【5】

氏　　　　　名	本　多　宣　博（ほん だ のぶ ひろ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　1 3 6 1 7　号
学位授与年月日	平成10年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	Donaldson-Friendman construction and deformations of a triple of compact complex spaces （ドナルドソン・フリードマンによる構成と，コンパクト解析空間の3つ組の変形）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教 授　藤木　明 （副査） 教 授　川久保勝夫　　教 授　小磯　憲史　　教 授　坂根　由昌 教 授　満渕　俊樹　　講 師　後藤　竜司

論文内容の要旨

$n\mathrm{CP}^2$をn$\geq$個の複素射影平面の連結和とし（$0\mathrm{CP}^2=S^4$と約束する)、Zを$n\mathrm{CP}^2$上の正のスカラー曲率をもつ自己双対計量に付随するtwistor空間とする。Z上には正則直線束Lで$L^{\otimes 2}\simeq K_Z^{-1}$（=anticanonical bundle）を満たすものがただ一つ存在する。LにはZの実構造σの作用がliftする。そこで、$|L|^\sigma$を、Lに付随する完備線形系$|L|$のうち、σ不変な因子のなす部分線形系とする。$|L|^\sigma$の既約元Sは$\mathrm{CP}^1\times\mathrm{CP}^1$の$2n$点blowupになっている（Pedersen-Poon 1994）。これまで知られている$n\mathrm{CP}^2$上のtwistor空間（Poon 1986, LeBrun 1991, Joyce 1995）の場合、$\mathrm{CP}^1\times\mathrm{CP}^1$上の$2n$点の配置は簡潔に記述できる。また逆に、S$\in|L|^\sigma$の複素構造は$Z$の代数幾何的な性質に強く反映される。

そこで逆に、$\mathrm{CP}^1\times\mathrm{CP}^1$上の$2n$点を与えたとき、それらでblowupして得られる複素曲面Sを$|L|^\sigma$の元としてもつ$n\mathrm{CP}^2$上のtwistor空間が存在するかという問題を考える。

定理1． 任意の$n\geqq 0$に対し、$n\mathrm{CP}^2$上のtwistor空間で、$\mathrm{CP}^1\times\mathrm{CP}^1$上のbidegree（2,1）の曲線上の$2n$点でblowupして得られる複素曲面Sを$|L|^\sigma$の元にもつものが存在する。bidegree（2,2）の場合も同様の結論が成り立つ。

一方Pedersen-Poonは、$n\mathrm{CP}^2$上のMoishezon twistor空間がかならず1次の因子を持つかどうかを問うている。ここで、twistor空間上の因子の次数とは、twistor lineとの交点数のことである。

定理2． $n\mathrm{CP}^2$上のtwistor空間Zで、bidegree（2,1）上の$2n$点でblowupして得られる複素曲面Sを$|L|^\sigma$の元にもつものは、Moishezon空間である。さらに、このようなZは1次の因子を持たない。

従って、上記Pedersen-Poonの問いは否定的である。

論文審査の結果の要旨

自己双対計量の重要な構成法としてツイスター空間の変形論を用いるDonaldson-Friedmanの方法があるが、これは基本的に存在定理であり、得られたツイスター空間の性質はあきらかではない。本論文では、このD-Fによる構成法を精密化することにより、得られた自己双対計量に対応するツイスター空間の構造を解明した。特に、Pedersen-PoonによるMoishezonツイスター空間に関するある予想に反例を与えた。

以上により、博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。