



Title	DIFFUSION PROCESSES ON MANDALA
Author(s)	村井, 浄信
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/39961
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	むら い しょう しん 村 井 淨 信
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 2 9 1 7 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 9 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	DIFFUSION PROCESSES ON MANDALA (マンダラ上の拡散過程)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 小 谷 眞 一 (副査) 教 授 松 村 昭 孝 助教授 真鍋昭治郎 講 師 高 橋 智

論 文 内 容 の 要 旨

Mandala というフラクタルを定義し、その上に拡散過程を構成しその固有値分布関数の漸近挙動を調べた。また、ある条件の下ではその過程が再帰的であることを示した。更に、空間の測度があるクラスの Bernoulli タイプの測度に拡張した。

私が Mandala を研究の対象として選んだのは、それがこれまで研究の対象とされてきた Hutchinson の枠組みに入らないモデルであったからである。Mandala を含むクラスである部分自己相似集合では、単純な繰り込みの議論が通用しないので、新しい手法が必要であった。

Mandala K に対して、有限集合列 $\{V_m\}_m$ を K の近似列とする。5 つのパラメーター (t, r_1, r_2, r_3, r_4) を用いて、各 V_m 上の関数空間に差分作用素 H_m と双一次形式 ε_m は m に関して単調性を持つことが示せるので、その極限 ε が定義される。ところが、 ε は K 上の可算部分集合である V_m の合併集合上の関数空間でのみ定義されているので、何か適切に K 上の測度 μ を定めて、 ε を $L^2(K, \mu)$ 空間に拡張できるようにしなければならない。そこで、 μ_m という V_m 上の測度を、 (ε_m, μ_m) に対応する V_m 上のランダムウォークがどの場所においてもほぼ同じ速度で動くように調整する。この μ_m の弱収束極限として μ を与えれば、 ε は $L_2(K, \mu)$ 空間に拡張できる。この拡張された ε が $L_2(K, \mu)$ 上の正則局所ディリクレ形式になっていることを示すのはそれほど難しくない。この事実、 K 上に拡散過程が構成されたことを示している。

一方で、パラメーターに少し条件を付けると、 ε の定義域 $Dom(\varepsilon)$ は K 上の連続関数の空間に埋め込まれている。当然この場合には、先程の速度 μ は必要ではなくなり、実際 μ の代わりにいたるところ稠密な任意の測度に対しても、 ε は正則局所ディリクレ形式になっていることが示される。更に、この場合には対応する拡散過程は再帰的である。この証明はこの論文のなかで私が最も苦労した部分の一つであって、 K の図形的特殊性を使って議論を行っているので一般化するのは難しいと思う。

さて、話を $L_2(K, \mu)$ に戻す。このとき、構成された拡散過程の生成作用素はコンパクトなリゾルベントを持つ。つまり、離散スペクトルになっている。そこで、固有値分布関数を $\rho(x)$ とおくと、パラメーター (t, r_1, r_2, r_3, r_4) から定まる指数係数 d_s があって、 $x \rightarrow \infty$ において、 $\rho(x) = O(x^{d_s/2} \log x)$ であることを示した。ここで、注目したいのは、 $\log x$ の項で、これは Hutchinson の枠組みのフラクタルではみられなかったものである。

さて、部分自己相似集合は複数個の距離空間を用意して、各々の空間での自己相似集合を互いに複雑に重ね合せた

構造になっている。Mandala の場合には必要な距離空間は 2 つであり、その関係が比較的単純なため、拡散過程の構成ができたが一般の部分自己相似集合ではかなりの困難が予想される。

論文審査の結果の要旨

これまでの解析の進んでいる、Hutchinson 型の fractal 図形の枠に入らない fractal である mandala において Brown 運動を構成し、その生成作用素（ラプラシアン）の固有値分布の漸近的性質を得た。結果として既存のものにはない対数項が現われることを示した。

審査会ではこの結果は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認めるという結論に全員一致で達した。