



Title	Compact Riemann surfaces with large automorphism groups
Author(s)	松野, 高典
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/40849">https://hdl.handle.net/11094/40849</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	まつ 松 の 野 高 の り 典
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 3 4 0 1 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 9 年 9 月 30 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科 数学専攻
学 位 論 文 名	Compact Riemann surfaces with large automorphism groups (大きい自己同型群をもつコンパクトリーマン面)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 難波 誠 (副査) 教 授 白井 三平 教 授 藤木 明 助教授 今野 一宏 助教授 作間 誠

### 論 文 内 容 の 要 旨

コンパクト Riemann 面の正則自己同型群については19世紀末以来数多くの研究がある。種数  $g(X)$  が 2 以上のコンパクト Riemann 面  $X$  の正則自己同型群  $\text{Aut}(X)$  の位数は有限となり、その位数  $\# \text{Aut}(X)$  は  $84(g(X)-1)$  以下であることが知られている (Hurwitz)。コンパクト Riemann 面  $X$  の正則自己同型群  $\text{Aut}(X)$  の部分群  $G$  の位数が  $4(g(X)-1)$  より大きいとき商空間  $X/G$  は複素射影直線と正則同型となり、コンパクト Riemann 面  $X$  から商空間  $X/G$  への商写像(全射正則写像)は複素射影直線上の有限 Galois 分岐被覆と見なすことができる。それゆえ、特に位数  $\# \text{Aut}(X)$  が  $4(g(X)-1)$  より大きいときコンパクト Riemann 面  $X$  は大きい自己同型群をもつと言う。

さて、複素射影直線上の有限 Galois 分岐被覆については、有限 Galois 分岐被覆か存在するような分岐因子の型は完全に決定されている (Fenchel-Fox の定理)。一般に Galois 群 (被覆変換群) は正則自己同型群  $\text{Aut}(X)$  の部分群になる。ところが例えば分岐因子が (2, 3, 7) 型の有限 Galois 分岐被覆のときにはその Galois 群の位数は  $84(g(X)-1)$  となり、Galois 群と正則自己同型群  $\text{Aut}(X)$  が一致することが分かる。

そこで Riemann-Hurwitz の公式を応用し、簡単ではあるが複雑な計算を実行することにより、複素射影直線上の有限 Galois 分岐被覆の被覆次数が  $4(g(X)-1)$  よりも大きいとき、その Galois 群と正則自己同型群  $\text{Aut}(X)$  が必ず一致するような分岐因子の型と一致するとは限らない分岐因子の型を完全に決定した。さらに後者の分岐因子の型のすべてについてその Galois 群と正則自己同型群  $\text{Aut}(X)$  が一致しないような複素射影直線上の有限 Galois 分岐被覆の例を具体的に構成した。以上が本論文の主結果である。

また、上の主結果に関連し複素射影直線上の有限 Galois 分岐被覆のモノドロミーを具体的に構成しその Galois 群をコンピューターを用いて実際に計算していると、ある種の規則性で Galois 群が単純群になることに気付いた。分岐被覆の一般論と初等的な群論をうまく組み合わせることにより次のような定理を証明することができた。

**定理** 複素射影直線上の 3 点で分岐する有限 Galois 分岐被覆が次の条件を満たすとする。ただし、 $p, q, r$  ( $p > q > r$ ) は 3 つの異なる素数とする。

(i) 3 点での分岐指数はそれぞれ  $p, q, r$  である

- (ii) この有限 Galois 分岐被覆がある次数  $p$  の有理関数の Galois 閉包となる。  
このとき, Galois 群は単純群となる。

### 論文審査の結果の要旨

本論文は, 複素射影直線上の有限分岐がロア被覆となり, その被覆変換群の位数が  $4g-3$  以上となる。示性数  $g$  (ただし,  $g$  は 2 以上) の閉リーマン面に対し, その正則自己同型群と被覆変換群が一致する条件を, 被覆の分岐指数に関する言葉で記述した。この結果は, 閉リーマン面の研究に新しい知見を与え, 博士 (理学) の学位論文として十分価値あるものと認める。