【 21 】

氏　　　　　名	阪(さか)　本(もと)　雄(ゆう)　二(じ)
博士の専攻分野の名称	博　　士（理　　学）
学 位 記 番 号	第　12830　号
学位授与年月日	平成 9 年 2 月20日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 2 項該当
学 位 論 文 名	Asymptotic Expansion over Wiener Space （ウィナー空間上の漸近展開）
論文審査委員	（主査） 教 授　白旗　慎吾 （副査） 教 授　稲垣　宣生　　教 授　後藤　昌司

論 文 内 容 の 要 旨

統計量の漸近展開は，統計的推測理論において最も重要な道具である。実際，それそのものが，小標本における精度の高い分布の近似を与えるばかりでなく，漸近有効性などの漸近最適性の概念やブートストラップ法などのノンパラメトリック法の精度の尺度をも与える。標本が独立な場合や定常時系列の時は，多くの統計量に対する漸近展開が求められているが，標本が確率過程であるときは，無限次元空間上の確率変数の取り扱いの困難さのため，ほとんど結果は与えられていない。本研究では，無限次元空間の１つであるウィナー空間上で定義されたウィナー汎関数の分布の漸近展開について考える。ここでは，マリアヴァンと渡辺により導入されたマリアヴァン解析（渡辺理論）を用いて，この問題を解くことにする。

マリアヴァン解析は吉田により数理統計学には導入された。それにより，ある種の拡散過程における最尤推定量の漸近展開が導かれ，独立標本と同様な高次漸近有効性の議論が可能になった。さらに，マルチンゲールに対する中心極限定理の精密化として，漸近展開の導出に成功した。

本研究では，F＝F0＋R という摂動をもつウィナー汎関数の分布の漸近展開について考える。マリアヴァン解析では，ある正則条件の下で，シュワルツの超関数Ｔとウィナー汎関数Ｆの合成関数Ｔ・Ｆとその平均Ｅ［Ｔ・Ｆ］が定義できる。さらに，Ｔ・ＦをF0のまわりで形式的にテイラー展開すると平均Ｅ［Ｔ・Ｆ］の漸近展開が得られ，その誤差項はある汎関数のモーメントで評価できる。超関数Ｔがある集合の指示関数であるときは，平均Ｅ［Ｔ・Ｆ］はＦの確率分布を与えるため，この方法により統計量の分布の漸近展開を求めることが可能になる。これは，確率論の分野では，多かれ少なかれよく知られた事実であるが，本研究では統計量の確率分布の漸近展開を求めるために，その正則条件を詳細に調べた。また，摂動を持つ確率変数の典型的な例として，尺度混合の分布の漸近展開を求めた。

もう１つの尺度混合の例として縮小推定量がある。縮小推定量に関する研究は，もっぱら推定誤差の小さい推定量の構成法ばかりで，信頼域や予測域への応用については研究されてこなかった。その１つの理由として，縮小推定量の分布を求めることが困難であることがあげられる。しかしながら，尺度混合の漸近展開の結果より，その漸近展開を求めることが可能である。本研究では，縮小推定量の分布の漸近展開や縮小推定量に基づく信頼域や予測域の被覆

確率の漸近展開を求めた。これにより，通常の信頼域や予測域の非許容性を導いた。

最尤推定量の一般化としてのＭ推定量の漸近展開についても考察した。Ｍ推定量の確率展開の主要項がウィナー空間上のマルチンゲールのターミナルである時，吉田の結論を用いて，Ｍ推定量の分布の漸近展開を求めた。さらに，その応用として，エルゴード性を持つ拡散過程に対して漸近展開を求め，数値シミュレーションにより正規近似よりはるかに精度の高い近似を与えることがわかった。

論文審査の結果の要旨

多くの統計量はその厳密な分布を導出することは困難であり，応用の際には極限分布が用いられることが多い。しかしながら実際のデータ数は有限であり，分布を標本数の関数として展開する漸近展開が重要である。独立標本や定常時系列における統計量の漸近展開は広く研究されているが，確率過程に対しては見るべき結果は与えられていなかった。本論文は，標本がウィナー空間上で定義される確率過程の場合の統計量の漸近展開とその確率解析による導出法の研究をまとめたものである。得られた成果を要約すると以下のとおりである。

１章では，摂動を持つ確率変数が１つのウィナー空間上で定義される場合の確率分布の展開について述べている。確率分布を指示関数の平均とみなし，指示関数を展開して分布の展開を与えており，直接的で簡明な結果である。また，その展開のための十分条件を，確率変数の滑らかさとその次元および展開の項数の関係を通して考察している。また，展開の誤差限界は，次数ではなく陽に与えているため，非許容性の問題などで必要となる誤差限界の未知母数に関する一様な評価が可能である。

２章では，１章の統計問題への応用として縮小推定量 sZ (s は尺度確率変数，Z は正規確率変数) の漸近展開を与えている。このとき，s と Z は独立ではないが，１章の結果を応用できる。また，シミュレーションにより，この漸近展開が小標本の場合でも高精度の近似を与えることが示されている。さらに，縮小推定量に基づく信頼領域や予測領域の被覆確率の展開も与えている。誤差限界を陽に表しているため，この展開により通常の信頼領域や予測領域の非許容性が容易に証明される。

３章では，推定方程式の解として定義されるＭ推定量の漸近展開について述べている。展開式を得るため，その確率展開を一般の確率空間上で求め，陰関数であるＭ推定量の存在条件と誤差項の評価を与えている。また，Ｍ推定量の確率展開の主要項がウィナー空間上のマルチンゲールである場合にその確率分布の漸近展開を与え，標本が拡散過程である場合を例としてあげ，２つのドリフトについて漸近展開が良い近似を与えることを示している。

以上のように，ウィナー空間上の種々の統計量の漸近展開を与え，確率解析の数理統計学への応用を発展させた本論文は，独立標本に対する漸近理論を確率過程へ拡張することに寄与するばかりでなく，独立標本において困難な問題を解決する方法を提示するものであり，博士（理学）論文として価値のあるものと判断した。