



Title	Mourre Theory for Time-Periodic Systems
Author(s)	横山, 耕一郎
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/39987">https://hdl.handle.net/11094/39987</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	横 山 耕 一 郎
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 2 9 1 8 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 9 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	Mourre Theory for Time-Periodic Systems. (時間周期的系に対するムール理論)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 井 川 満  (副査) 教 授 小 谷 眞 一    教 授 長 瀬 道 弘    助教授 磯 崎 洋

### 論 文 内 容 の 要 旨

交流電場に代表される, 時間に関して周期的に変化するポテンシャルを持つシュレディンガー作用素は物理的にも, 非常に興味深いものです。しかしこのような場合に対応する作用素を解析するにあたっては, エネルギーが不変でない等の困難を伴います。古典力学においては, 時間により変化する項を持つハミルトニアンを扱う方法の一つとして次のような手法が取られて来ました。ハミルトニアンを  $H(p, x, t)$  とします。

ここで  $t$  に代わる新しいパラメータ  $\tau$  を導入して  $F(p, x, \tau, t) = \tau + H(p, x, t)$  というものを考えますと, この  $F$  は  $\tau$  に関して不変となります。そこで周期的なポテンシャルを持つシュレディンガー作用素を扱う時に, 先ほどの  $F$  を量子化したトーラス  $T \times R$  上の自己共役作用素  $K = F(D_x, X, D_x, t)$  を導入し, それに対する解析を行うという方法が70年代 Howland, Yajima によって始められました。

そしてシュレディンガー方程式の解  $U(t, s)$  の  $t$  が無限大に近づくときの挙動 (例えば波動作用素の完全性など) が  $K$  のレゾルベント  $(K - z)^{-1}$  の性質を調べることにより得られています。

一方で時間に依らないシュレディンガー作用素  $H$  を解析する時に, 非常に有効な手法とし E. Mourre (CMP'81) に始まる commutator method と呼ばれるものがあります。この方法においては, まず conjugate operator と呼ばれる作用素  $A$  と  $H$  との交換子を取ったものがフォームの意味で正になることを示します。それをもとにレゾルベント  $(H - z)^{-1}$  の極限吸収原理を証明しています。さらに E. Skibsted (CMP'91) は  $e^{-itH}$  の漸近的挙動についての解析を行いました。

本論文の目的は, 前述の作用素  $K$  というものに対して commutator の方法を適用し極限吸収原理のみならず  $K$  の半群の漸近的挙動についても調べることにあります。まず始めに  $K$  との commutator が正になるような適当な作用素を構成しなければなりません。その時に問題となるのは  $K$  のスペクトルは周期的であり作用素として下に有界でないということでした。そこで  $\frac{t}{t+1}$  というものの  $t \geq 0$  における単調性から, 本論文中的作用素  $A$  を構成すると, この困難を避けることが出来ます。そしてこの不等式をもとにして, 極限吸収原理を示すことに成功しました。更にこの  $K$  から生成される半群  $e^{-itK}$  の  $\sigma \rightarrow \infty$  の挙動についての記述も行っています。Skibsted の論文は解  $e^{-itH} \phi$  を時間  $t$  に比例して広がる円の内部に cut off したものが  $t$  の負で減少するというものでした。この方法を  $K$  に対して適用すると conjugate operator の違いにより  $x$  変数だけでなく運動量  $p$  に関する cut off をしたものに対する評価しか得られません。そこでスペクトル分解  $f(K)$  を  $f$  の複素数  $C$  への almost analytic extension とレゾルベントを使っ

て表現します。そして擬微分作用素でレゾルベントを具体的に構成し最終的に定理1.6の形の評価を得ることが出来ました。

#### 論文審査の結果の要旨

これまで、時間に関して周期的なハミルトニアンに対しては Mourre の方法は使えないと考えられてきた。横山君は、鍵となる作用素を擬微分作用素の中で巧みに構成することにより、時間に関して周期的な場合にも Mourre の方法が有効であることを示し、より扱いやすい道を拓いた。

横山君の仕事は、着想が独想的であると共に、解析力の確かさをも十分示しており、博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。