

| | |
|--------------|---|
| Title | The determination of the pairs of two-bridge knots or links with Gordian distance one |
| Author(s) | 鳥巢, 伊知郎 |
| Citation | 大阪大学, 1997, 博士論文 |
| Version Type | |
| URL | https://hdl.handle.net/11094/39947 |
| rights | |
| Note | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。 |

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

| | |
|------------|--|
| 氏名 | とりすいちろう 鳥巢伊知郎 |
| 博士の専攻分野の名称 | 博士(理学) |
| 学位記番号 | 第 12915 号 |
| 学位授与年月日 | 平成9年3月25日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻 |
| 学位論文名 | The determination of the pairs of two-bridge knots or links with Gordian distance one (Gordian 距離が1である2橋結び目あるいは絡み目の対の決定) |
| 論文審査委員 | (主査) 教授 川久保勝夫 (副査) 教授 藤木 明 助教授 作間 誠 助教授 村上 順 |

論文内容の要旨

申請者の論文は結び目理論と呼ばれるトポロジーの一分野に関するものである。結び目理論は代数、幾何、解析、等様々な手法により研究されている分野であるがそれらを結びつける概念に crossing change がある。これは結び目の正則射影図において交差点の上下を入れ換えるという素朴なものであるが、これは結び目の多様体の対としての“手術 (surgery)”であり非常に重要なものである。与えられた結び目が crossing change でどのように変化しうるかという問題は結び目理論において最も基本的な問いといえる。申請者は 2-bridge と呼ばれる基本的な結び目の中でこれを考察して完全に解答を与えた。以下定理を正確に述べる。結び目の正則射影図による表示とは singularity が有限個の transverse double point になるような結び目の射影に交差の情報を与えたものである。そのとき crossing change とはその中で交差点の上下を入れ換えることに対応する。また S^3 の中の結び目 K が n -bridge 分解を持つとは (S^3, K) が二つの n -trivial tangle の境界を貼りあわせて得られるときをいう。そのような分解すべての中で最小の n をとり、 K は n -bridge であるという。

2-bridge 結び目は互いに素な整数 p, q を使って $S(p, q)$ と表示される。その表示は slope q/p の rational tangle というものを使って表される。そのとき論文の主定理は次のようになる。

次は同値である。

(1) $S(p, q)$ と $S(r, s)$ は crossing change で移り合う。

(2) ある整数 a, b, m, n が存在して a, b は互いに素 m, n は互いに素、 $n, rm+an$ は 0 でなく、 $p=2an^2+r(2mn \pm 1)$ そして $q \equiv 2bn^2+s(2mn \pm 2) \pmod{p}$ あるいは $q(2bn^2+s(2mn \pm 2)) \equiv 1 \pmod{p}$ 。

(3) $S(p, q)$ と $S(r, s)$ はそれぞれ rational tangle 二つによる特別なある表示を持つ。

この定理の証明の idea は一言でいうと、非常に幾何的である。具体的には 2-bridge 結び目で分岐する S^3 の二重分岐被覆空間であるレンズ空間を Seifert fibred space と考えその中の fiber に沿った Dehn surgery を考察するのである。これはレンズ空間内の結び目理論であり、それ自体としても非常に重要である。

この定理の意義は次のようである。結び目理論においては昔から多くの問題や予想があり今もなお未解決のものが無数にある。そうした中で 2-bridge 結び目はそれらの良い実験台でありつづけている。が、この定理は非常に決定的であり、今までにこの手の定理が全くなかったのでむしろこの定理から種々の問題意識が生まれることが期待される。尚、論文では 2-bridge knot を一般化した Montesinos knot と 2-bridge knot との Gordian distance も調べてお

り, Montesinos knot が十分に複雑なときには 2-bridge knot との Gordian distance は 2 以上である, という結果を得ている。

以上が博士論文の内容である。

論文審査の結果の要旨

結び目のクロッシング・チェンジは基本的かつ重要な多様体の対の手術である。本論文では, 二橋結び目と呼ばれる結び目の基本的なクラスに対してクロッシング・チェンジでの変化を詳細に調べ, それらが互いにクロッシング・チェンジで移り合う条件を完全に決定した。本論文は, 結び目理論における重要な定理を示したものであり, 博士(理学)の学位論文として十分価値のあるものと認める。