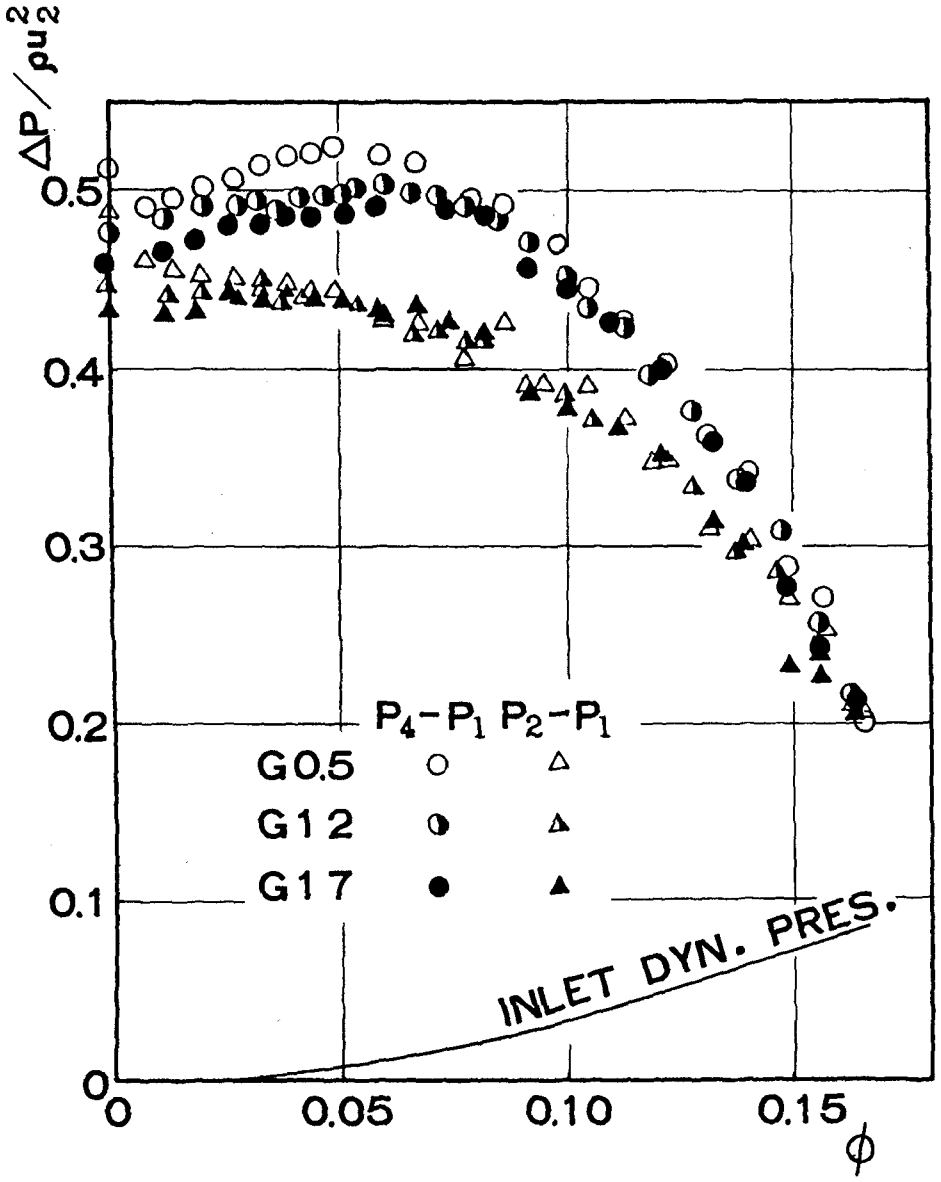


図13　静圧性能曲線（D20Z9シリーズ）

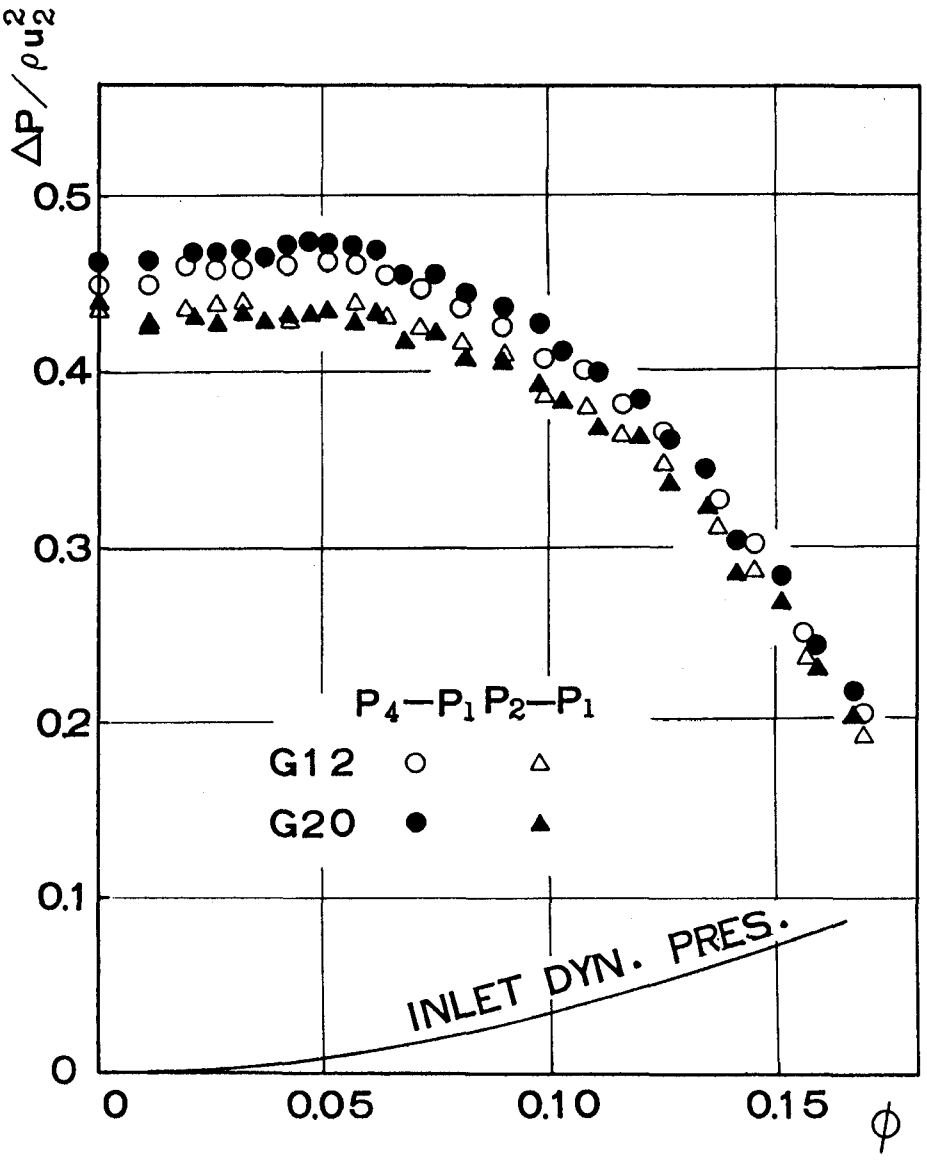
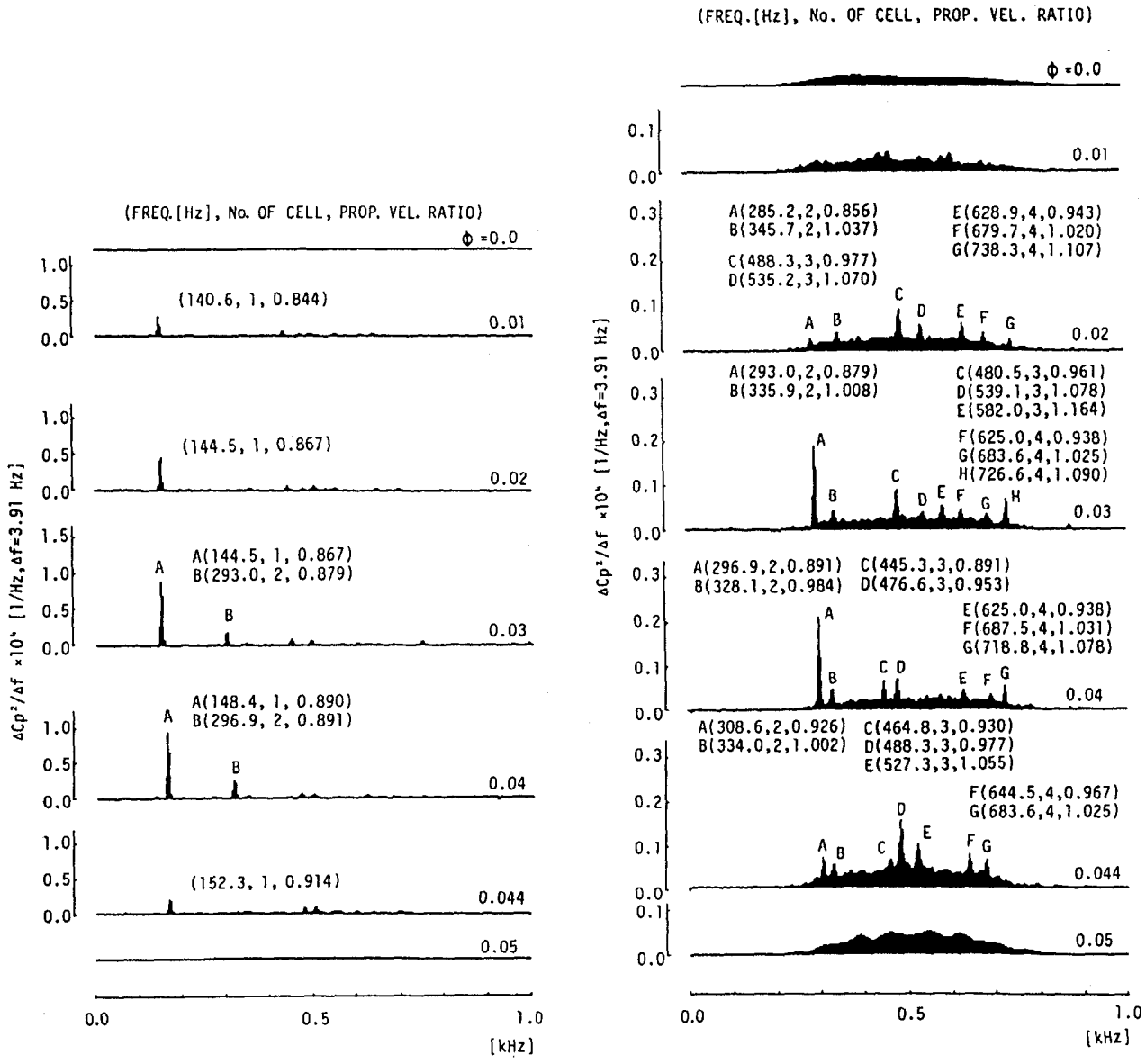


図14　静圧性能曲線（ベーンレスディフューザ）

羽根車単独



[DC～710Hz]

[280～710Hz]

図15　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル

（羽根車単独）

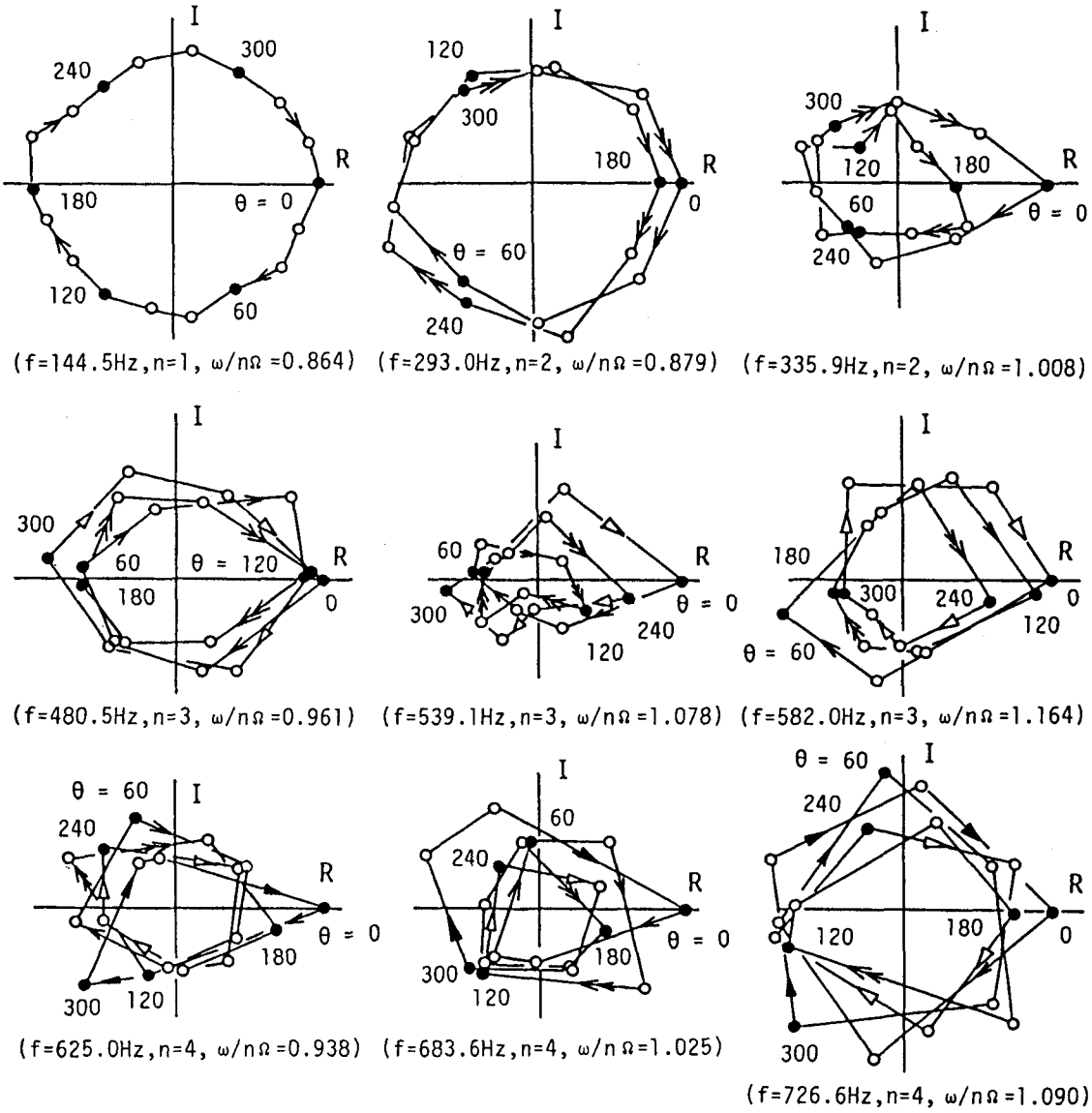


図16　応答関数G（θ）（羽根車単独，ϕ＝0.03）

D20G0.5

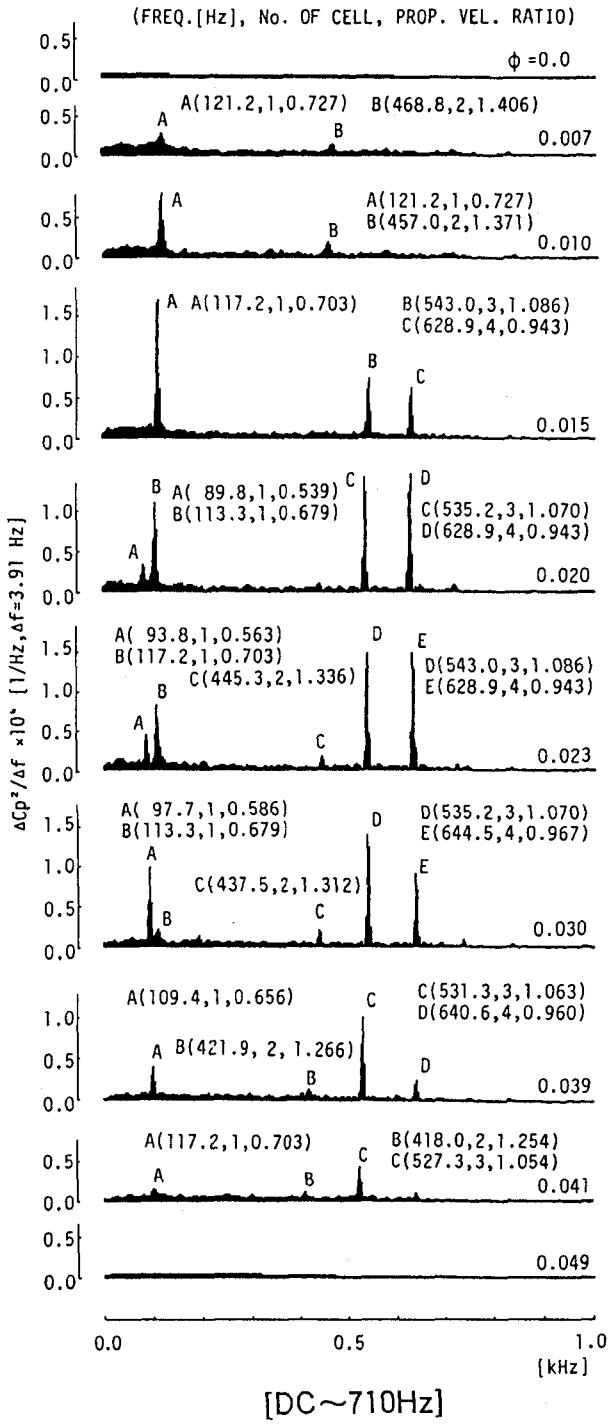
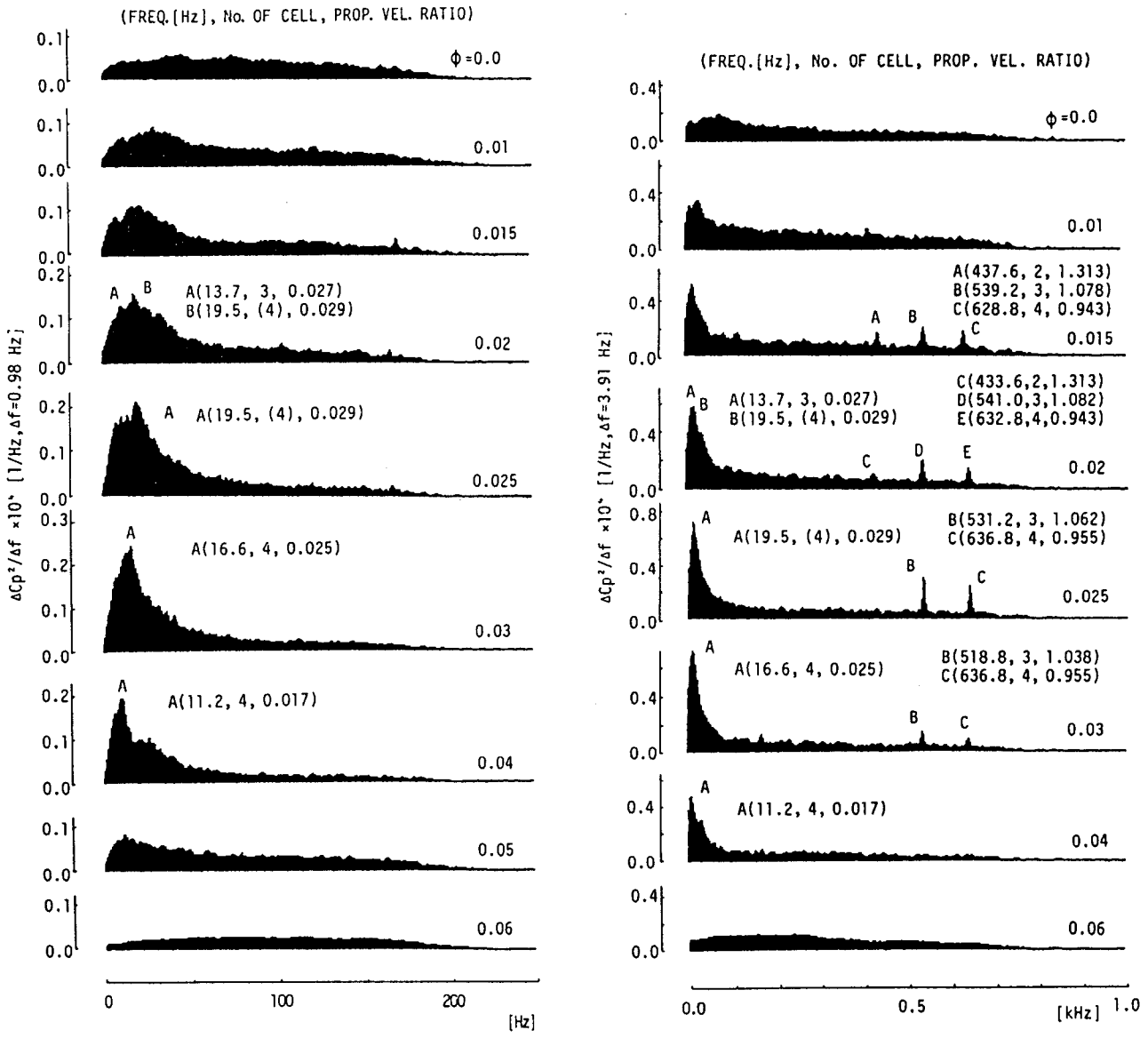


図17　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D20シリーズ）

(a)　D20G0.5

D20G4

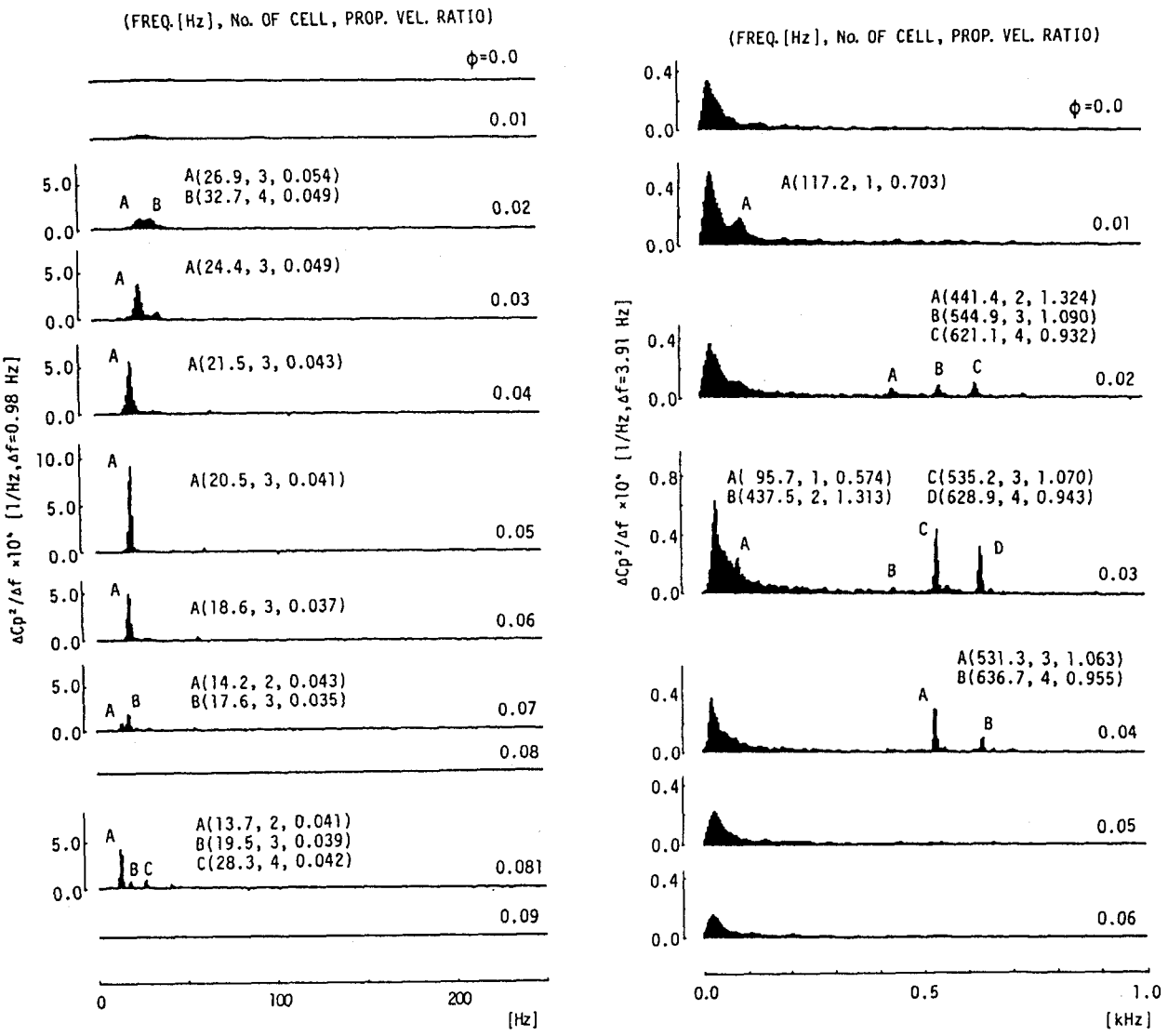


[DC～178Hz]　　[DC～710Hz]

図17　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D20シリーズ）

(b)　D20G4

D20G12

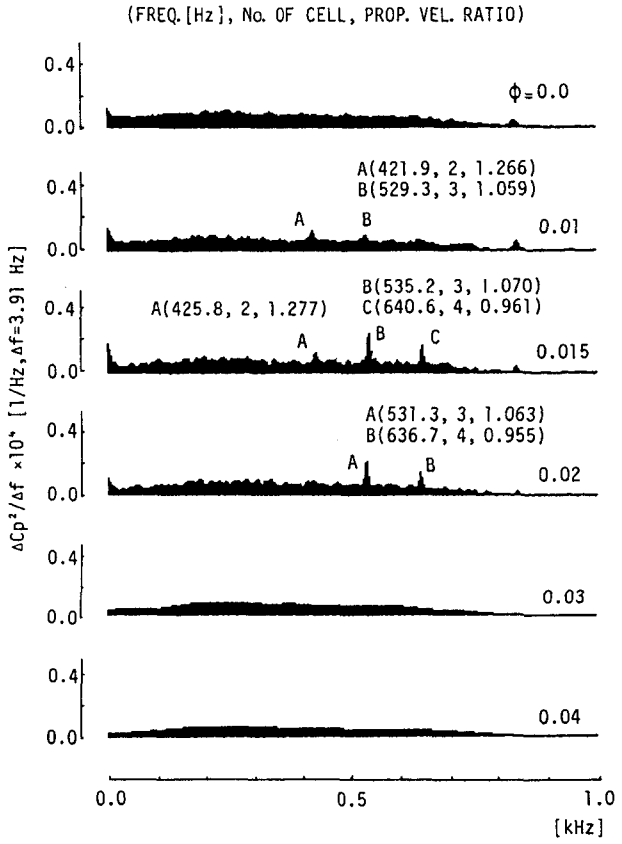


[DC～178Hz]　　[45～710Hz]

図17　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D20シリーズ）

(c)　D20G12

D30G0.5

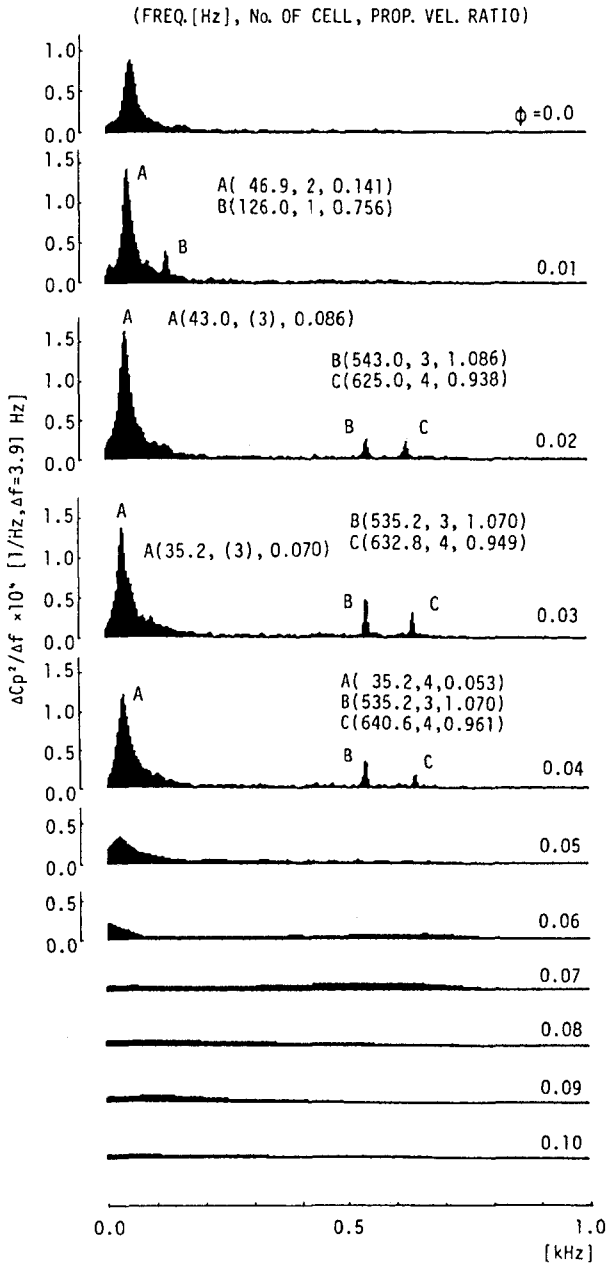


[DC～710Hz]

図18　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D30シリーズ）

(a)　D30G0.5

D30G12

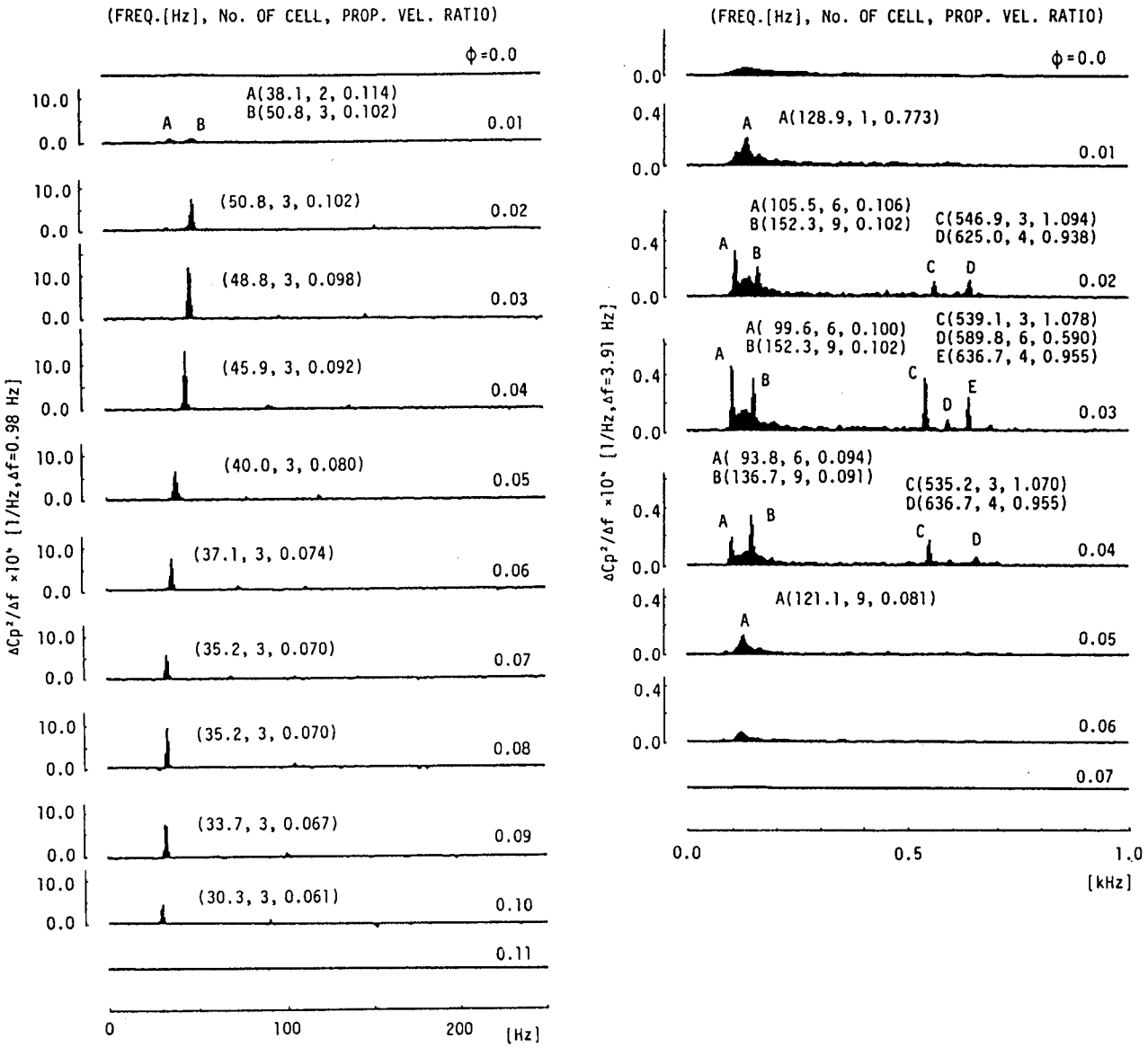


[DC～710Hz]

図18　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D30シリーズ）

(b)　D30G12

D30G20



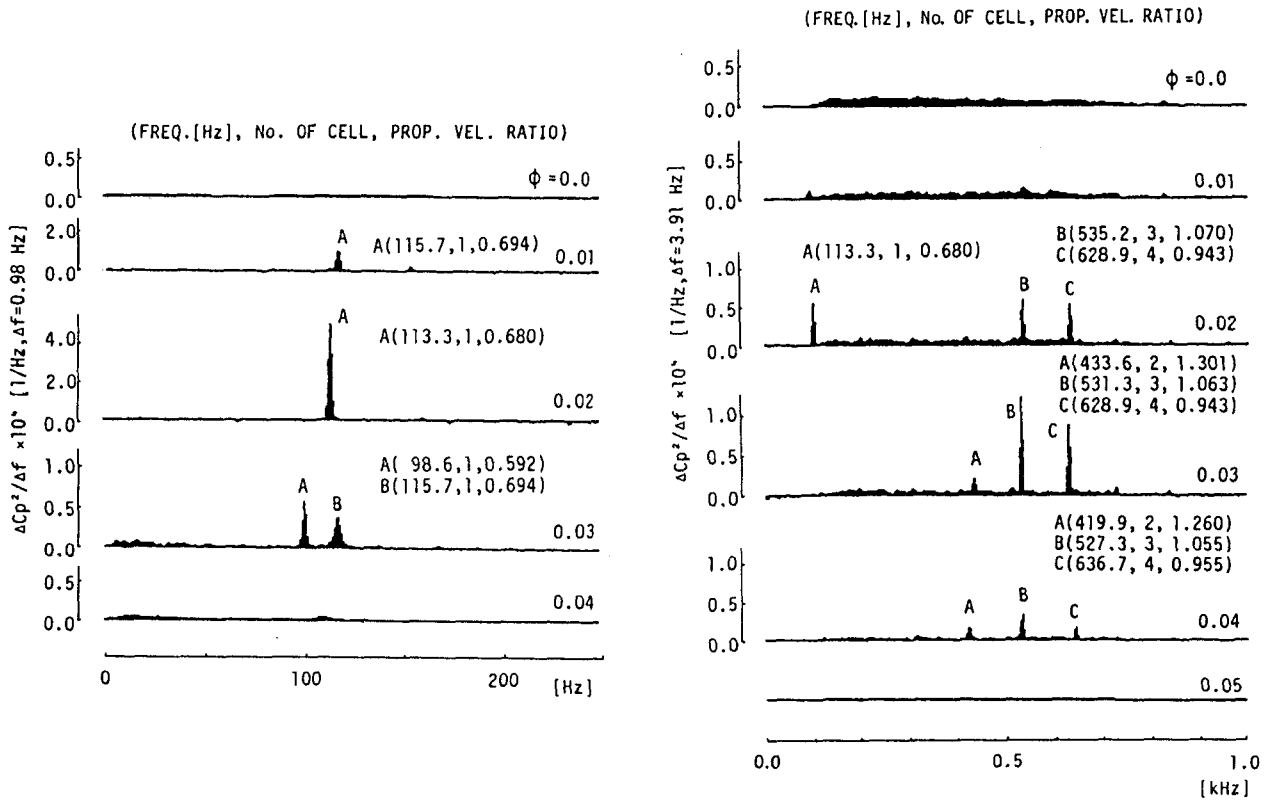
[DC～178Hz]

[112～710Hz]

図18　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D30シリーズ）

(c)　D30G20

D20Z9G0.5

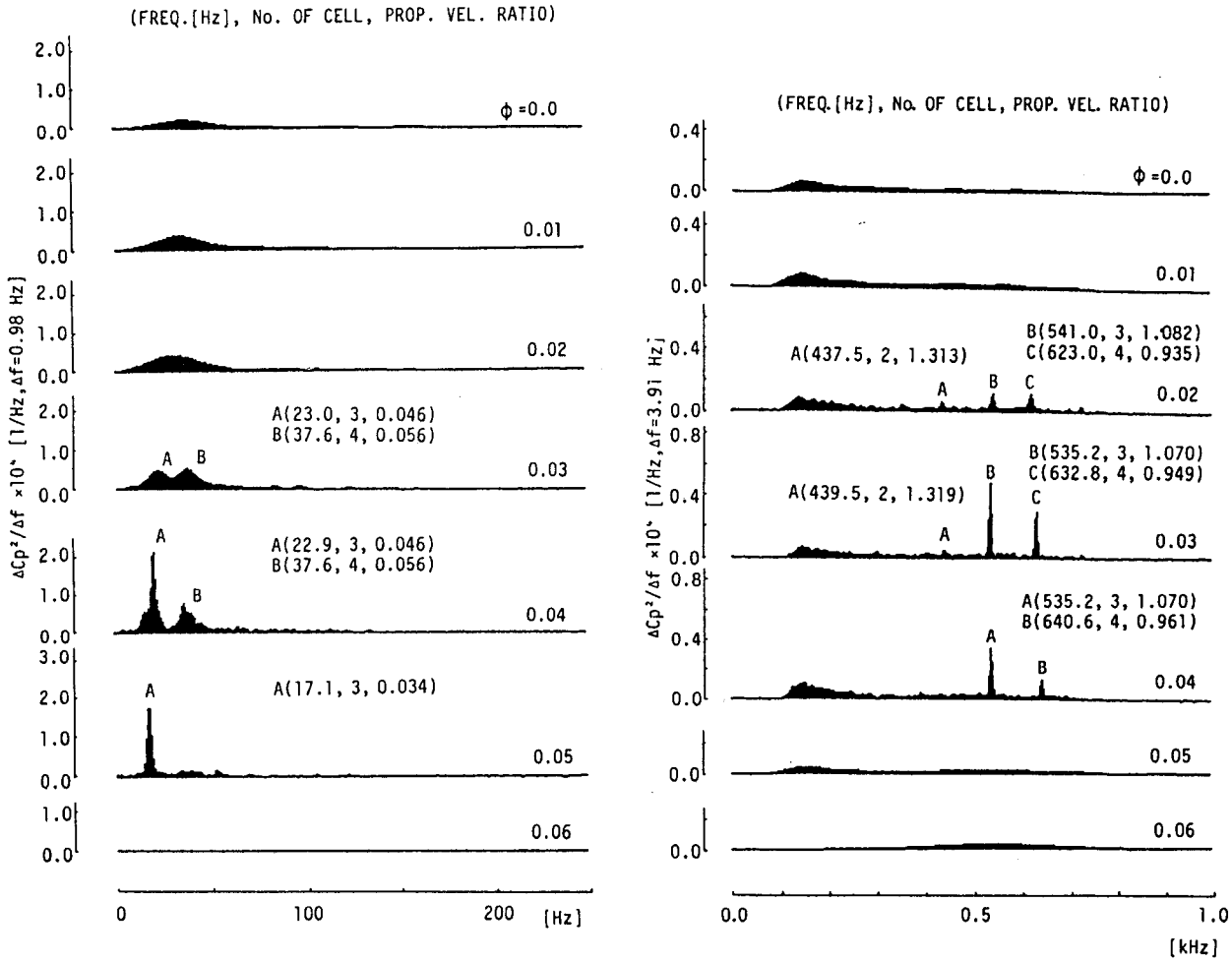


[DC～178Hz]　　[140～710Hz]

図19　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D20Z9シリーズ）

(a)　D20Z9G0.5

D20Z9G12

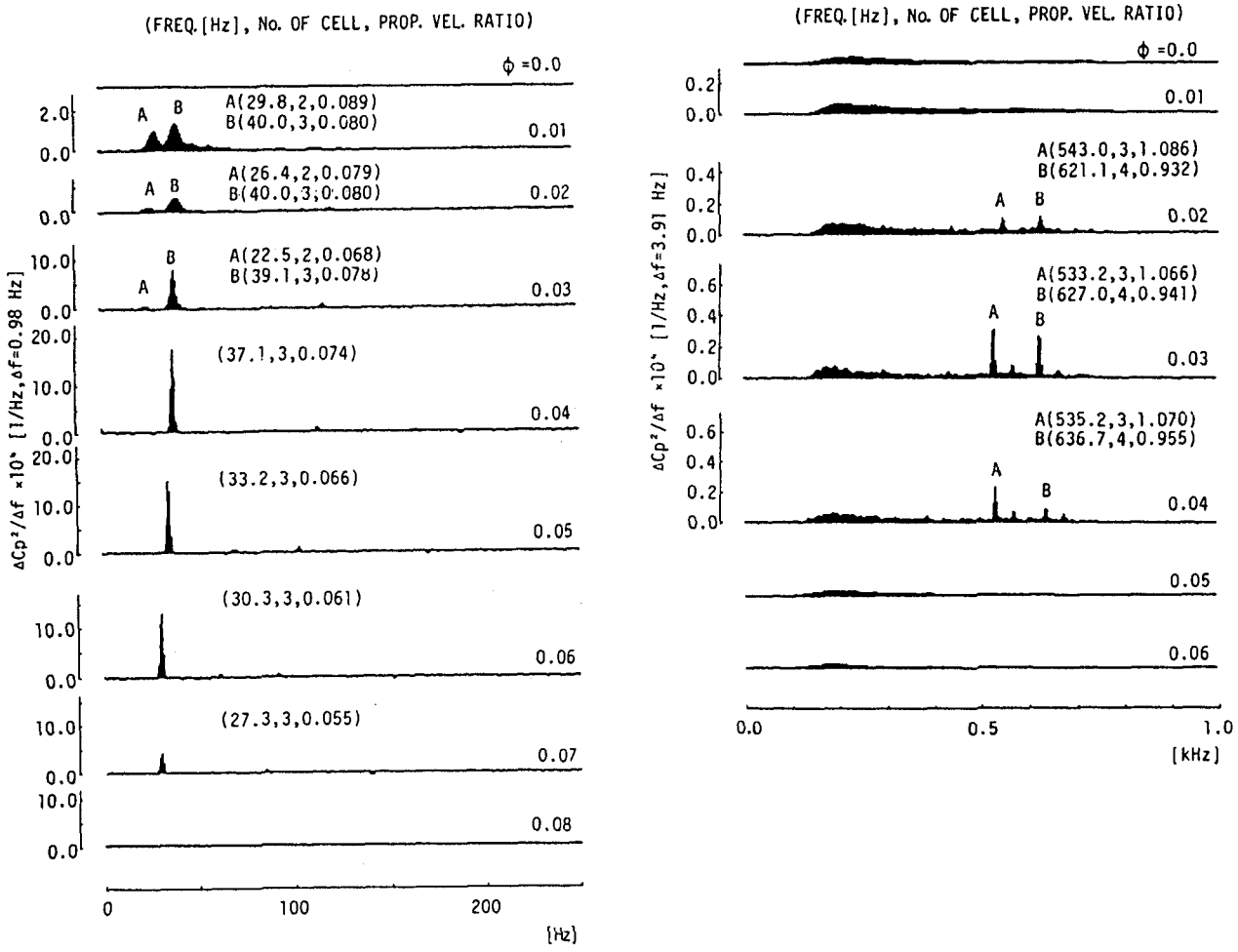


[DC～178Hz]　　[140～710Hz]

図19　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D20Z9シリーズ）

(b)　D20Z9G12

D20Z9G17



[DC～178Hz]　　[178～710Hz]

図19　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（D20Z9シリーズ）

(c)　D20Z9G17

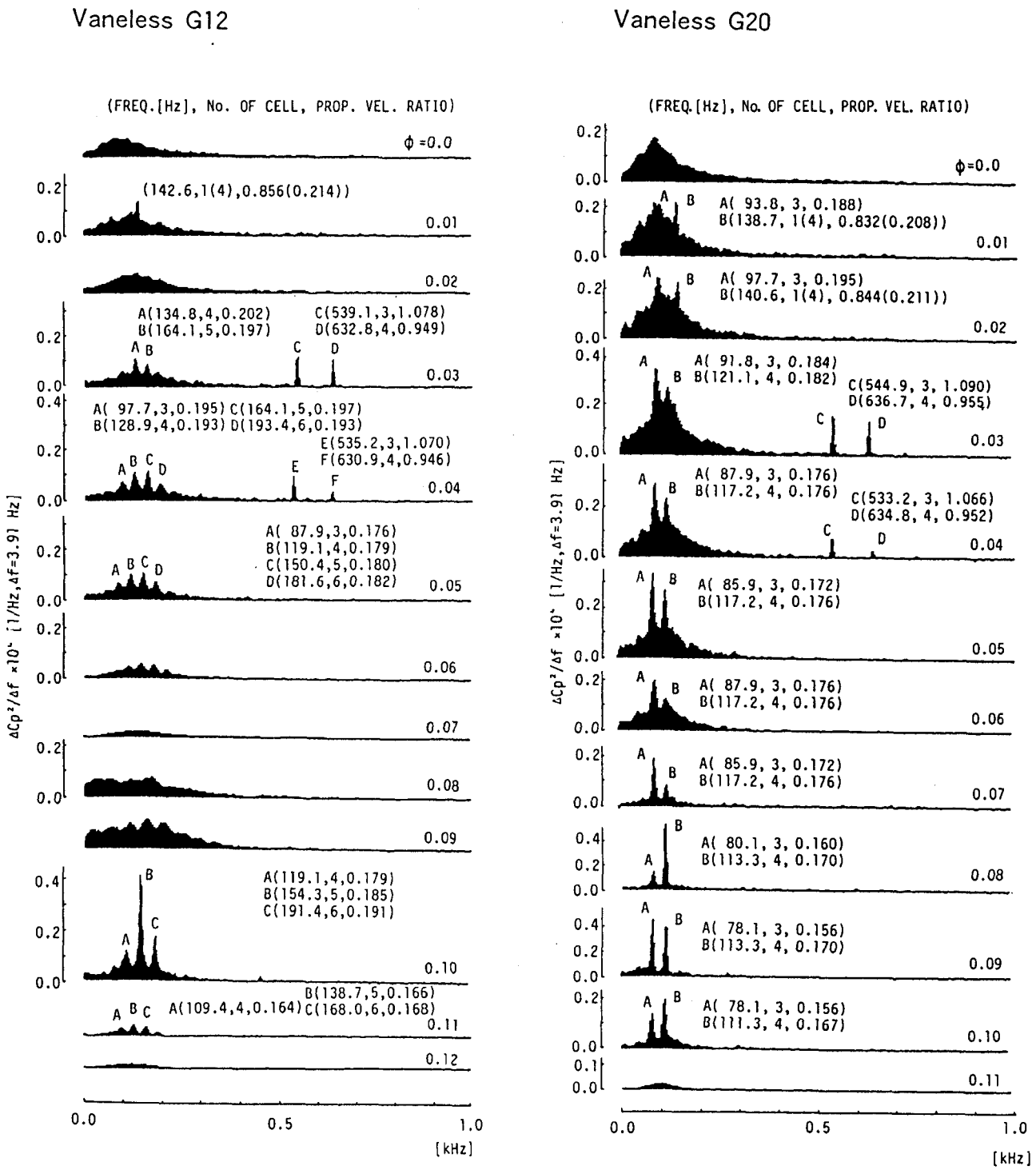
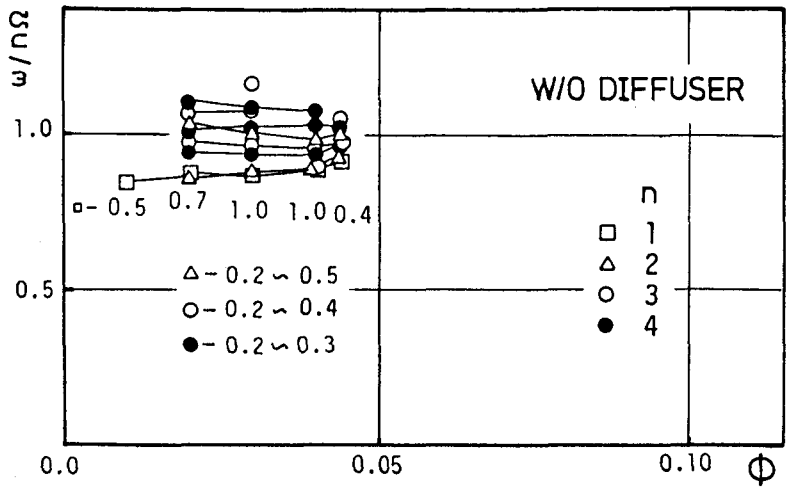
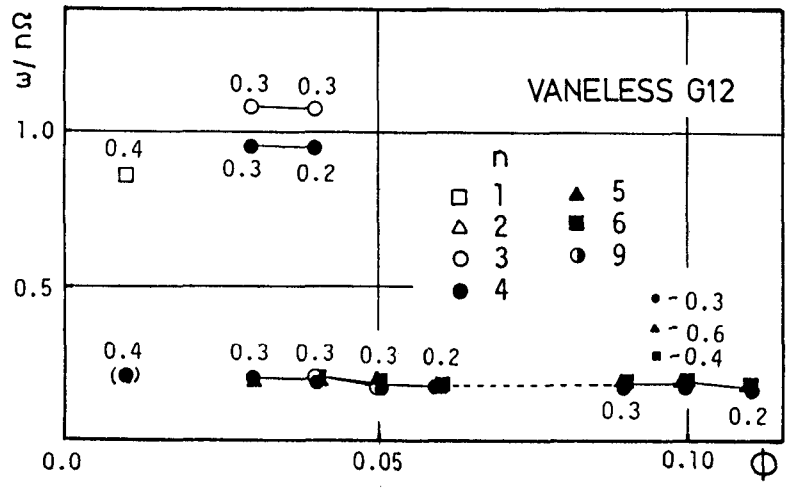


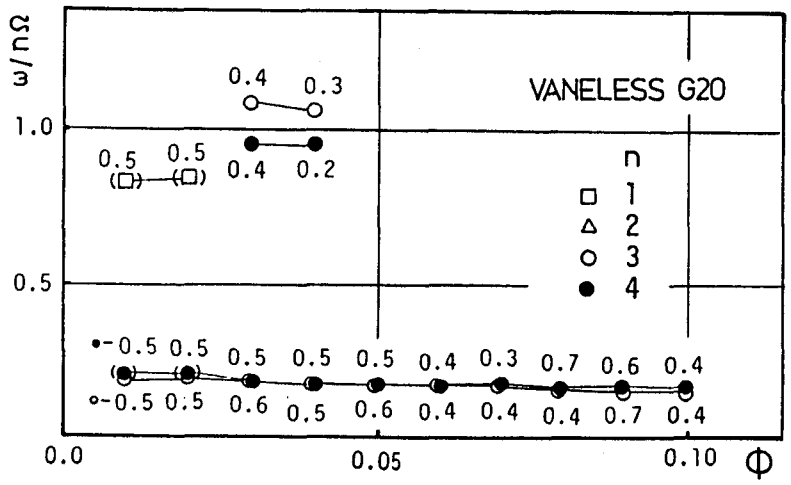
図20　羽根車出口の圧力変動のパワースペクトル（ベーンレスディフューザ）



(a) 羽根車単独

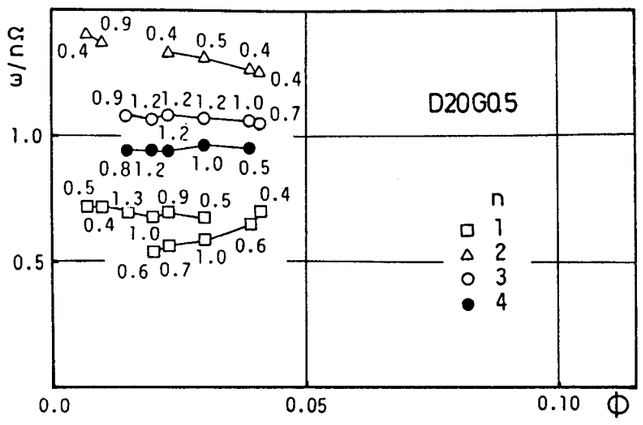


(b-1) Vaneless G12

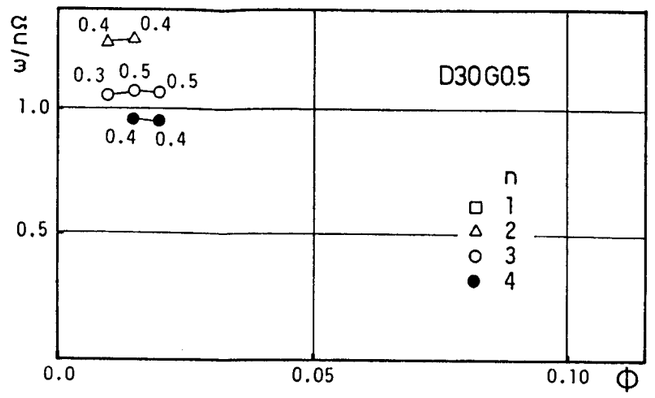


(b-2) Vaneless G20

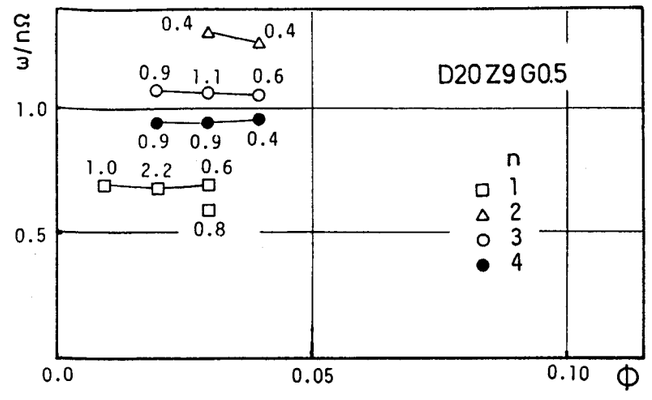
図21 流量係数 ϕ と旋回速度比 $\omega/n\Omega$ の関係



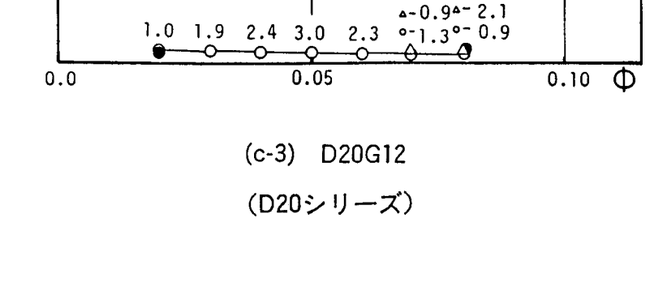
(c-1) D20G0.5



(d-1) D30G0.5



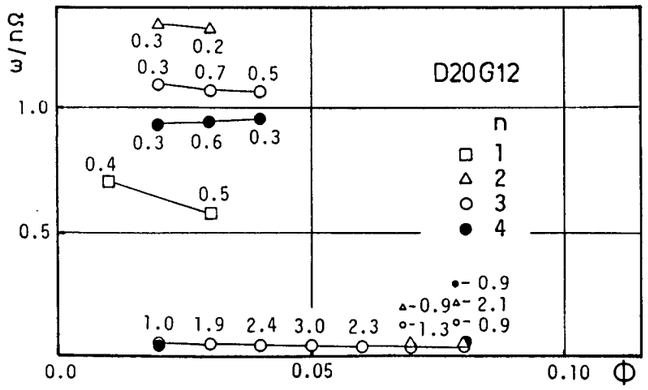
(e-1) D20Z9G0.5



(c-2) D20G4

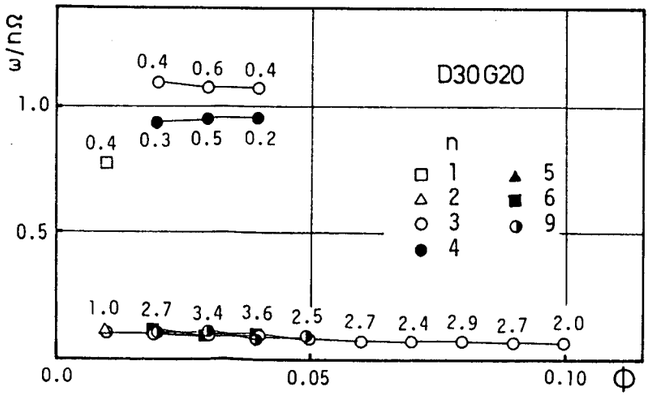
(d-2) D30G12

(e-2) D20Z9G12



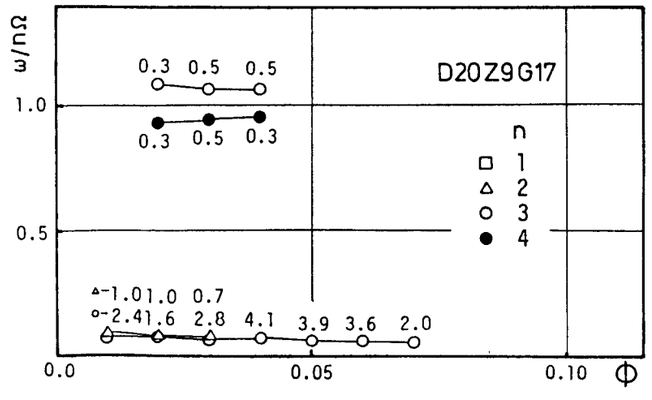
(c-3) D20G12

(D20シリーズ)



(d-3) D30G20

(D30シリーズ)



(e-3) D20Z9G17

(D20Z9シリーズ)

図21 流量係数 ϕ と旋回速度比 $\omega/n\Omega$ の関係

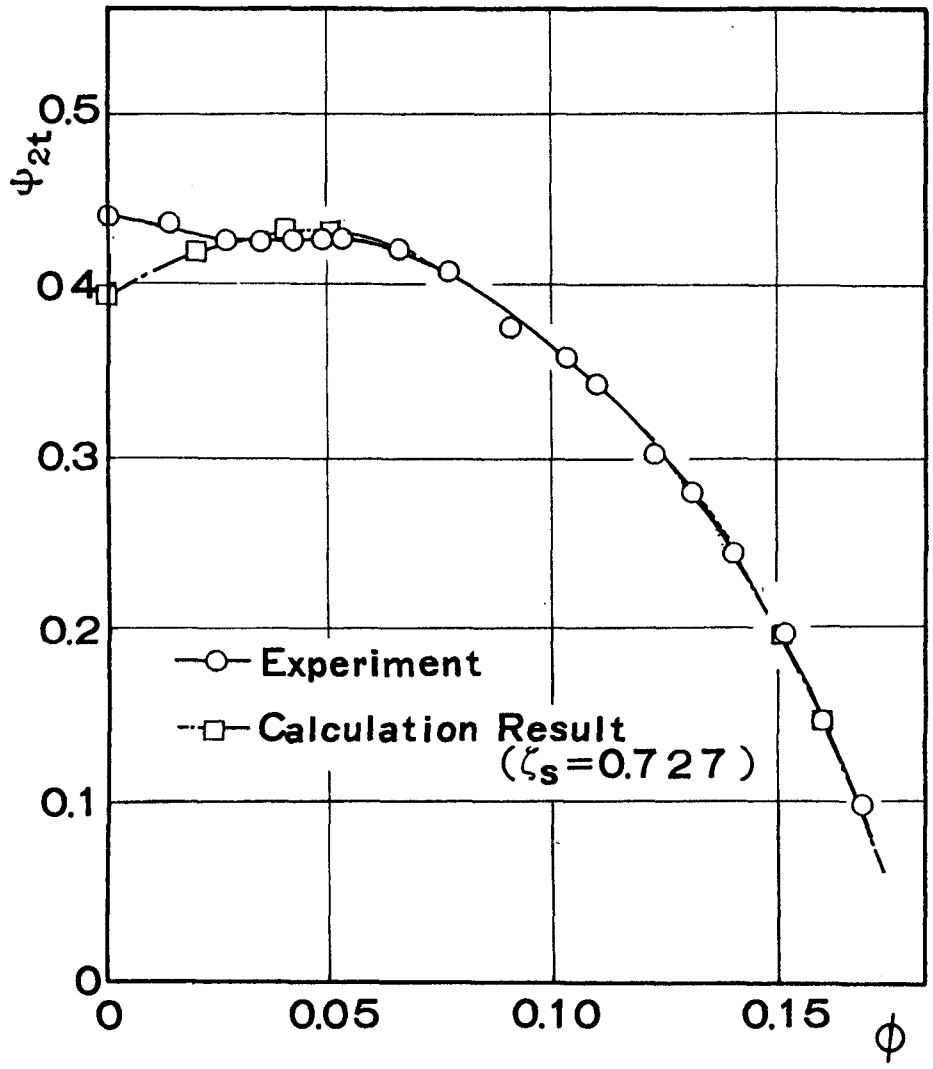


図22　定常性能のフィティング例（ζ_s=0.727）

表 6　旋回速度比の理論値と実験値の比較

（羽根車単独の場合，n＝1）

Φ	0.02	0.03	0.04
Theory	0.891	0.906	0.921
Expt.	0.867	0.879	0.890

表 7　旋回速度比の理論値と実験値の比較

（羽根車とベーン付ディフューザの間隔が極めて小さい場合，n＝1）

Φ		0.02	0.03	0.04
D20G0.5	Theory	0.612	0.622	0.633
	Expt.	0.539/0.679	0.586/0.679	0.656
D30G0.5	Theory	0.783	0.797	0.811
	Expt.	—	—	—
D20Z9G0.5	Theory	0.693	0.705	0.718
	Expt.	0.680	0.592/0.694	—

表 8　旋回速度比の理論値と実験値の比較
（ベーン付ディフューザ単独の場合，n＝3）

Φ		0.03	0.05	0.07
D20G12	Theory	0.023	0.020	0.015
	Expt.	0.049	0.041	0.035
D30G20	Theory	0.055	0.046	0.037
	Expt.	0.098	0.080	0.070
D20Z9G17	Theory	0.030	0.025	0.020
	Expt.	0.078	0.066	0.055

表 9　旋回速度比の理論値と実験値の比較
（ベーンレスディフューザG20の場合）

Φ		0.03	0.05	0.10
n = 3	Theory	0.378	0.348	0.275
	Expt.	0.184	0.172	0.156
n = 4	Theory	0.380	0.352	0.282
	Expt.	0.182	0.176	0.167

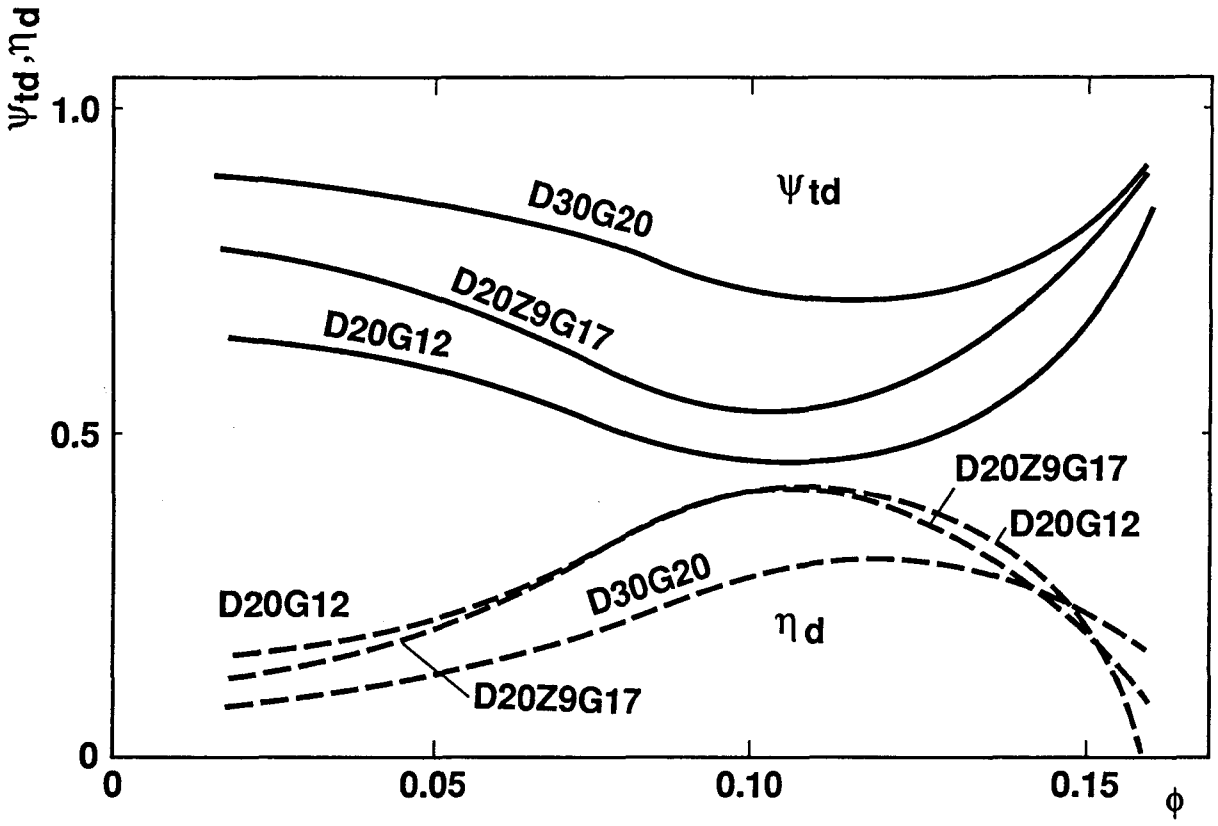


図23　ベーン付ディフューザ性能曲線

第６章　結　　論

本研究では，今まで研究例が少なかった遠心羽根車の非定常流れに関して，主に干渉問題と非定常流体力について述べてきた。本論文を要約すると以下のようになる。

ターボ機械に対する時代の要求は，高性能，高信頼性，低コスト化にあり，その開発の趨勢は高速・小型化にある。これは今後，益々ターボ機械の高エネルギー密度化が進むことを意味し，流れの非定常現象の解明は，研究的要素のみならず，ターボ機械の信頼性，安全性の追求の面から設計上重要な課題となっている。

本研究は，こういった状況の中で，第２章と第３章では遠心羽根車とボリュートケーシングとの干渉問題と，非定常トルク特性を理論面から研究し，また第４章と第５章ではふれ回る遠心羽根車に作用する非定常流体力と遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に生じる旋回失速について実験的に研究を進めた。その結果，各々の場合について，遠心羽根車の非定常流れの特性を明らかにすることができ，圧力変動や変動流体力について情報を得ることができた。これらの知見は，ターボ機械の高速化に際して，設計段階でこれら非定常流体力を考慮することを可能とし，既に高速ターボ機械の開発に利用され，その成果を上げている。

各章の結論は以下の通りである。

第２章では，ボリュートケーシングと遠心羽根車の干渉について，特異点法を用いてケーシングのポテンシャル干渉による羽根車の翼の循環の非定常性を解析し，またケーシング壁の圧力変動を，羽根車のポテンシャル干渉と粘性伴流干渉に分けて理論的に取扱った。その結果，羽根車の循環変動によって生じる非定常トルク，径方向推力，流出渦エネルギが計算することが可能となり，ケーシング壁の圧力変動のポテンシャル干渉と粘性伴流干渉の特徴を明らかにすることができ，いずれの場合にも舌端の影響が大きいことが解析からも証明することができた。

第3章では，非定常流れ中の遠心羽根車の非定常トルクを特異点法で解析する方法を示し，これに物理的考察を加えることにより，軸流の von Kármán and Sears の場合と同様，遠心羽根車の非定常トルクの場合にも，準定常成分，仮想質成分，流出渦成分の三成分に分離できることを理論的に示した。またこれら計算方法により角速度変動，流量変動がある場合の非定常トルクの仮想質量トルク係数，流出渦トルク係数を広範囲な遠心羽根車について計算しチャートに示した。ここに示した方法とチャートによればこういった非定常流れ中にある遠心羽根車の非定常トルクを設計段階で容易に推定できる。

第4章では，近年高速ポンプの軸系の設計にとって重要になってきている遠心羽根車のふれ回り流体力について，ボリュートケーシング中でふれ回る場合に作用する非定常流体力を実験的に明らかにした。このふれ回り流体力はケーシングとの干渉により，設計流量でも軸のふれ回りを励振する方向に作用し，かつふれ回り速度が小さい程，流量が少ない程励振力として大きく作用することが分かった。またケーシングとの干渉の影響は極めて大きく，舌端半径，舌端との間隔を大きく採るとこの励振力を小さくすることができ，さらに励振範囲を小さくできることが明らかとなった。

第5章では，ポンプの非同期振動の一原因と考えられるディフューザの旋回失速に関し，羽根車とディフューザの干渉効果に注目し，実験と理論両面から研究を行い，遠心羽根車－ベーン付ディフューザ系に発生する旋回失速の発生要因を明らかにした。実験によれば羽根車とディフューザの間隔の干渉効果が，旋回失速に与える影響は極めて大きく，この間隔が小さい場合には，羽根車とディフューザが一体化した旋回失速が発生し，間隔が大きい場合には，旋回失速比が極めて小さく，ディフューザに起因する強い旋回失速と旋回速度比が羽根車の単独の場合に近い，羽根車に起因する旋回失速が同時に発生することが分かった。また各場合について，二次元線型解析方法を示し，旋回速度比について理論面からもその発生要因を推定した結果，先の実験結果と良い一致を見，各旋回失速成分の主原因を理論解析からも裏付けることが

出来た。

本研究で明らかとなったこれら遠心羽根車に関する非定常流れの特性，及び非定常体力は，高エネルギー密度化が進む遠心型流体機械の高性能化，および信頼性向上に，今後設計段階で反映され，非常に効果を発揮するものと考えている。

謝　辞

終りに臨み，本論文をまとめる様御助言をいただき，終始貴重な御指導を賜りました大阪大学工学部　三宅裕教授，三菱重工業㈱高砂研究所　佐藤友彦次長に，ここに心より感謝の意を表します。

また，第２章，第３章に関して暖かい御指導を賜りました大阪大学名誉教授　今市憲作先生に，さらに貴重な御討論をいただきました大阪大学名誉教授　村田暹先生に，第４章に関して有益な御助言をいただきました東京大学工学部　大橋秀雄教授に，第５章に関して，御教示，御助言をいただきました筑波技術短期大学工学部　村上芳則助教授，大阪大学基礎工学部　鴈崎展助手に厚く感謝の意を表します。

また，研究全体を通して終始変らぬ御指導と御教示を賜りました大阪大学基礎工学部　辻本良信教授に心より感謝の意を表します。

さらに，各研究を遂行する上で御協力をいただいた，当時大阪大学基礎工学部学生の守田芳文氏，菅井亮氏，石井岳氏，伊藤武彦氏，三菱重工業㈱高砂研究所　上原作一郎氏に，ここにその努力に対して敬意を表します。　なお，第２章に関しては文部省科学研究費補助を受けることができました。関係の方々に厚く感謝の意を表します。