

Title	SPECIAL GENERIC MAPS AND L2-BETTI NUMBERS
Author(s)	原, 靖浩
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/39946">https://hdl.handle.net/11094/39946</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	原 靖 浩
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 12916 号
学位授与年月日	平成9年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	SPECIAL GENERIC MAPS AND $L^2$ -BETTI NUMBERS (特異ジェネリック写像と $L^2$ -ベッチ数)
論文審査委員	(主査) 教授 川久保勝夫  (副査) 教授 小磯 憲史 助教授 榎 一郎 講師 長崎 生光

## 論文内容の要旨

$n$ 次元閉多様体から $p$ 次元多様体 ( $p \leq n$ ) への $C^\infty$ 写像で, その特異点集合が定値 fold 型のみからなるものが special generic map と呼ばれるものである。special generic map が存在するときにはもとの多様体の位相や微分構造に様々な制限が付く。例えば,  $\mathbf{R}^n$ への special generic map が存在するとき, もとの $n$ 次元多様体は $n$ 次元球面に同相になる。 $\mathbf{R}^2$ への special generic map をもつ多様体についても Burlet, de Rham, 佐伯等によりその微分構造が決定されている。3次元以上のユークリッド空間への special generic map をもつ多様体については必要条件がいくつか求められていた。本論文では,  $n$ 次元閉多様体において, ある $q \leq n/2$ で $q$ 次 $L^2$ -Betti数が0でないならば,  $q$ 次元以下の開多様体への special generic map が存在しないことを示した。応用として,  $2n$ 次元の双曲的閉多様体は $n$ 次 $L^2$ -Betti数が0でないことが知られており, したがって,  $n$ 次元以下の開多様体への special generic map をもたないことがわかる。

$p$ 次元多様体への special generic map が存在するとき, その特異点集合は $(p-1)$ 次元の多様体になる。もとの多様体と特異点集合の位相については, 今までに Euler 数の関係や, 特異点集合の連結成分の個数ともとの多様体の Betti 数の関係などが知られていた。本論文では基本群の位数が無限の $n$ 次元閉多様体から $p$ 次元開多様体 ( $p < n$ ) への special generic map が存在するとき, もとの多様体の $(p-1)$ 次 $L^2$ -Betti数と特異点集合の基本群の位数の関係を表わす不等式を示した。これにより, もとの多様体の $(p-1)$ 次 $L^2$ -Betti数が0のときには特異点集合の各連結成分の基本群の位数は無限であることがわかる。例えば,  $S^1$ 上のファイバー束のいくつかの連結和の構造をもつ $n$ 次元多様体は $L^2$ -Betti数が2次以上 $(n-2)$ 次以下で0になり, したがって,  $(n-1)$ 次元以下の開多様体へ special generic map をもつときには, その特異点集合の基本群の位数はすべて無限になる。

有向3次元開多様体への special generic map については, もとの多様体が単連結な場合には様々な結果が知られていたが, もとの $n$ 次元閉多様体 ( $n > 3$ ) の基本群の位数が無限で, 1次 $L^2$ -Betti数が0のとき, 特異点集合の各連結成分が球面かトーラスに同相で, 球面と同相な連結成分の個数は,  $n \geq 5$ のとき2次 $L^2$ -Betti数と,  $n = 4$ のとき2次 $L^2$ -Betti数の半分と等しいことを示した。これにより,  $S^1$ 上のファイバー束の構造をもつ多様体から有向3次元開多様体への special generic map の特異点集合はトーラスのいくつかの和集合となっていることがわかる。向きづけ可能でない3次元開多様体への special generic map については, もとの $n$ 次元閉多様体 ( $n > 3$ ) の基本群の位数が無限で, 1次 $L^2$ -Betti数が0のとき, 特異点集合の各連結成分は球面かトーラスか実射影空間かクライ

ンの壺に同相で、実射影空間に同相な連結成分の個数の2倍と球面に同相な連結成分の個数の和が  $n \geq 5$  のとき2次  $L^2$ -Betti数と、 $n = 4$  のとき2次  $L^2$ -Betti数の半分と等しいことを示した。

#### 論文審査の結果の要旨

$L^2$ -ベティ数を用いて特異ジェネリック写像について研究している。特異ジェネリック写像のもとの多様体の  $L^2$ -ベティ数と特異点集合の位相の関係について調べ、いくつかの応用を示している。また、特異ジェネリック写像が存在するためのもとの多様体の  $L^2$ -ベティ数についての必要条件を与えた。本論文は、新しい視点から特異ジェネリック写像の研究をしたもので、興味深い結果を得ており、博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。