



Title	ディリクレ形式のスペクトルの性質と対称マルコフ過程の変換
Author(s)	金, 大弘
Citation	大阪大学, 1998, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/40659
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 金 大 弘

博士の専攻分野の名称 博 士 (理 学)

学 位 記 番 号 第 13957 号

学 位 授 与 年 月 日 平成10年3月25日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第4条第1項該当

基礎工学研究科数理系専攻

学 位 論 文 名 ディリクレ形式のスペクトルの性質と対称マルコフ過程の変換

論 文 審 査 委 員 (主査)
教 授 福 島 正 俊

(副査)
教 授 長 井 英 生 教 授 亀 高 惟 倫 助 教 授 竹 田 雅 好

論 文 内 容 の 要 旨

対称マルコフ過程の第一固有値を表現するとき Donsker-Varadhan 型の大偏差原理がよく知られている。1951年に M.Kac が Schroedinger 作用素の第一固有値と Feynman-Kac 汎関数と呼ばれるものの漸近性との関係を与え、後に Donsker-Varadhan 型の大偏差理論の動機となって、今はその理論の系としてよく知られている。一方、測度 μ をポテンシャルとしてもつ generalized Schroedinger 作用素 $-\frac{1}{2}\Delta + \mu$ や relativistic Hamiltonian 作用素 $\sqrt{-\Delta + m^2} - m$, $m > 0$ が最近研究されている。特に, relativistic Hamiltonian 作用素の場合は jump を含む Feynman-Kac 汎関数 $\exp(-A_t^{\mu, F})$, $A_t^{\mu, F} = A_t^{\mu} + \sum_{s \leq t} F(X_{s-}, X_s)$ が自然に考えられる。

この論文では jump を含む Feynman-Kac 汎関数の漸近性をディリクレ形式理論のもとで調べる。問題は加法的汎関数 $A_t^{\mu, F}$ は滞在分布の関数でないため Donsker-Varadhan 型の大偏差原理がその意味を失うことである。そこで、我々は乗法的汎関数 $\exp(-A_t^{\mu, F})$ 付きの対称マルコフ過程に対する Donsker-Varadhan 型の大偏差原理の構成を行う。そのためには Kato class の加法的汎関数の拡張概念や対称マルコフ過程に対するエルゴード変換の拡張などが必要となっている。更に、我々はこうして得られた定理を対称マルコフ連鎖に応用して、ある領域で jump の数の漸近性なども調べた。最後に、独立な研究として、ある energy 形式に関する spectral gap の漸近性に対して考える。もともと、ある領域を出る脱出時間はその領域の境界条件に依存しないことより、我々は一点コンパクト化領域上の energy 形式を考えて、その spectral gap の漸近性が滑らかをもたない領域でも成り立つものであることを示し、P.Mathieu の結果を拡張した。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

カッツはシュレディンガー作用素の第一固有値をファインマン-カッツの公式を通してウィナー積分の漸近挙動で表現する公式を得た。そして、カッツの公式はドンスカーとバラダハーンによる経験分布に関する大偏差原理の動機付けとなり、今日ではその応用として証明されている。一方、近年シュレディンガー作用素のポテンシャル部分が、測度さらには超関数であるような特異な場合や、主要部がラプシアンではなく、対称 α -安定過程の生成作用素や相対論的フリー-ハミルトニアンなどの非局所的な作用素な場合について、そのファインマン-カッツの公式と生成さ

れる半群の解析的性質について調べられてきた。本論文では、正則ディリクレ形式から生成される対称マルコフ過程に対して、ジャンプを含むファインマン–カッツ汎関数に対してカッツの公式の拡張を行った。

ジャンプを含むファインマン–カッツ汎関数は経験分布の関数とは見なすことができないため、ドンスカー–バラダハーン型の大偏差原理はそのままでは適用できない。そこで本論文の方法は、まずドンスカー–バラダハーン型大偏差原理をファインマン–カッツ汎関数付きの対称マルコフ過程に拡張することによってなされた。そして、その証明の中で得られた或る乗法的汎関数による対称マルコフ過程の変換公式は、それ自身として重要な結果である。

応用として、余次元1の滑らかなコンパクト多様体の表面の局所時間や、対称領域内でのマルコフ過程のジャンプ回数など確率的に興味深い加法的汎関数を指数関数の中に代入して作られるファインマン–カッツ汎関数が含まれ、拡張されたカッツの公式を用いてそれらの漸近挙動を得ることができる。

その他本論文では、対称マルコフ連鎖がある領域を脱出するまでに、或る部分集合に滞在する時間の分布の指数的減衰とマルコフ連鎖の時間変更過程に対応するディリクレ形式の最小固有値を結びつける公式を出生死滅過程に応用し、有限集合からの脱出時間までに或る集合に滞在する時間の分布についての公式を得た。また、反射壁エネルギー形式のスペクトルギャップの代わりに一点コンパクト化を正則表現の空間としてもつエネルギー形式のスペクトルギャップの漸近挙動を調べることで、領域の境界の滑らかさの仮定無しに、有界領域からの脱出時間の非可予測性に関するマッシューの結果を示した。

以上、ディリクレ形式の固有値と確率の漸近挙動の関連について調べたこれらの成果は、ディリクレ形式理論の多様な話題に対する興味深い応用例を与えることで、重要な学術的寄与をしている。よって、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。