The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	AN APPROACH BY DIFFERENCE TO THE POROUS MEDIUM EQUATION WITH CONVECTION
Author(s)	渡邉, 道昭
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/39225
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【55】

氏　　　　　名	渡邉道昭（わたなべみちあき）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　11945　号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
学　位　論　文　名	AN APPROACH BY DIFFERENCE TO THE POROUS MEDIUM EQUATION WITH CONVECTION （準線形対流拡散方程式の差分近似による解法）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　田辺　広城 （副査） 教　授　井川　満　　教　授　長瀬　道弘

論文内容の要旨

対流項をもつ準線形拡散方程式に対する初期値問題

(1)　$u_t = \mathrm{div}\,(\mathrm{grad}\,\phi(u) + \mathbf{F}(u)),\ x \in R^N$;

(2)　$u(0,\ x) = u_0(x)$

の解の存在，単純な構成法および一意性について論ずる。ここでϕは狭義単調増加関数，ϕおよび$\mathbf{F}\circ\phi^{-1}$は局所的にLipschitz連続な関数とする。

第1節では，差分近似のアイデアにもとづく(1)－(2)の直接的解法を与える。与えられた差分近似スキームが収束し，その極限が，$L^1(R^N) \cap L^\infty(R^N)$における非線形半群$\{S(t): t \geq 0\}$をもたらすことを示す。収束の証明には加藤の不等式やFréchet-Kolmogorovの定理が用いられる。この証明法は対流項のない

$(1)_0$　$u_t = \mathrm{div}\,(\mathrm{grad}\,\phi(u)),\ x \in R^N$

の直接的解法において，すでに筆者によって考案されている（参考論文）。この方法が一層複雑な(1)の研究にも通用することを示す。$(1)_0$や(1)は非線形半群のモデルとして扱われるばかりでなく，物理学・生物学における拡散現象に現われることもあって，その数学的研究と数値解法の進歩が求められている。

第2節では，前節で求めた解$u(t,\ x) = S(t)\,u_0(x)$が「どのような意味での(1)－(2)の一意の解となるか」について論ずる。非線形半群の威力と差分近似のアイデアによって，$S(t)\,u_0(x)$が単純な手法によって求められたものの，tについての微分不可能性という，非線形性に起因すると思われる数学的困難に直面する。これを克服するためにまず，$S(t)\,u_0(x)$が

(3)　$u(t,\cdot) - u_0 = \mathrm{div}\int_0^t \{\mathrm{grad}\,\phi(u(r,\cdot)) + \mathbf{F}(u(r,\cdot))\}\,dr$

　　in $D'(R^N)$; $|\mathrm{grad}\,\phi(u)| \in L^2((0,t) \times R^N),\ t > 0$

の解となることを示す。この積分－微分方程式は$(1)_0$の研究の中ですでに暗示され，Trotter積の構成に使われた（参考論文）。証明には非線形半群のSmoothing Effectの理論が重要な役割を果たす。次に(3)の解は結果として超関数の意味での(1)－(2)の解となることを示す。最後に(3)の解が$u_0 \in L^1(R^N) \cap L^\infty(R^N)$に対して一意であることを証明する。証明は2つの解uとvに対して，$(u-v)(\phi(u)-\phi(v))$をマイナスの値にするためのやや技巧的なしかし初等的な計算によってなされる。$(1)_0$の一意性に関するBrézis-Crandallの，結果は美しいが証明の複雑な理論と対照的である。この節の結論として，(3)の解で$C([0,\infty); L^1(R^N)) \cap L^\infty((0,\infty) \times R^N)$に属するものは，

$u(t, x) = S(t)u_0(x)$ にほかならないことが示される。

最後にさらに一般的な吸収項をもつ

$u_t = \mathrm{div}\,(\mathrm{grad}\,\phi(u) + \mathbf{F}(u)) - \phi(u)$

にも言及する。半群の構成は第1節と同様に論ずることができるが，解の一意性を第2節と同様に論ずるためには単調増加関数 ϕ にさらに条件を課す必要があることを指摘する。

論文審査の結果の要旨

本論文で扱う方程式は多孔質媒質方程式に対流項を加えたものである。渡邉道昭氏は方程式に現れる作用素を差分近似して種々の評価を求め，フレシェーコルモゴロフの定理を用いて極限移行して非線形半群論を適用できることを示し，更にその様にして得られた半群解が満足すべき微分可能性を持つことを示した。関数解析的に見通しよく可解性を示している点は注目すべきであり，博士（理学）の学位論文として充分に価値があると認める。