The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Smooth Sp(2, R) -actions on the 4-sphere
Author(s)	向山, 一男
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/40309
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

氏　　名	向山一男（むこうやまかずお）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　13259　号
学位授与年月日	平成9年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
学　位　論　文　名	Smooth *Sp*(2,R)-actions on the 4-sphere （4次元球面上の可微分Sp(2,R)-作用）
論文審査委員	（主査） 教　授　川久保勝夫 （副査） 教　授　坂根　由昌　　教　授　藤木　　明

論文内容の要旨

コンパクト多様体上のコンパクト・リイ群の作用については一般的な理論が確立されており多くの研究がなされている。しかし非コンパクト・リイ群の作用の場合は一般論が無いためにあまり研究されていない。現在作用や空間に条件を付けて幾つかの方向で研究されている。本論文の目的は，非コンパクト連結リイ群Sp(2,R) が4次元球面上に可微分かつ不動点を持たないように作用するとき，その作用がどれくらいあるかを調べることである。得られた事実は次の通りである。「4次元球面上の不動点を持たない可微分Sp(2,R) 作用の同変微分同相類全体は，集合 {(ϕ，f)} のある同値類全体と1対1に対応する。ここで，fは4次元球面の中の自然な1次元球面S^1から1次元実射影空間$P_1(R)$の上への可微分写像であり，ϕはS^1上の1径数変換群である。また組（ϕ，f）はある5つの条件を満たすものである。」この（ϕ，f）の構成方法を詳しく調べることにより，任意の自然数mに対して（4m－1）個の軌道を持つ作用を構成できる。従って次を得る。「上記Sp(2,R)-作用は無限に存在する。」

証明は以下のように行われる。Sp(2,R) の極大コンパクト部分群はU(2)である。最初に，不動点を持たないU(2)作用ϕを1つ構成しておく。上記Sp(2,R) 作用のU(2)への制限は常にこの作用ϕに同変微分同相となることが基本となる。第1段階では，上記Sp(2,R) 作用のうちU(2)への制限がϕと一致するものだけを考える。このようなSp(2,R) 作用が与えられたとき，3つ組（S，ϕ，f）を次のように構成する。U(2)へ制限した作用ϕの主イソトロピー群の不動点集合は2次元球面S^2である。Sp(2,R) の部分リイ環の構造を調べることにより，このS^2から2次元実射影空間$P_2(R)$の上への可微分写像fが構成出来る。また，S^2上に1径数変換群ϕも作れる。次に，$P_2(R)$の中の自然な$P_1(R)$を考え，$S=f^{-1}(P_1(R))$と定める。Sは自然な1次元球面S^1に微分同相である。f，ϕをS上に制限したものを同じ記号で表す。これが求める3つ組（S，ϕ，f）である。この3つ組の性質のうち6つを抽出する。逆に，この6つの条件を満たす3つ組（S，ϕ，f）が与えられたときに，4次元球面上に不動点を持たない可微分Sp(2,R) 作用を構成することが出来る。形式的に構成するSp(2,R) 作用が可微分となることを示すのが証明の中心となる。そして，U(2)への制限がϕであるSp(2,R) 作用と3つ組（S，ϕ，f）とは1対1に対応することが証明出来る。第2段階では，以上の結果を微分同相類で類別する。3つ組を類別するとき，Sを自然な1次元球面S^1に置き換えることができ，上記主結果を得る。

この研究以降，他の非コンパクト・リイ群の作用についても新しい成果が幾つか得られている。

論文審査の結果の要旨

非コンパクト連結リイ群Sp(2,R) が4次元球面上に可微分かつ不動点を持たないように作用するとき，その作用の微分同相類とある集合の同値類とが1対1に対応することを示し，その結果，作用が無限に存在することを示している。作用を記述するための新しい量を見つけ出すことにより，対応を完成しており，興味ある結果と独創性を含む証明方法は，博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。